ONERA
DEMR-TSI

IETR

École doctorale Matisse

Analyse Temps-Fréquence Appliquée à l'Imagerie SAR Polarimétrique

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 20 Octobre 2009

pour l'obtention du

Doctorat de l'université de Rennes 1 – Rennes

(spécialité Traitement du signal & Télécommunications)

par

Mickaël Duquenoy

Composition du jury

Président :	Professeur Joseph Saillard	Polytech Nantes, Nantes
Rapporteurs :	Directeur de recherche CNRS, Nadine Martin	GIPSA Lab, Grenoble
	Professeur Jean-Marie Nicolas	Telecom Paris Tech, Paris
Examinateurs :	Professeur Eric Pottier, directeur de thèse	IETR-Université de Rennes 1
	Ingénieur de recherche, Jean-Philippe Ovarlez	ONERA, DEMR-TSI, Palaiseau
	Maître de conférence Laurent Ferro-famil	IETR-Université de Rennes 1
Invité :	Directeur de département, Jean-Marc Boutry	ONERA, DEMR, Palaiseau

Mis en page avec la classe thloria.

Remerciements

Après six années, je suis en mesure de vous présenter cette thèse issue du travail d'équipe du département DEMR, unité Traitement du SIgnal (TSI), de l'Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales (ONERA), et de l'équipe SAr Polarimétrie Holographie Interférométrie Radargrammétrie (SAPHIR), de l'Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes (IETR), de l'université de Rennes 1. Je remercie donc le directeur du département DEMR de l'ONERA, Monsieur **Jean-Marc Boutry** qui, d'ailleurs, m'a fait le plaisir de faire partie de mon jury de thèse en tant que membre invité, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe durant trois années et demie. Mes pensées vont également à Monsieur **Daniel Thouroude**, directeur de l'IETR, qui m'a accueilli ponctuellement au sein de son institut, dans le cadre de réunions de travail ou de formations techniques et professionnelles.

Le couronnement de ces six années de travail a eu lieu le mardi 20 octobre 2009 à 14 heures. Cette date de soutenance, sera à marquer d'une pierre blanche dans ma carrière. Mes sentiments les plus sincères vont donc au jury. Que Madame le directeur de recherche du CNRS **Nadine Martin** et Monsieur le professeur des universités **Jean-Marie Nicolas** trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour avoir accepté d'être rapporteurs de mes travaux. Je tiens à remercier également Monsieur le professeur des universités **Joseph Saillard** d'avoir accepté de participer et présider mon jury de thèse.

Mes pensées vont ensuite à mes proches collaborateurs ou encadrants. En premier, mes remerciements s'adressent à mon directeur de thèse, Monsieur le professeur des universités **Eric Pottier**. J'admire et je respecte son expertise, reconnue mondialement, dans le domaine de la polarimétrie radar. Il a su me donner l'envie d'apprendre les approches diverses des décompositions polarimétriques, et malgré son emploi du temps surchargé, il a toujours été là pour me soutenir. J'apprécie aussi, sa manière de diriger ma thèse, qui laisse une grande liberté au doctorant et le recadre quand c'est nécessaire. Enfin, son sens très pédagogue, ses idées : comme l'emploi des décompositions cohérentes ou l'utilisation de réseaux de neurones m'ont permis de développer des compétences et d'enrichir ma thèse. Enfin, je tiens à le remercier pour avoir financé le congrès EUSIPCO 2009. La seconde personne, à qui j'adresse mes plus sincères salutations, est Monsieur le maître de recherche **Jean-Philippe Ovarlez**. Il a su me faire profiter de son expertise en analyse temps-fréquence, laquelle est héritée de ses anciens encadrants de thèse, les Bertrands. Ses travaux précédents ont introduit le concept d'hyperimage qui est au coeur de cette thèse, et l'encadrement de plusieurs thèses sur le sujet ont permis d'extraire plusieurs pistes de recherche. Je tiens à le remercier également d'avoir présenté nos travaux à IEEE RADAR 2006 et à l'IGARSS 2009 et de s'être retiré de l'IGARSS 2007 afin que j'aille à POLINSAR 2007. Enfin, il n'a pas compté ses heures lors de la rédaction des trois articles revues. En conclusion, je te souhaite bonne chance pour la prochaine année à Singapour et du bonheur pour ta petite famille (Achille et Manue). Peut-être auras-tu le temps de passer ton HDR ? Le dernier encadrant que je souhaite remercier, est Monsieur le maître de conférences avec HDR **Laurent Ferro-Famil**. Il m'a initié, en fin de première année de thèse, aux applications POLINSAR. Il s'est rendu disponible, à de nombreuses reprises, pour répondre à mes questions, me suggérer des idées ou avoir une vision critique de mon travail. Son avis et ses opinions ont beaucoup compté dans le déroulement de ma thèse. Il a présenté nos travaux à EUSAR 2006, IGARSS 2007 et POLINSAR 2009. Enfin, son oeil critique sur les papiers revues permet de soumettre des résultats corrects.

Ensuite, j'adresse toute ma sympathie à l'unité traitement du signal (TSI) du département DEMR de l'ONERA. En effet, j'ai eu la chance d'évoluer au sein de cette unité d'experts, dans le domaine du radar et du traitement du signal. Je salue donc Monsieur **Christian Riché**, le chef de cette unité, qui m'a permis d'assister à des formations à Rennes, dans le cadre de la

formation doctorale, qui m'a fourni les plans de la maquette "Cyrano" et qui a prolongé mon contrat au sein de l'ONERA de telle manière que je puisse boucler correctement ma thèse. Je tiens à remercier également, les experts en réseaux de neurones de l'unité, c'est-à-dire, Madame **Christèle Morisseau** et Monsieur **Gilles Vieillard**, dont la collaboration a permis d'aboutir à deux articles congrès (POLINSAR 2009 et IGARSS 2009) et à la rédaction d'un article revue pour le journal IET Signal Processing. Je vous remercie tous les deux, pour m'avoir prodigué de nombreux conseils et pour m'avoir transféré la toolbox "Netlab". J'adresse mes plus sincères salutations à Monsieur le docteur **Luc Vignaud**, qui, durant ma première année de thèse, a répondu à mes interrogations et m'a initié au "wavelet clean relax" et dont la collaboration a abouti à plusieurs articles congrès et un papier revue dans le journal IET Radar, Sonar and Navigation. Luc, je te souhaite bon courage pour les travaux dans ton appartement et pour élever le petit Arsène. Mes pensées vont aussi à Monsieur **Philippe Fargette** qui s'est occupé de mes problèmes d'ordinateur, avec grand intérêt, malgré sa charge de travail. Enfin, je tiens à remercier Monsieur **Marc Flécheux** et Monsieur **Dominique Poullin** pour la bonne ambiance qu'ils ont fait régner au sein de l'unité TSI.

Mes pensées vont aussi à trois personnes de l'ONERA, étrangères à l'unité TSI. Il s'agit de Madame **Elisabeth Bertheau** qui est en charge des doctorants de l'ONERA. Je la remercie pour les nombreux services qu'elle m'a rendus. En particulier, la liste n'est pas exhaustive : la publicité des articles sur le site Internet de l'ONERA, les attestations de formation, la publicité de ma soutenance de thèse et son soutien pour la formation "stratégie d'entreprises" qui s'est déroulée à SUPELEC Rennes. La deuxième personne que je souhaite remercier est Monsieur **Philippe Dreuillet**. En effet, il n'a pas hésité à me faire parvenir une nombreuse documentation sur la polarimétrie RADAR, comme les rapports sur les journées DRET, et m'a permis d'emprunter la maquette "Cyrano", afin de mesurer la vérité-cible. La troisième personne, à qui j'adresse ma sympathie, est le docteur **Christian Musso**, pour les bons moments que l'on a passé à Glasgow dans le cadre de l'EUSIPCO 2009.

Je souhaite également adresser mes salutations et ma sympathie aux personnes de l'équipe SAPHIR, de l'IETR. Je remercie Madame **Joëlle Drouet**, qui m'a facilité les procédures administratives comme le remboursement du congrès EUSIPCO 2009 ou encore le dépôt du dossier de soutenance. J'adresse ma sympathie au maître de conférence **Sophie Allain-Bailhache** qui a assisté aux premières réunions d'avancement à l'IETR.

Mes pensées vont aussi à mes collègues qui ont exercé ou exercent encore, le dur métier de thésard. Ainsi, j'ai une pensée pour Monsieur **Sébastien Paillardon** (Manager à Altran), qui m'a toujours soutenu, en particulier à la Délégation Générale de l'Armement (DGA). J'ai de bons souvenirs du docteur **Giovanni Codutti** (expert en plasma), du docteur **Robert Chavanne**, du docteur **Frédéric Pascal** (expert en détection en environnement non-gaussien et maintenant maître de conférences à SUPELEC), du docteur **Antoine Ghaleb** (expert en analyse de micro-dopplers) et de mon prédécesseur, en collaboration IETR/ONERA, le docteur **Cyril Dahon** (maître de conférences à l'université de Paris 6). Je tiens également à remercier deux doctorants et docteurs, dont les sujets de recherche proches de ma thèse ont généré une saine émulation. Il s'agit du docteur **Paul Leducq** (Professeur agrégé au Lycée Chaptal de Saint-Brieuc) qui n'a pas hésité à me préparer la documentation dont j'avais besoin et dont les discussions ont été très enrichissantes. Le deuxième est le docteur **Mohamed Tria** qui m'a fourni ses algorithmes et les précieuses figures qui enrichissent le chapitre 1 de cette thèse. Enfin, je souhaite bon courage aux doctorants de l'ONERA et de l'IETR comme **Guilhem Pailloux** (thèse sur le STAP), comme **Nicolas Trouve** (thèse sur la complémentarité optique et radar) et comme **Yué Huang** qui a présenté nos travaux à Dijon dans le cadre du GRETSI 2009.

Enfin mes pensées vont à mes proches que ce soit la famille ou les amis. D'ailleurs, j'aurai dû

commencer par eux, pour leur soutien moral et financier. Ainsi, je souhaite adresser à ma famille les plus sincères remerciements et je leur dédie ce manuscrit de thèse. Sans eux, rien n'était possible, avec eux, tout devenait plus facile. Je remercie donc ma mère **Sylvie Sinoquet**, mon beau-père **Christian Jossien** et mon frère **Romain Duquenoy** pour leur soutien indéfectible. J'ai une pensée aussi pour ma marraine, Madame **Nicole Choquet** et pour Monsieur **Roger Jossien**, Madame **Christelle Pille** et leurs enfants **Mégane** et **Maxime**.

Je souhaite remercier également mes amis qui ont su me supporter durant cette période plutôt sombre de ma vie. Je pense à Monsieur **Christophe Mazo**, Madame **Nichola O'Looney** et leur petit garçon **Oishin**. Je les remercie pour leur soutien, les vacances que j'ai passé à Edimburgh en 2004, et les multiples soirées sur Paris avec les amis de Christophe. Je souhaite également saluer Mademoiselle **Nathalie Mazo**, pour m'avoir initié au brassage de la bière et pour les soirées distrayantes sur Paris. Je remercie également le docteur **François Mekerke**, Madame **Aurélie Loaëc** et leur petite **Clélia** pour leurs encouragements. Encore, merci François, pour ta venue de Toulouse pour assister à ma soutenance de thèse. J'ai une pensée aussi pour mes collègues internes de la classe préparatoire du lycée Jean Bart de Dunkerque, qui ont apporté un peu de la civilisation du nord sur Paris. Je remercie Monsieur **Patrick Jovenin** alias Pyro, Madame **Bertille Turbiez** alias Tille et le petit **Tom Jovenin**, pour le nouvel an passé ensemble et votre disponibilité. J'aurai un regret, c'est que vous endoctriniez le petit Tom comme un supporter du LOSC au lieu de supporter la meilleure équipe du Nord, bien sûr les sangs et ors de Lens. En quelques mots, ça nous laisse de vieux débats sur les derbys. J'ai une pensée pour Monsieur **Cédric Lefebvre**, alias RAK, qui m'a rendu visite à Calais quand j'avais des pépins de santé, et pour Madame **Christelle Pelletier**, sa compagne. Je remercie également mes amis de l'école d'ingénieur : l'Ecole Nationale Supérieure des Ingénieurs des Etudes et Techniques d'Armement (ENSIETA) de Brest. Un grand merci à mon parrain de promotion, le docteur **Frédéric Frappart** qui m'a hébergé à Toulouse en 2005, lors d'une réunion avec notre partenaire industriel Thales Alénia Space. Ce week-end à Toulouse restera mémorable, et je lui souhaite tout le bonheur qu'il désire avec sa compagne Mademoiselle **Angélica Teves-Sierra**. J'ai une pensée aussi pour le professeur **Irvin Probst**, collègue de promotion et maintenant professeur à l'ENSIETA. Je le remercie tout comme son épouse **Isabelle Probst**, pour m'avoir soutenu quand j'étais à Brest pour Thales Airborne System, et leur mariage en Bretagne restera un bon souvenir. J'espère les revoir bientôt et passer prendre un verre à leur Pub "le Glasgow". J'ai une pensée aussi pour Monsieur **Sébastien Rousseaux** qui est venu me rendre visite à Palaiseau et ce week-end restera dans les annales. Je souhaite citer aussi Monsieur **Vincent Hinsinger** qui m'a accueilli en 2004, à Montpellier, quand j'allais rejoindre mes parents en Espagne et le barbecue dans les gorges de l'Hérault restera un bon souvenir. Je salue aussi les anciens du concours de robotique E=M6, en particulier l'ingénieur des Etudes et Techniques d'Armement (IETA) **Bertrand Blicquy** qui s'occupe des hélicoptères Cougar au ministère de la défense. Merci Bertrand pour les places professionnelles au salon du Bourget de 2005 et la pièce de théâtre que l'on a été voir ensemble. Toujours parmi les membres de l'équipe de robotique, j'adresse à Mademoiselle **Laure Amate**, toutes mes félicitations pour le doctorat qu'elle défendra en fin d'année. Je la remercie de m'avoir conduit de l'aéroport de Nice à mes entretiens à Thales Underwater Systems, Sophia Antipolis et ce fut un plaisir de la revoir à Glasgow dans le cadre de l'EUSIPCO 2009, l'été dernier. J'ai une pensée pour mes anciens collègues de l'ENSIETA que j'ai perdus de vue, mais avec qui on garde contacte par email ou téléphone. Ainsi, j'adresse mes sincères salutations à Monsieur **Jean-Francis Espaze** qui travaille en Suisse pour Zenith Watches et à Monsieur **Mondher Makhlouf** qui est reparti vivre en Tunisie. Enfin, j'adresse ma sympathie à Monsieur **Alexis Muriel**, ancien stagiaire du Joint Research Center (JRC) à Ispra, Italie, qui m'a rendu visite à Palaiseau et où l'on s'est fait une bonne Pizzeria en se

remémorant le bon temps pris sur le Lac Majeur.

Je dédie cette thèse
à ma famille et mes amis.

Table des matières

Introduction générale **1**

Chapitre 1
Principe de l'imagerie SAR **5**

1.1 Intérêt de l'imagerie SAR 5
1.2 Principe du traitement SAR en distance 7
1.2.1 Modèle du signal reçu 7
1.2.2 Principe de reconstruction ou inversion du modèle 9
1.2.3 Le filtrage adapté 11
1.2.4 La résolution radiale 13
1.3 Principe du traitement SAR en azimut 13
1.3.1 Modèle du signal reçu 14
1.3.2 Principe de reconstruction ou inversion du signal reçu 16
1.3.3 La résolution transverse 18
1.4 Principe du traitement SAR bidimensionnel 19
1.4.1 Modèle du signal reçu 19
1.4.2 Principe de reconstruction ou inversion 21
1.5 Moyens de mesure à l'ONERA 23
1.6 Conclusion 24

Chapitre 2
Introduction à l'analyse temps-fréquence **27**

2.1 Définition de la stationnarité 28
2.2 Limitations de la transformée de Fourier 28
2.3 Généralités sur les distributions temps-fréquence 30
2.3.1 Principe de covariance 30
2.3.2 Conservation de l'énergie et marginales 31
2.3.3 Conservation des supports 32
2.3.4 Définition des moments de la distribution 32

2.3.5 Conservation du produit scalaire 33
2.3.6 Conclusion 33
2.4 Les décompositions atomiques 33
2.4.1 La transformée de Fourier à court terme 33
2.4.2 La transformée en ondelettes continues 36
2.5 La classe de Cohen 38
2.5.1 La transformée de Wigner-Ville 39
2.5.2 La transformée de pseudo Wigner-Ville lissée 40
2.5.3 Autres méthodes de suppression des termes d'interférences 41
2.5.4 Méthodes de réallocation de la classe de Cohen 42
2.6 La classe affine 44
2.6.1 Approche temps-échelle introduite par P. Flandrin et O. Rioul 44
2.6.2 Approche temps-fréquence affine introduite par P. et J. Bertrand 45
2.6.3 La distribution affine unitaire : une solution particulière de la classe de Bertrand 46
subsubsectionQuelques proprié
2.6.4 Le scalogramme : une forme régularisée de la distribution affine unitaire . 47
2.7 Conclusion 49

Chapitre 3
Notions de polarimétrie radar cohérente **51**

3.1 Fondements mathématiques de la polarimétrie 52
3.1.1 Equations de Maxwell 52
3.1.2 Ellipse de polarisation 53
3.1.3 Le vecteur de Jones 54
3.1.4 Le vecteur de Stokes 55
3.1.5 La matrice de diffusion cohérente 56
3.2 Les décompositions cohérentes 57
3.2.1 La décomposition de Pauli 58
3.2.2 La décomposition de Krogager 59
3.2.3 La décomposition de Cameron 61
3.3 Les paramètres de Huynen 64
3.4 Le test de cohérence 68
3.4.1 Le test de cohérence des cibles distribuées 69
3.4.2 Le test de cohérence des cibles ponctuelles 70
3.4.3 Le test de cohérence 71
3.5 Exemple d'étude non-cohérente 72

3.5.1 Les opérateurs matriciels des études non-cohérentes 72
3.5.2 La décomposition Entropie, Anisotropie, paramètre Alpha 74
3.6 Conclusion 78

Chapitre 4
Mise en évidence des limitations de l'imagerie SAR par l'analyse temps-fréquence 81

4.1 Surface équivalente radar (SER) 82
4.2 Modèles issus de la théorie géométrique de la diffraction 85
4.2.1 Principe du modèle issu de la théorie géométrique de la diffraction 85
4.2.2 Exemple d'applications du modèle GTD 86
4.3 Les limitations de l'imagerie SAR 87
4.3.1 Le principe d'inversion de l'imagerie SAR n'est pas adapté aux diffuseurs anisotropes et dispersifs 87
4.3.2 Mise en évidence des limitations de l'imagerie SAR 88
4.3.3 Problématique sur les images très haute résolution (THR) 90
4.4 Concept d'hyperimages 91
4.4.1 Ondelettes bidimensionnelles 91
4.4.2 Transformée de Fourier à court terme bidimensionnelle 93
4.4.3 Transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle 94
4.4.4 Transformée de Pseudo-Wigner-Ville lissée bidimensionnelle 95
4.5 Résultats des Hyperimages en simulation 95
4.5.1 Scénario de simulation 95
4.5.2 Ondelettes bidimensionnelles 96
4.5.3 Transformée de Fourier à court terme bidimensionnelle 97
4.5.4 Transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle 99
4.5.5 Transformée de Pseudo-Wigner-Ville lissée bidimensionnelle 100
4.5.6 Spectrogramme réalloué bidimensionnel 102
4.6 Applications des hyperimages sur des données THR 103
4.6.1 Ondelettes bidimensionnelles 103
4.6.2 Transformée de Fourier à court terme bidimensionnelle 105
4.6.3 Transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle 106
4.7 Conclusion 108

Chapitre 5
Caractérisation des diffuseurs par l'analyse temps-fréquence et la polarimétrie 109

5.1 Deux approches possibles 110
5.1.1 Approche par fusion de données 110
5.1.2 Approche par hyperimages polarimétriques 111
5.2 Application aux données polarimétriques de l'analyse temps-fréquence 112
5.3 Description des mesures de la cible test 114
5.4 Représentations du comportement polarimétrique des diffuseurs 116
5.4.1 Le Span étendu 116
5.4.2 Hyperimages polarimétriques de Pauli 118
5.4.3 Hyperimages polarimétriques de Krogager 120
5.4.4 Hyperimages polarimétriques de Cameron 121
5.5 Interprétation des hyperimages polarimétriques 123
5.5.1 Le span étendu : une représentation énergétique 123
5.5.2 Les hyperimages de Krogager, Pauli, et Cameron : des représentations du comportement polarimétrique 125
5.6 Interprétation de la formation d'images par le Span étendu 128
5.7 Compromis de résolution : Principe d'incertitude dit d'Heisenberg 129
5.8 Conclusion 132

Chapitre 6
Classifications basées sur les représentations hyperimages polarimétriques 133

6.1 Paramètres caractéristiques de l'anisotropie et de la dispersivité au sens énergétique du terme 134
6.1.1 Densité marginale en fréquence 135
6.1.2 Densité marginale en angle 137
6.2 Paramètres caractéristiques de la non-stationnarité polarimétrique 139
6.2.1 Entropie définie à l'aide des hyperimages polarimétriques de Krogager . . 139
6.2.2 Entropie définie à l'aide des hyperimages polarimétriques de Cameron . . 141
6.2.3 Répartition énergétique des contributions polarimétriques des hyperimages polarimétriques de Krogager 143
6.2.4 Répartition énergétique des classes polarimétriques des hyperimages polarimétriques de Cameron 146
6.3 Classification supervisée établie à partir de la répartition énergétique des classes polarimétriques des hyperimages polarimétriques de Cameron 148

6.4 Classification comportementale des diffuseurs, ... 148
6.5 Conclusion 152

Conclusion **153**

Annexe A
Classification supervisée par reseaux de neurones basée sur des signatures polarimétriques temps-fréquence **155**

A.1 Le neurone biologique 155
A.1.1 La cellule nerveuse 155
A.1.2 Modélisation du neurone 156
A.2 Le perceptron multi-couches ou multi-layer perceptron (MLP) 158
A.2.1 Introduction 158
A.2.2 Modèle du MLP 159
A.2.3 Le MLP dans les applications de classification 161
A.2.4 L'apprentissage 161
A.3 Application des reseaux de neurone aux hyperimages polarimétriques 164
A.3.1 Problématique 164
A.3.2 Architecture du reseau de neurone 164
A.3.3 Base d'apprentissage 165
A.3.4 Résultats 170
A.4 Conclusion 172

Annexes **155**

Annexe B
Classification supervisée des diffuseurs en imagerie RSO basée sur les signatures polarimétrique non-cohérente temps-fréquence **175**

Annexe C
Production scientifique **181**

C.1 Publications 181
C.1.1 Revues 181
C.1.2 Conférences 181
C.2 Transfert de connaissances 182

Bibliographie **185**

Table des figures

1.1 Le pouvoir de résolution en azimut est inversement proportionnel à la dimension D de l'antenne. . . . 6
1.2 Modes d'acquisition Stripmap et spotlight. . . . 7
1.3 Géométrie du modèle de diffusion en portée. . . . 8
1.4 Principe de réflexion sur le premier diffuseur. . . . 8
1.5 Signal d'émission à bande fréquentielle limitée. . . . 10
1.6 Distribution spatiale des réflecteurs dans le cas d'un signal d'émission à bande infinie (en haut) et à bande limitée (en dessous). . . . 12
1.7 Résultat du scénario de simulation reconstruit par filtrage adapté. . . . 13
1.8 Définition de la résolution en distance radiale. . . . 14
1.9 Géométrie du modèle de mesure en azimut. . . . 16
1.10 Résultat du scénario de simulation reconstruit par filtrage adapté. . . . 19
1.11 Géométrie du modèle de diffusion en SAR. . . . 20
1.12 Algorithme RMA. . . . 21
1.13 Interpolation de Stolt. . . . 22
1.14 Résultat de la simulation de l'algorithme RMA. . . . 23
1.15 Le transall C260 transportant le radar RAMSES. . . . 24

2.1 Evolution temporelle du signal non-stationnaire. . . . 29
2.2 Spectre du signal non-stationnaire. . . . 30
2.3 Spectrogramme du signal non-stationnaire. . . . 35
2.4 Transformée en ondelettes continues du signal non-stationnaire. . . . 37
2.5 Transformée de Wigner-Ville du signal non-stationnaire. . . . 40
2.6 Transformée de pseudo Wigner-Ville lissée du signal non-stationnaire. . . . 42
2.7 Spectrogramme réalloué du signal non-stationnaire. . . . 45
2.8 Distribution affine unitaire du signal non-stationnaire. . . . 48

3.1 Ellipse de polarisation décrite par le champ électrique. . . . 54
3.2 Span d'une image SAR de la région de Brétigny. . . . 58
3.3 Décomposition de Pauli d'une image SAR de la région de Brétigny : α en bleu, β en rouge et γ en vert. . . . 59
3.4 Décomposition de Krogager d'une image SAR de la région de Brétigny : k_s en bleu, k_d en rouge et k_h en vert. . . . 61
3.5 Technique de classification basée sur la décomposition de Cameron . . . 64
3.6 Classification de Cameron d'une image SAR de la région de Brétigny. . . . 65
3.7 Paramètres de Huynen B0+B en rouge, B0-B en vert, 2A0 en bleu, d'une image SAR de la région de Brétigny. . . . 66

3.8 Peignes correspondant à quelques interactions canoniques 67
3.9 Classification basée sur les paramètres de Huynen d'une image SAR de la région de Brétigny. 68
3.10 Degré de cohérence des cibles distribuées d'une image SAR de la région de Brétigny. 69
3.11 Diffuseurs ponctuels identifiés comme cohérents sur une image SAR de la région de Brétigny. 70
3.12 Test de cohérence développé par Touzi 71
3.13 Diffuseurs identifiés comme cohérents par le test de cohérence sur une image SAR de la région de Brétigny. 72
3.14 Entropie de l'image SAR de la région de Brétigny. 75
3.15 Anisotropie de l'image SAR de la région de Brétigny. 76
3.16 Paramètre alpha moyen de l'image SAR de la région de Brétigny. 76
3.17 Plan H/Alpha segmenté en huit régions. 77
3.18 Résultat de la classification selon les paramètres H/alpha de l'image SAR de la région de Brétigny. 78

4.1 Exemple de SER maximale de cibles canoniques. 83
4.2 Exemple de l'ordre de grandeur de SER de différentes cibles. 84
4.3 Image SAR d'une plaque simulée par le modèle GTD. 86
4.4 Réponse fréquence angle d'une plaque simulée par le modèle GTD. 87
4.5 Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs et image full résolution de la reconstruction par RMA. 89
4.6 Mise en évidence de la dispersion des diffuseurs sur des images THR 90
4.7 Mise en évidence de la dispersion des diffuseurs sur des images THR 91
4.8 Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par la transformée en ondelettes 2D 97
4.9 Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par le spectrogramme 2D 98
4.10 Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par la transformée de Wigner-Ville 2D 100
4.11 Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par la transformée de pseudo Wigner-Ville Lissée 2D 101
4.12 Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par le spectrogramme réalloué 2D 102
4.13 Image très haute résolution d'un hélicoptère 103
4.14 Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par la transformée en ondelettes continues 2D 104
4.15 Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par le spectrogramme bidimensionnelle 106
4.16 Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par la transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle 107

5.1 Approche par fusion de données. 110
5.2 Approche par hyperimages polarimétriques. 111
5.3 Schéma de la maquette de missile "Cyrano". 114
5.4 Données de chambre anechoïque et image du missile "Cyrano". 115
5.5 Algorithme de construction des hyperimages polarimétriques. 116

5.6 Evolution de la réponse énergétique fréquence/angle des diffuseurs, obtenue par le Span étendu. . . . 118
5.7 Evolution de la réponse polarimétrique des diffuseurs, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite de la décomposition de Pauli appliquée à l'hyper-matrice de diffusion. Codage RGB : α en bleu, β en rouge, γ en vert. . 119
5.8 Evolution de la réponse polarimétrique des diffuseurs, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite de la décomposition de Krogager appliquée à l'hyper-matrice de diffusion. Codage RGB : K_s en bleu, K_d en rouge, K_h en vert. . . . 121
5.9 Evolution de la réponse polarimétrique des diffuseurs, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite de la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion. . . . 123
5.10 Evolution de l'orientation de Huynen des diffuseurs, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite de la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion. . . . 124
5.11 Images du span de Cyrano obtenues pour différents domaines d'intégration et donc pour différentes résolutions. . . . 129
5.12 Evolution de la réponse énergétique fréquence/angle des diffuseurs, obtenue par le Span étendu avec différentes ondelettes. . . . 130
5.13 Evolution de la réponse polarimétrique fréquence/angle des diffuseurs, obtenue par l'hyperimage de Cameron avec différentes ondelettes. . . . 131

6.1 Différents états possibles d'un diffuseur mis en évidences par les hyperimages polarimétriques. . . . 134
6.2 Evolution de la réponse énergétique des diffuseurs, en fonction de la fréquence émise, extraite de la densité marginale en fréquence. . . . 136
6.3 Evolution de la réponse énergétique des diffuseurs, en fonction de l'angle d'observation, extraite de la densité marginale en angle. . . . 138
6.4 Evolution de l'entropie, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite des hyperimages polarimétriques de Krogager. . . . 140
6.5 Evolution de l'entropie, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite des hyperimages polarimétriques de Cameron. . . . 142
6.6 Répartition énergétique des contributions polarimétriques, extraite des hyperimages polarimétriques de Krogager. . . . 144
6.7 Répartition énergétique des classes, extraite des hyperimages polarimétriques de Cameron. . . . 147
6.8 Répartition énergétique des classes, extraite des hyperimages polarimétriques de Cameron et du test de cohérence de Touzi. . . . 148
6.9 Algorithme de classification supervisée basée sur la densité énergétique de classe. 149
6.10 Classification des diffuseurs. . . . 149
6.11 Algorithme de classification comportementale. . . . 150
6.12 Résultat de la classification de l'image de chambre anéchoïque du missile Cyrano. 151
6.13 Résultat de la classification de l'image SAR de la région de Brétigny. . . . 151

A.1 Schéma d'une cellule nerveuse : le neurone (wikipedia). . . . 156
A.2 Evolution de la quantité de neuromédiateur fixé sur les récepteurs. . . . 157
A.3 Modèle du neurone biologique. . . . 158
A.4 Structure du multi-layer perceptron à trois couches. . . . 159

A.5 Domaine de décision du multi-layer perceptron. 162
A.6 Structure du multi-layer perceptron à une couche cachée. 165
A.7 Base d'apprentissage du span étendu pour des cibles dont l'orientation est de 0°. . 167
A.8 Base d'apprentissage des hyperimages de Pauli pour des cibles dont l'orientation est de 0°. 168
A.9 Base d'apprentissage des hyperimages de Krogager pour des cibles dont l'orientation est de 0°. 169
A.10 Base d'apprentissage des hyperimages de Cameron pour des cibles dont l'orientation est de 0°. 170
A.11 Résultats de la classification supervisée par réseau de neurones à partir des signatures polarimétriques temps-fréquence extraites du Span étendu. 171
A.12 Résultats de la classification supervisée par réseau de neurones à partir des signatures polarimétriques temps-fréquence extraites de l'hyperimage de Pauli. 172
A.13 Résultats de la classification supervisée par réseau de neurones à partir des signatures polarimétriques temps-fréquence extraites de l'hyperimage de Krogager. . . 173
A.14 Résultats de la classification supervisée par réseau de neurones à partir des signatures polarimétriques temps-fréquence extraites de l'hyperimage de Cameron. . . 174

Introduction générale

La télédétection, détection à distance, a connu un essor considérable ces dernières années. Elle rassemble l'ensemble des connaissances et techniques utilisées pour déterminer, au moyen de mesures effectuées à distance, les caractéristiques physiques et biologiques des phénomènes. La télédétection s'effectue au moyen d'équipements (capteurs optiques, scanner infrarouge, lidar, radar,...) embarqués dans des satellites ou des avions (porteurs). Les capteurs enregistrent le rayonnement électromagnétique provenant de la surface terrestre. On distingue, d'une part, la télédétection active (radar, lidar,...) dont le rayonnement électromagnétique est émis par le capteur, d'autre part, la télédétection passive (caméra optique, scanner infrarouge,...) qui utilise le rayonnement électromagnétique émis par une source extérieure (par exemple, le soleil). Du fait que le radar soit un système actif, la télédétection radar présente certains avantages. D'une part, l'atmosphère est transparente aux bandes de fréquence utilisées par les systèmes radar, ainsi ces systèmes peuvent fonctionner quelles que soient les conditions météorologiques contrairement aux systèmes optiques, infrarouges et ultraviolets. D'autre part, en tant que système actif, le radar peut être utilisé de jour comme de nuit dans la mesure où il dispose de sa propre source de rayonnement. Ces avantages se sont traduits par une expansion de la télédétection radar, que ce soit dans son utilisation, l'observation par radar est de nos jours utilisée dans tous les champs de recherche ayant trait à la connaissance de la terre d'un point de vue civil et à la surveillance d'un point de vue militaire, ou par la multiplication des systèmes aéroportés comme le capteur RAMSES de l'office national d'études et de recherches aérospatiales (ONERA).

Le principe de fonctionnement du radar (RAdio Detection And Ranging) est simple. Le radar émet une onde électromagnétique, la cible la rétrodiffuse et le radar mesure le signal rétrodiffusé. La connaissance de la célérité de l'onde électromagnétique permet de déterminer la distance radar-cible, et l'information sur la phase permet de générer des images bidimensionnelles. La qualité des images radar est évaluée par la résolution, c'est-à-dire le pouvoir de séparer deux niveaux du signal. Les résolutions radiale et transverse des images sont respectivement proportionnelles inversement à la bande fréquentielle d'émission et à la dimension de l'antenne radar. Pour améliorer la résolution transverse, on utilise le déplacement de l'antenne pour former une antenne virtuelle de plus grande dimension : ce procédé s'appelle Radar à Ouverture Synthétique (ROS) ou Synthetic Aperture Radar (SAR) en anglais, qui a donc, pour objectif de former des images de haute résolution. L'imagerie SAR connaît de nombreuses applications. Par exemple, la polarimétrie radar exploite le champ vectoriel de l'onde électromagnétique. La polarimétrie radar analyse les changements d'état de polarisation d'une onde au contact d'une cible pour en extraire des informations. Une autre application est l'interférométrie radar. Par l'utilisation d'images d'une même scène, acquises dans différentes conditions, une carte d'élévation peut être obtenue dont la qualité est mesurée par la cohérence interférométrique. L'interférométrie radar permet donc de générer des modèles numériques de terrain (MNT).

Malgré les applications diverses de l'imagerie SAR, cette dernière repose sur des hypothèses fortes qui ne sont pas forcément réalistes. En effet, l'imagerie SAR considère les cibles comme

étant un ensemble de diffuseurs ponctuels, isotropes, et non-dispersifs. On entend par isotrope, le fait que la réponse des diffuseurs est indépendante de l'angle sous lequel ils sont vus, et par non-dispersif, le fait que la réponse des diffuseurs est constante dans la bande de fréquence émise. Certes, ces hypothèses ne sont pas réalistes comme le montrent les mesures de section efficace radar (SER) mais l'imagerie SAR fournissait des résultats cohérents jusqu'à nos jours. Cependant, les nouvelles applications radar, telles que l'imagerie radar très haute résolution (THR), utilisent une large bande d'émission, de l'ordre du gigahertz, et une forte excursion angulaire, de l'ordre d'une dizaine de degrés. Ces nouvelles applications rendent donc ces hypothèses obsolètes. Par conséquent, l'imagerie SAR ne semble donc pas adaptée à imager des diffuseurs anisotropes et dispersifs. De plus, l'imagerie SAR est une source d'information, il s'agit donc de savoir en quoi elle nous renseigne sur ces non-stationnarités, c'est-à-dire l'anisotropie et la dispersivité.

Des études utilisant deux approches différentes ont été menées. La première approche consiste à décomposer une image pleine résolution en une base de sous-images à des angles d'observation différents. C'est le principe des sous-ouvertures. Des travaux ont élaboré des méthodes statistiques de détection des diffuseurs anisotropes par champs de Markov cachés à partir de la décomposition en sous-ouvertures [RNMC01]. Dans la même voie, des études basées sur les tests statistiques et la distribution de Wishart ont conduit à la détection des non-stationnarités polarimétriques, c'est-à-dire des diffuseurs dont le comportement polarimétrique varie de manière azimutale, et à l'élimination de l'influence de rétrodiffusion azimutale des variations polarimétriques [FFRPB03a], [FFBPR03], [FFRPB03b], [FFRP03]. Cependant, la méthode des sous-ouvertures présente certaines limites. En effet, elle décompose le signal selon différents angles d'observation et ne permet pas ainsi l'étude de la dispersivité. De plus, elle ne donne pas accès aux informations sur l'anisotropie et la dispersivité. Enfin, ces études n'ont concerné que les milieux naturels.

La seconde approche est basée sur l'analyse temps-fréquence. En effet, l'anisotropie et la dispersivité peuvent être vues comme des non-stationnarités, et l'outil usuel pour étudier les non-stationnarités est l'analyse temps-fréquence. Une première étude basée sur l'ondelette continue bidimensionnelle permet de générer des hyperimages (images à quatre dimension) qui peuvent représenter l'information énergétique en fonction de la fréquence émise et de l'angle d'observation. Cette étude a mis en évidence la coloration et l'anisotropie de certains diffuseurs sur des images SAR [OVC$^+$03], [Tri05], [TOV$^+$04b]. A partir de la transformée en ondelettes continues, de premières applications ont été élaborées. Tout d'abord un algorithme d'extraction de cible. Il s'agit de sélectionner manuellement une signature fréquence-angle de référence, puis de corréler les réponses des diffuseurs avec cette signature [Tri05], [TOV$^+$04a], [TOV$^+$07]. Cette approche est limitée même si les résultats semblent satisfaisants. En effet, elle repose sur l'hypothèse que tous les diffuseurs de la cible ont la même réponse fréquence-angle, ce qui n'est pas prouvé. De plus, dans le cadre de la caractérisation de cible, identifier deux cibles identiques par leurs réponses fréquence-angle n'est possible que si elles ont la même orientation. Ensuite, des applications touchant la polarimétrie radar et l'interférométrie radar ont été développées. Ainsi, la transformée en ondelettes continues a été appliquée sur des données polarimétriques en vue de maximiser certains paramètres, telle l'entropie dans le cadre de la décomposition $H/A/\alpha$ [CT04], [CTTS$^+$05]. Les résultats obtenus conduisent à une amélioration du contraste. Cependant, cette maximisation ne repose sur aucun argument physique. Dans le cadre de l'interférométrie radar, il s'agit d'une optimisation de la cohérence interférométrique qui conduit à un effet de lissage de la carte d'élévation et à une meilleure séparation de la cohérence du sol de celles des cibles de différentes hauteurs [CT04], [CTTS$^+$05]. L'effet de lissage est à relativiser dans la mesure où l'on peut envisager qu'il soit causé par l'effet banc de filtre des ondelettes. Cette première étude a permis de mettre en évidence l'anisotropie et dispersivité de certains diffuseurs sur des images SAR par l'utilisation d'une transformée d'analyse temps-fréquence, la transformée par ondelettes

continues. Cependant les applications tirées de cette méthode sont plus discutables. Une seconde étude, basée sur une autre transformée temps-fréquence, la transformée de Fourier à court terme, a été réalisée. Cette transformée est utilisée avec une fenêtre gaussienne et s'apparente à une transformée de Gabor. Cette transformée est utilisée de manière équivalente à la transformée en ondelettes continues et est utilisée sur des données polarimétriques. La première partie de l'étude concerne les milieux naturels et applique les méthodes utilisées par la décomposition en sous-ouverture. Il s'agit de la détection de diffuseurs non-stationnaires polarimétriquement et l'élimination de leurs effets lors de l'intégration SAR [FFRP04], [FFRP05]. La seconde partie de l'étude concerne les milieux urbains. Par utilisation de l'information fréquence-angle obtenue par la transformée de Fourier à court terme, des études polarimétriques non-cohérentes, une classification phénoménologique a été développée. Il s'agit de classifier les diffuseurs selon s'ils sont stationnaires et aléatoires, stables, anisotropes, anisotropes et cohérents [FFLRP05], [FFP04], [FFP05a], [FFP05b], [FFP06], [Led06]. Cette partie de l'étude a montré que les cibles déterministes étaient plutôt anisotropes cependant cette étude s'est peu intéressée aux phénomènes de dispersivité.

Le fait que l'imagerie SAR ne prenne pas en compte l'anisotropie et la dispersivité des diffuseurs a donc déjà donné lieu à plusieurs études. Deux voies de réflexion ont été proposées. La première, la décomposition par sous-ouvertures, a permis la détection de diffuseurs anisotropes, et l'élimination de l'effet de non-stationnarité. D'emblée l'utilité de la polarimétrie radar dans ce type d'étude s'est révélée pertinente. Cependant, la décomposition par sous-ouvertures ne permet pas d'accéder à l'information d'anisotropie et de dispersivité. La seconde voie de réflexion semble répondre à cette problématique par l'utilisation d'outils temps-fréquence. Elle permet d'accéder à l'information d'anisotropie et de dispersivité et a mis en évidence la non-stationnairité de certains diffuseurs, soit en terme d'énergie, soit en terme de comportement polarimétrique. De plus, des études sur les milieux urbains ont mis en évidence que les bâtiments, cibles déterministes étaient plutôt anisotropes. Cependant ces études se sont restreintes à deux transformées temps-fréquence, elles se sont penchées sur les milieux naturels et urbains, c'est-à-dire sur les cibles non-déterministes. Enfin, elles ont trés peu étudié la dispersivité, et elles n'ont pas relié l'information d'anisotropie et de dispersivité aux caractéristiques des cibles.

L'objet de cette thèse est donc l'étude de l'analyse temps-fréquence appliquée à l'imagerie SAR polarimétrique. Elle consiste à étudier l'information fournie par l'analyse temps-fréquence sur l'anisotropie et la dispersivité tout en ne se limitant pas à deux transformées comme la transformée en ondelettes continues ou la transformé de Fourier à court terme. Elle a également comme objectif de caractériser les diffuseurs par l'utilisation conjointe de l'information fournie par l'analyse temps-fréquence et celle issue de la polarimétrie radar. Cette phase de caractérisation est orientée de telle manière à relier l'information d'anisotropie et de dispersivité aux caractéristiques des cibles. Enfin nous nous intéresserons plus particulièrement aux cibles déterministes car elles semblent présenter des phénomènes d'anisotropie et de dispersivité significatifs.

Dans le chapitre 1, on revient sur le principe de formation d'une image SAR. Pour cela, les hypothèses du modèle des "points brillants" sont présentées, le signal reçue par le radar est modélisé dans le cadre d'une approximation bidimensionnelle, la règle d'inversion par filtrage adapté est proposée et l'algorithme de formation d'images en vigueur à l'ONERA, c'est à dire le " Range Migration Algorithm" est détaillé. Enfin, les moyens de mesure en service à l'ONERA sont rapidement présentés.

Dans le chapitre 2, on introduit les bases de l'analyse temps-fréquence. Pour cela, on revient sur les limitations de l'outil usuel en traitement de signal : la transformée de Fourier. Puis on montre que l'analyse temps-fréquence comble ces lacunes dans le cadre de l'étude des signaux stationnaires en proposant soit des décompositions atomiques, soit des répartitions d'énergie selon

les deux variables que sont le temps et la fréquence. Les propriétés générales des distributions temps-fréquences sont abordées et les deux grandes classes de solutions, la classe de Cohen et la classe Affine sont présentées.

Dans le chapitre 3, on présente les bases de la polarimétrie radar cohérente. Pourquoi utilise-t-on la polarimétrie radar cohérente ? Car on s'intéresse aux cibles déterministes. On introduit donc les principaux outils de la polarimétrie cohérente, c'est-à-dire les décompositions cohérentes. A partir d'exemples, on démontre l'apport d'information de la polarimétrie. On ne se limite pas qu'aux décompositions cohérentes dans la mesure où l'on présente une décomposition de la matrice de cohérence.

Dans le chapitre 4, on met en évidence les limitations de l'imagerie SAR. Pour cela, on revient sur des notions théoriques comme la surface équivalente radar, ou les modèles issus de la "geometry theory of diffraction". On définit le concept d'hyperimage que l'on généralise à plusieurs distributions temps-fréquence. Ce principe est validé sur des simulations. Puis on applique le concept d'hyperimage sur des données THR, afin de mettre en évidence les limitations de l'imagerie SAR.

Dans le chapitre 5, le but est d'utiliser le concept d'hyperimage et la polarimétrie radar cohérente afin de caractériser les diffuseurs. Deux approches étaient possibles et l'on a opté pour le principe des hyperimages polarimétriques. Ces représentations ont été testées sur des données de chambre anéchoïque où la vérité-cible est connue. L'objectif étant d'une part, relier l'information d'anisotropie et de dispersivité aux caractéristiques de la cible, d'autre part caractériser globalement les diffuseurs.

Dans le chapitre 6, l'objectif est d'utiliser les résultats du chapitre 5 afin de classifier les diffuseurs. Pour cela, des paramètres caractéristiques sont extraits des représentations que sont les hyperimages polarimétriques Puis une première classification supervisée est élaborée et testée sur image SAR. Puis une classification hiérarchique et comportementale des diffuseurs est proposée. Cette classification est validée sur des données de chambre anéchoïque avant d'être testée sur image SAR.

1

Principe de l'imagerie SAR

Sommaire

1.1 Intérêt de l'imagerie SAR 5
1.2 Principe du traitement SAR en distance 7
1.2.1 Modèle du signal reçu 7
1.2.2 Principe de reconstruction ou inversion du modèle 9
1.2.3 Le filtrage adapté 11
1.2.4 La résolution radiale 13
1.3 Principe du traitement SAR en azimut 13
1.3.1 Modèle du signal reçu 14
1.3.2 Principe de reconstruction ou inversion du signal reçu 16
1.3.3 La résolution transverse 18
1.4 Principe du traitement SAR bidimensionnel 19
1.4.1 Modèle du signal reçu 19
1.4.2 Principe de reconstruction ou inversion 21
1.5 Moyens de mesure à l'ONERA 23
1.6 Conclusion 24

1.1 Intérêt de l'imagerie SAR

En imagerie radar classique, par une approximation de la largeur du lobe principal du diagramme de rayonnement d'une antenne pour une géométrie particulière, l'angle d'ouverture de l'antenne $\delta\theta$ est inversement proportionnel à la dimension D de l'antenne [GT97] :

$$\delta\theta = \frac{\lambda}{D} \tag{1.1}$$

où λ est la longueur d'onde du rayonnement électromagnétique émis par le radar.

En conséquence, la zone éclairée à la distance R du radar aura une étendue transverse δy telle que :

$$\begin{aligned} \delta y &\simeq R\delta\theta \\ &= \frac{R\lambda}{D} \end{aligned} \tag{1.2}$$

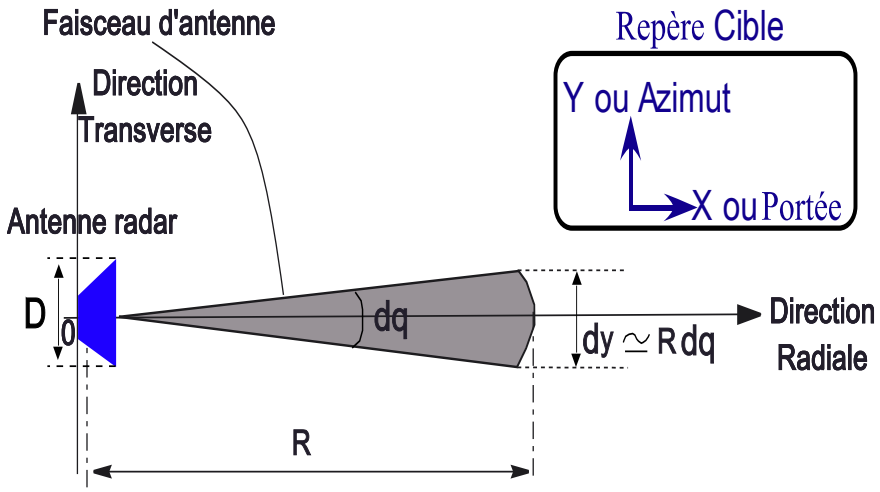


FIG. 1.1 – Le pouvoir de résolution en azimut est inversement proportionnel à la dimension D de l'antenne.

Cette étendue δy définit le pouvoir de résolution transverse sur la figure 1.1. La résolution transverse caractérise l'aptitude à séparer les réponses des deux réflecteurs sur l'axe transverse. Ce pouvoir de résolution transverse sera d'autant meilleur que l'étendue δy sera petite. D'après l'équation (1.2), δy est inversement proportionnelle à la dimension D de l'antenne. Par conséquent, pour une distance R donnée, plus la dimension de l'antenne sera grande, plus la résolution tranverse sera améliorée. Supposons, par exemple, un rayonnement émis de longueur d'onde $\lambda = 0.03$ m et une distance antenne/cible $R = 4000$ m. Avec ces paramètres, pour obtenir une résolution transverse $\delta = 25cm$, il faut que l'antenne physique soit de dimension :

$$D = \frac{\lambda R}{\delta y} = \frac{0.03 \times 4000}{0.25} = 480 \ \text{ m} \tag{1.3}$$

Ce qui est bien sûr non-réalisable en pratique.

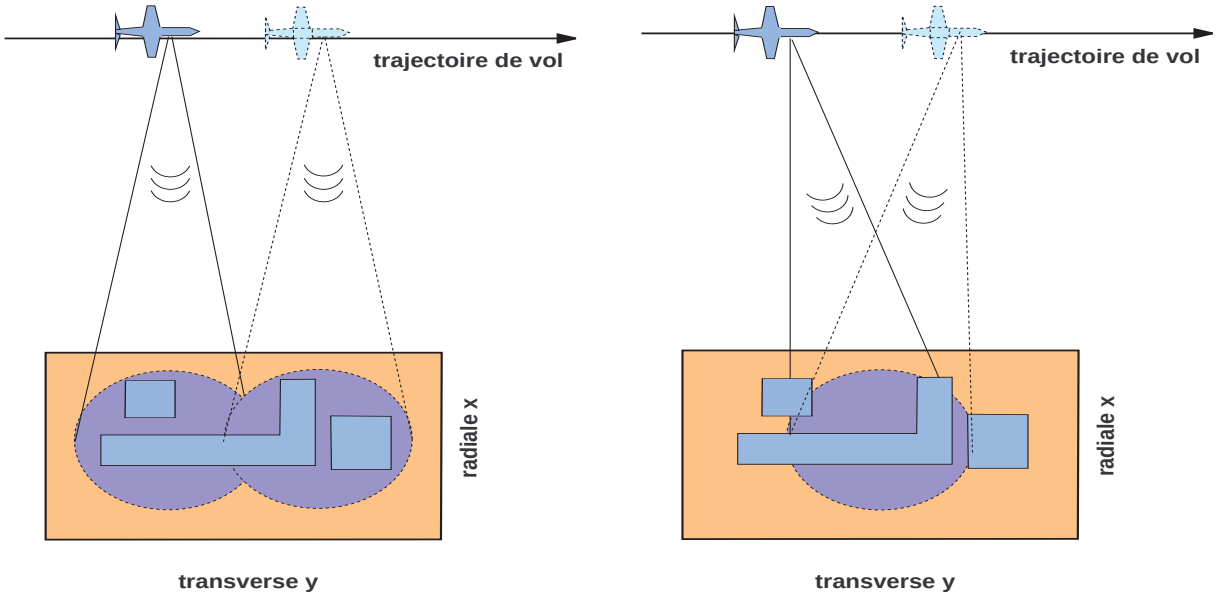
L'imagerie radar à ouverture synthétique ou imagerie SAR comble cette lacune. En utilisant le déplacement du porteur (avion ou satellite) afin de générer une antenne synthétique de plus grande dimension, l'imagerie SAR, permet d'obtenir la résolution en azimut désirée. L'imagerie SAR permet donc de construire des images à haute résolution. Elle peut fonctionner selon deux modes d'acquisition.

Parmi les modes d'acquisition des données SAR, on distingue (voir figure 1.2) :

- Le mode ***stripmap*** : L'antenne radar garde la même direction de pointage tout au long du trajet de vol. Ce mode permet de former des images de grande dimension transverse.

- Le mode ***spotlight*** : L'antenne éclaire toujours la même zone du sol à mesure que l'avion se déplace. Ce procédé a pour objectif d'obtenir des images de meilleure qualité que celles qui sont obtenues à partir du mode stripmap [GT97], c'est à dire de meilleure résolution transverse puisque l'ouverture angulaire en azimut $\Delta\theta$ est plus importante. En effet, la résolution transverse est proportionnelle au secteur angulaire azimutal d'illumination : l'angle azimutal est l'angle sous lequel est vue la cible.

Pour comprendre la formation d'image SAR et ses limitations, il faut étudier son principe de formation. Pour cela on distingue le traitement en portée, traitement conventionnel en radar et



(a) Mode stripmap (b) Mode spotlight

FIG. 1.2 – Modes d'acquisition Stripmap et spotlight.

le traitement en azimut, traitement particulier à l'imagerie SAR.

1.2 Principe du traitement SAR en distance

1.2.1 Modèle du signal reçu

L'imagerie radar considère une scène comme un ensemble de points brillants, c'est à dire comme un ensemble de diffuseurs ponctuels, isotropes et non-dispersifs. On entend par isotrope le fait que le diffuseur renvoie la même énergie dans toutes les directions. On entend par non-dispersif, le fait que le diffuseur renvoie la même énergie quelle que soit la fréquence émise. Ainsi, la réflectivité des diffuseurs σ_i sera considérée comme isotrope et non-dispersive alors qu'en réalité elle dépend de plusieurs paramètres.

Prenons une région cible, où les diffuseurs sont répartis en portée dans la zone $[X_c - X_0, X_c + X_0]$. Cette zone est illuminée par le radar situé en $x = 0$ (cf. figure 1.3). Ce radar émet un signal $p(t)$ dépendant du temps et de durée finie. Dans notre modèle, nous ne prenons pas en compte, le diagramme de rayonnement de l'antenne en considérant dans le cas présent que notre antenne est isotrope.

Le signal $p(t)$ atteint la première cible à un temps $t_1 = \frac{x_1}{c}$ où c est la célérité de l'onde électromagnétique :

$$p(t - t_1) \tag{1.4}$$

Après réflexion sur la première cible le signal, voir figure 1.4, est de la forme :

$$\sigma_1 p(t - t_1) \tag{1.5}$$

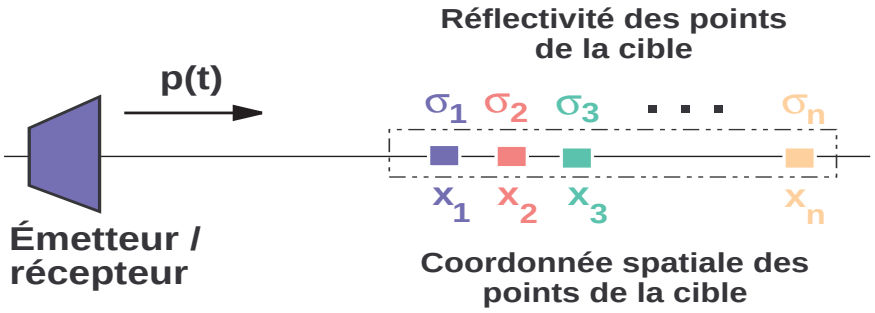


FIG. 1.3 – Géométrie du modèle de diffusion en portée.

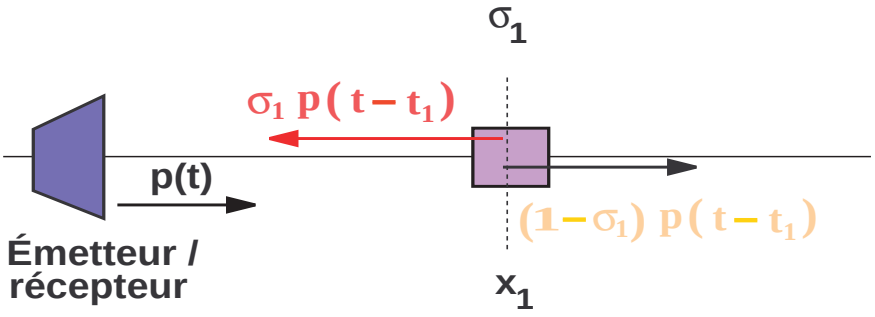


FIG. 1.4 – Principe de réflexion sur le premier diffuseur.

Le radar situé en $x = 0$ enregistre donc le signal :

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \sigma_1 p(t - t_1 - t_1) \\ &= \sigma_1 p(t - 2t_1) \end{aligned} \tag{1.6}$$

La fraction du champs électromagnétique du signal qui sera transmise au second diffuseur est de la forme :

$$p(t - t_1) - \sigma_1 p(t - t_1) = (1 - \sigma_1) p(t - t_1) \tag{1.7}$$

On considère que l'amplitude est plus faible que un :

$$|\sigma_1| \ll 1 \tag{1.8}$$

En effet, dans ce modèle 1D, on ne tient pas compte du fait que les diffuseurs rayonnent dans toutes les directions de l'espace. Ainsi, la fraction du champs transmise, en réalité, n'est donc pas $(1 - \sigma_1)$, mais est bien plus faible. Ainsi, la fraction du champs électromagnétique transmise vers la seconde cible est de la forme :

$$(1 - \sigma_1) p(t - t_1) \simeq p(t - t_1) \tag{1.9}$$

Ce qui implique que le signal atteint la seconde cible avec un retard $t_2 = \frac{x_2}{c}$ soit $p(t - t_2)$. Le signal n'est pas affecté par la réflexion sur la première cible. Suite à l'analyse faite sur la première cible on peut déterminer le signal reçu de la seconde cible :

$$s_2(t) = \sigma_2 p(t - 2t_2) \tag{1.10}$$

Le radar enregistre donc l'écho provenant de tous les différents diffuseurs de l'aire éclairée, ce qui permet de représenter le signal suivant comme la somme des ondes réfléchies des cibles :

$$s(t) = \sum_{i=1}^{n} s_i(t) \tag{1.11}$$

$$s(t) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i p(t - 2t_i) \tag{1.12}$$

où $t_i = \frac{x_i}{c}$.

Le signal reçu a été modélisé. Il s'agit maintenant de retrouver l'information de distance radar/cible et de réflectivité des diffuseurs. C'est le rôle de l'inversion.

1.2.2 Principe de reconstruction ou inversion du modèle

Notre objectif dans ce problème d'imagerie radar est de retrouver la réflectivité des cibles et leur position à partir du signal reçu. Pour cela, réécrivons le signal reçu de la relation 1.12 sous la forme d'un produit de convolution :

$$s(t) = p(t) \otimes I_0(x) \tag{1.13}$$

avec $x = \frac{ct}{2}$ et où :

$$I_0(x) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \delta(x - x_i) \tag{1.14}$$

$I_0(x)$ est l'image monodimensionnelle qui fournit la répartition spatiale des réflecteurs : elle s'exprime idéalement comme une somme de distributions de Dirac localisées aux coordonnées des réflecteurs et d'amplitudes égales aux coefficients de réflexion respectifs de ces réflecteurs.

Comme nous l'avons rappelé, notre but est de reconstituer l'image $I_0(x)$ à partir du signal s(t). Il s'agit donc d'un problème de déconvolution de source [Sou94].

L'inversion ou déconvolution se formule en prenant la transformée de Fourier temporelle à chaque membre de l'équation. Le modèle réécrit en fréquence se définit par :

$$S(f) = P(f)H_0(k_x) \tag{1.15}$$

où :

$$\begin{aligned} S(f) &= TF_{t\to f}(s(t)) \\ P(f) &= TF_{t\to f}(p(t)) \\ H_0(k_x) &= TF_{x\to k_x}(I_0(x)) \end{aligned} \tag{1.16}$$

avec f et $k_x = \frac{2f}{c}$ les fréquences temporelle et spatiale.

A partir de cette équation, l'inversion prend tout son sens, puisque le spectre de l'image peut être calculé :

$$H_0(k_x) = \frac{S(f)}{P(f)} \tag{1.17}$$

Bien entendu cette inversion est possible si le spectre d'émission $P(f)$ est à bande infinie avec toutes ses composantes non-nulles. Le spectre $H_0(k_x)$ s'explicite en appliquant la transformée de Fourier temporelle à chaque membre de l'équation du signal reçu relation 1.12.

$$\begin{aligned} H_0(k_x) &= \frac{S(f)}{P(f)} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i P(f) \exp(-2\pi j f \frac{2x_i}{c})}{P(f)} \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \exp(-2\pi k_x x_i) \qquad (1.18) \end{aligned}$$

$$(1.19)$$

La distribution spatiale des réflecteurs $I_0(x)$ est alors reconstruite par simple transformée de Fourier inverse appliquée au spectre $H_0(k_x)$:

$$\begin{aligned} I_0(x) &= TF^{-1}_{k_x \to x}(H_0(k_x)) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \delta(x - x_i) \qquad (1.20) \end{aligned}$$

En pratique, le spectre d'émission $P(f)$ est centré autour d'une fréquence centrale f_c et de largeur Δf (voir figure 1.5).

$$P(f) \begin{cases} \neq 0 & \text{si f} \in \left[f_c - \frac{\Delta f}{2}, f_c + \frac{\Delta f}{2} \right] \\ =0 & \text{sinon} \end{cases} \qquad (1.21)$$

On représente sur la figure 1.5, un spectre d'émission à bande limitée et centré autour de la fréquence porteuse f_c.

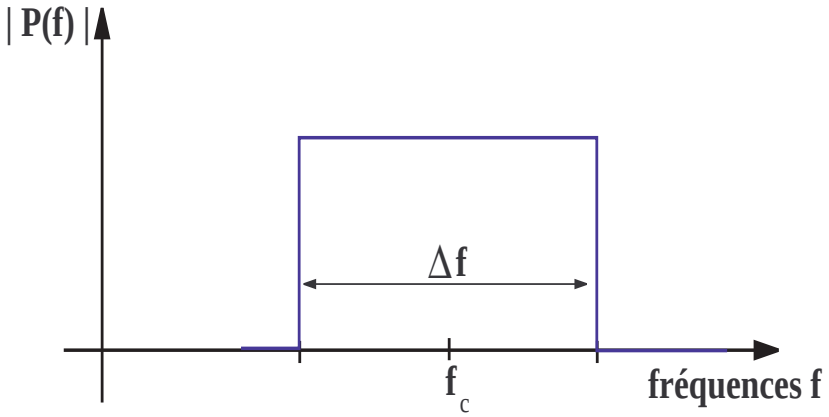


FIG. 1.5 – Signal d'émission à bande fréquentielle limitée.

Le spectre $H(k_x)$ de l'image ne peut plus être obtenu par la formule d'inversion (1.17), mais

déterminé par :

$$H(k_x) = \frac{S(f)}{P(f)} \text{ si } \mathrm{k}_x \in [k_c - \Delta k/2, k_c + \Delta k/2]$$

$$H(k_x) = 0 \text{ sinon.} \quad (1.23)$$

$$\text{où} \quad \Delta k = 2\Delta f/c \quad \text{et} \quad k_c = 2f_c/c$$

Par conséquent, l'image $I(x)$, s'exprime comme :

$$\begin{aligned} I(x) &= TF^{-1}_{k_x \to x}\left[H(k_x)\right] \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \ \Delta k \ \mathrm{sinc}\left[\pi \Delta k (x - x_i)\right] \ \exp\left[+j2\pi k_c (x - x_i)\right] \end{aligned} \quad (1.24)$$

La figure 1.6 montre la distribution spatiale d'une collection de réflecteurs localisés dans une zone $X = [X_c - X_0, X_c + X_0]$. Cette distribution spatiale est donnée dans le cas d'un signal d'émission à bande infinie et limitée. Dans les deux cas, la distribution donne la position et le niveau de réflectivité des diffuseurs.

1.2.3 Le filtrage adapté

La division de $S(f)$ par $P(f)$, aussi connue comme déconvolution de source joue le rôle de synchronisation de phase et d'égalisation d'amplitude. Le rôle de synchronisation de phase permet de localiser précisément la position des cibles. Cependant, l'égalisation d'amplitude résulte d'un filtrage passe-haut dans le domaine fréquentiel. En présence de bruit additif, cette fenêtre amplifie le bruit. C'est pourquoi la division n'est pas réalisée en pratique. Un traitement pratique consiste à multiplier $S(f)$ avec le filtre adapté, $P^*(f)$ où $*$ indique le complexe conjugué. Ainsi, l'équation d'inversion devient :

$$H_m(k_x) = S(f)P^*(f) \quad (1.25)$$

La transformée de Fourier inverse traduit cette équation sous la forme :

$$I_m(x) = s(t) \otimes p^*(-t) \quad (1.26)$$

$I_m(x)$ est appelé fonction de filtrage adapté. Le filtre adapté $P^*(f)$ ne fournit pas la synchronisation de phase désirée. Cependant, il amplifie les composantes du signal qui sont assez fortes devant le bruit. En remplaçant chaque membre de l'équation d'inversion par leur valeur on obtient :

$$H_m(k_x) \simeq H(k_x)W(k_x) \quad (1.27)$$

où $W(k_x) = |P(f)|^2$ Selon l'équation 1.24 et d'après [Sou94] on obtient :

$$\begin{aligned} |I_m(x)| &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i 2\Delta_k |\ \mathrm{sinc}(\Delta_k(x - x_i))| \otimes w(x) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \mathrm{psf}(x - x_i) \end{aligned} \quad (1.28)$$

$$(1.29)$$

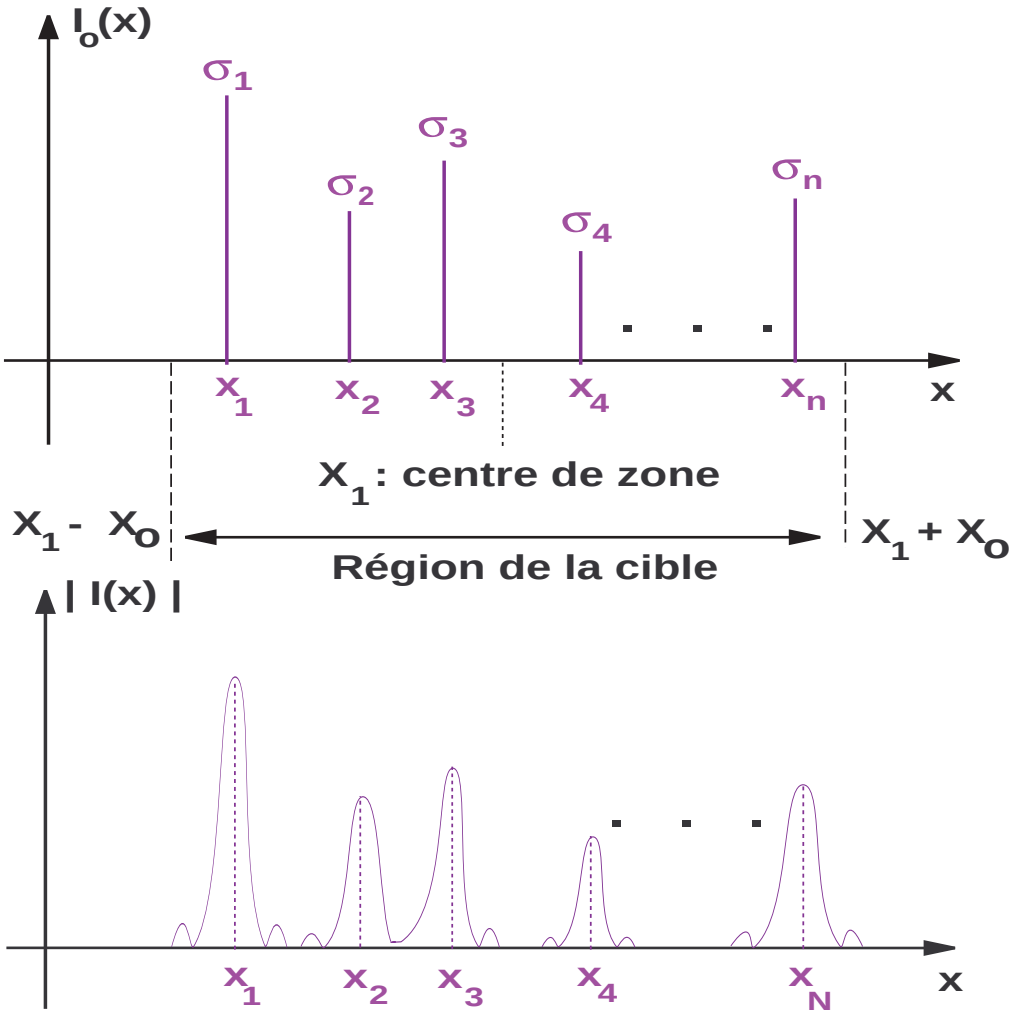


FIG. 1.6 – Distribution spatiale des réflecteurs dans le cas d'un signal d'émission à bande infinie (en haut) et à bande limitée (en dessous).

où :

$$\text{psf}(x) \simeq 2\Delta_k |\ \text{sinc}(\Delta_k x)| \otimes w(x) \tag{1.30}$$

Psf est appelé "point spread function" de l'image avec le filtre adapté.

Exemple :

Le filtre adapté a été simulé. Pour cela le scénario de simulation comprend quatre cibles, l'une située à 1975 m de reflectivité 0.8, la seconde localisée à 2000 m et de réflectivité égale à 1, la troisième située à 2025 m et de réflectivité 0.8 et enfin la quatrième localisée à 2040 m et de réflectivité égale à 1. Le signal émis est un chirp de 200 MHz de bande et de fréquence centrale 1 GHz. Le résultat de cette simulation est représenté sur la figure 1.7.

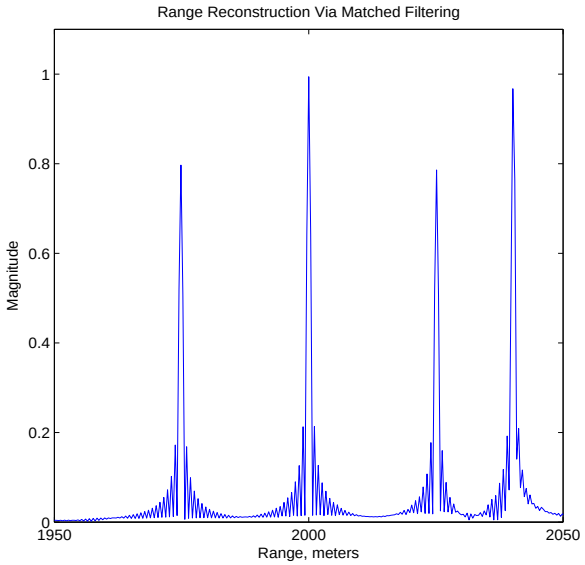


FIG. 1.7 – Résultat du scénario de simulation reconstruit par filtrage adapté.

1.2.4 La résolution radiale

Le pouvoir de résolution en radar est défini comme *l'aptitude à séparer en distance deux réflecteurs*. Le pouvoir de résolution radiale est directement proportionnel à la bande B émise par le radar.

En effet, supposons un réflecteur localisé en $x = 0$ et de réponse impulsionnelle $R(x)$ comme le montre la figure 1.8. La distance δx représente la distance en dessous de laquelle deux réflecteurs ne peuvent plus être résolus, c'est à dire ne sont plus séparés en distance. Cette distance est définie au sens de *Rayleigh*, comme la largeur -3 dB et $\Delta_k = \frac{2B}{c}$, on a la relation suivante [Leo97, Weh95] :

$$\delta x \Delta_k \approx 1 \tag{1.31}$$

Par conséquent, la distance δx est inversement proportionnelle à la bande émise B :

$$\delta x = \frac{c}{(2B)} \tag{1.32}$$

Autrement dit, plus la bande d'émission sera grande, meilleure sera la résolution des réflecteurs en distance radiale.

1.3 Principe du traitement SAR en azimut

Après avoir développé le traitement en portée il s'agit d'étudier le traitement en azimut. L'outil usuel du traitement en azimut est la reconstruction par front d'onde. Pour établir ce principe de reconstruction, il faudra dans un premier temps établir la relation mathématique entre la mesure et ce que l'on désire retrouver comme information, c'est-à-dire, la distance en azimut et la réflectivité des diffuseurs. Puis, il s'agira d'étudier le traitement qui permet de retrouver ces dernières.

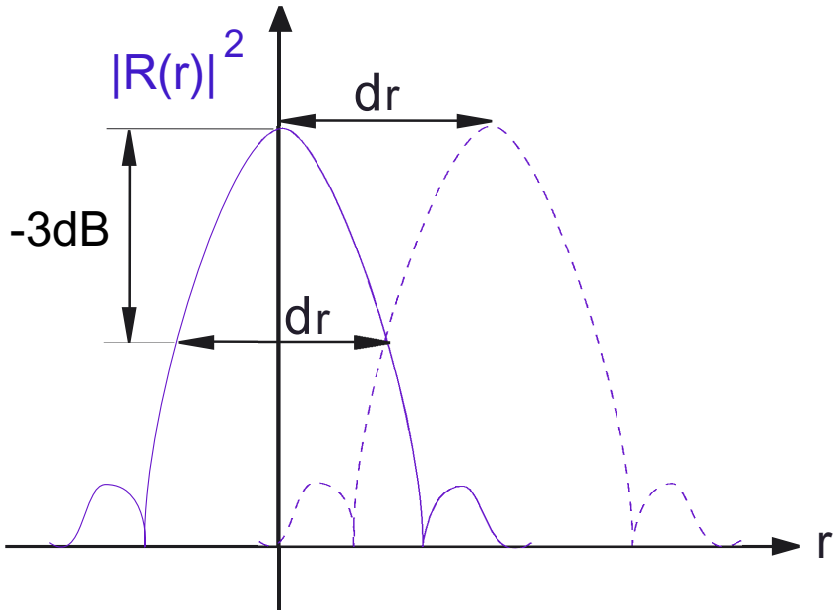


FIG. 1.8 – Définition de la résolution en distance radiale.

1.3.1 Modèle du signal reçu

Pour établir la relation entre le signal mesuré et les paramètres que l'on souhaite retrouver, considérons le scénario suivant. Soit un groupe de diffuseurs ponctuels (cibles), localisés à des coordonnées spatiales $\overrightarrow{r} = (x_n, y_n)$. Dans le cas présent, on supposera que les cibles sont localisées à une valeur en portée fixe et connue que l'on appellera X_c. Les coordonnées des cibles en azimut $y_1...y_n$ et leur réflectivité $\sigma_1...\sigma_n$ sont les inconnues que l'on désire retrouver. La zone ciblée qui est une aire finie, est considérée dans le cas présent, comme une zone en "centrée", c'est à dire $Y_c = 0$ et y_n compris entre $-Y_0$ et Y_0.

Comme dans le cas en portée, on peut définir la fonction cible idéale qui prend la forme suivante :

$$f_0(y) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \delta(y - y_n) \tag{1.33}$$

Donc la transformée de Fourier de cette fonction idéale s'écrit :

$$F_0(k_y) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \exp(-jk_y y_n) \tag{1.34}$$

Le radar se situe sur un axe parallèle à l'azimut, il possède donc des coordonnées de type $(0, u)$ dans le domaine spatial (x,y). Ce radar est monté sur une plateforme (avion, satellite) et se déplace le long de cet axe. Ainsi, le domaine de coordonnées u est appelé ouverture synthétique. A chaque position u le radar émet un pulse qui illumine la zone ciblée et l'on considère qu'il reçoit l'écho de ce pulse à la même position. Cette hypothèse se justifie. En effet, même si la plateforme possède un mouvement continu, une bonne approximation considère que l'avion ou le satellite stoppe le temps de faire une mesure. Cette hypothèse est valable dans la mesure où la célérité de l'onde électromagnétique $c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$ est très supérieure à la vitesse du porteur. Cette hypothèse ne serait pas valable pour des systèmes acoustiques de type SONAR. Dans notre

modèle, nous tiendrons compte de cette approximation. En pratique, les positions d'émission et de réception sont calculées par des algorithmes de compensation de mouvement complexe.

Cette remarque concernant la vitesse du porteur et la célérité de l'onde électromagnétique permet de définir le domaine "temps long" et le domaine "temps court". En effet le domaine temporel support de l'émission de l'onde électromagnétique et l'enregistrement de son écho est appelé domaine "temps court". Cette expression résulte du fait de la célérité de l'onde électromagnétique. L'ouverture synthétique, générée par le déplacement du porteur est appelé domaine "temps long". Le fait que la vitesse du porteur soit beaucoup plus faible que la célérité de l'onde électromagnétique explique cette appellation.

Au cours de l'acquisition des données, le porteur se déplace selon l'axe $(0, u)$. Ainsi, le radar voit sous différents angles la cible et les diffuseurs qui la constituent. Donc, pour le nième diffuseur, l'angle du radar sous lequel il est vu se définit par

$$\theta_n(u) = \arctan\left(\frac{y_n - u}{x_n}\right) \tag{1.35}$$

L'hypothèse qui est faite est que la réflectivité du diffuseur est indépendante de l'angle sous lequel il est vu. L'imagerie SAR considère donc les diffuseurs comme étant isotropes.

De même, le radar émet une bande de fréquence. Au sujet de la fréquence, l'imagerie SAR suppose que les réflecteurs répondent de la même manière quel que soit la fréquence instantanée émise. L'imagerie SAR considère les diffuseurs comme étant non-dispersifs.

Tout comme le modèle en portée, le diagramme de rayonnement de l'antenne ne sera pas pris en compte. Ainsi, nous considérons que le radar fonctionne en mode "spotlight". C'est à dire que les cibles seront constamment éclairées par le radar.

Soit $p(t)$ le signal émis par le radar. Le diffuseur aux coordonnées (x_n, y_n) se situe à une distance du radar donnée par :

$$\sqrt{x_n^2 + (y_n - u)^2} \tag{1.36}$$

Le signal enregistré par le radar est de la forme :

$$s(t, u) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i p\left(t - \frac{2\sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2}}{c}\right) \tag{1.37}$$

Supposons que le signal émis par le radar est une sinusoïde pure :

$$p(t) = \exp(j\omega t) \tag{1.38}$$

Le signal reçu s'écrit alors :

$$s(t, u) = \exp(j\omega t) \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \exp\left(-j2k\sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2}\right) \tag{1.39}$$

où $k = \frac{\omega}{c}$ est le nombre d'onde. Après la conversion en bande de base, le signal reçu devient :

$$\begin{aligned} s(\omega, u) &= s(t, u) \exp(-j\omega t) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \exp\left(-j2k\sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2}\right) \end{aligned} \tag{1.40}$$

Considérons le signal de référence d'un diffuseur de réflectivité unité placé au centre de la zone ciblée. Ce dernier renvoie un écho du type :

$$s_0(\omega, u) = \exp\left(-j2k\sqrt{X_c^2 + u^2}\right) \tag{1.41}$$

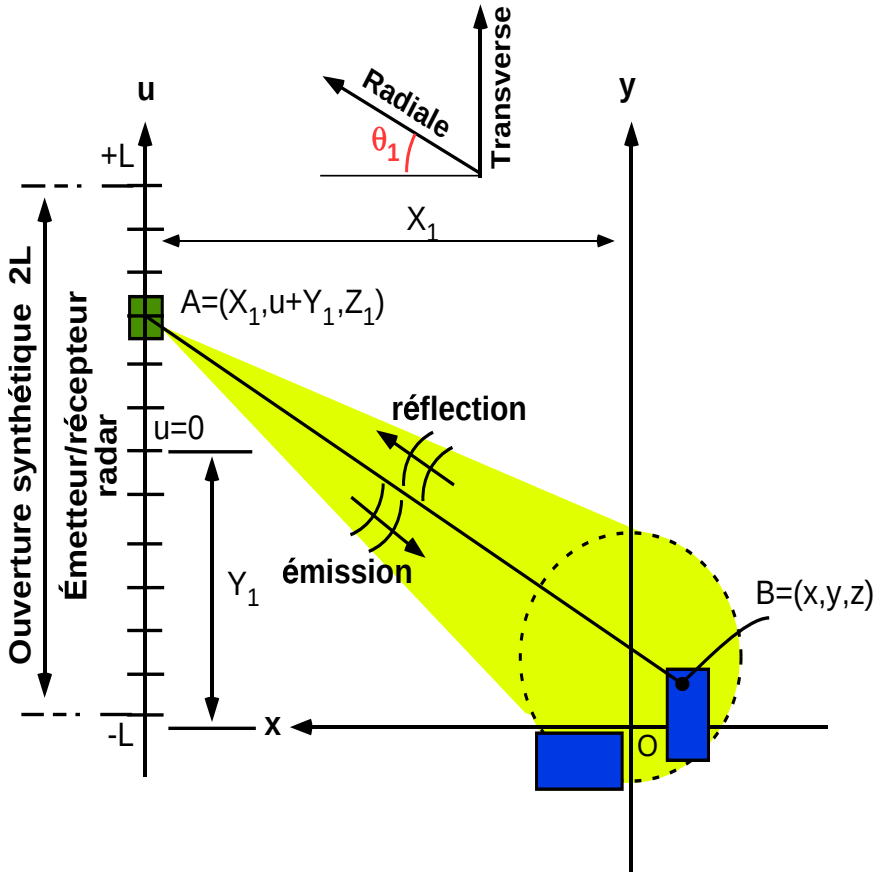


FIG. 1.9 – Géométrie du modèle de mesure en azimut.

Ainsi le signal reçu peut se déduire du signal de référence ci-dessus et de la fonction cible que l'on cherche à retrouver :

$$s(\omega, u) = f_0(u) \otimes s_0(\omega, u) \tag{1.42}$$

En conclusion, le signal reçu traduit la convolution entre le signal de référence et la fonction cible idéale qui est déterminée par :

$$f_0(u) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \delta(u - y_I) \tag{1.43}$$

Notre objectif est de retrouver cette fonction cible à partir du signal reçu. C'est le rôle de l'inversion.

1.3.2 Principe de reconstruction ou inversion du signal reçu

Dans le cadre de l'inversion nous supposons que l'ouverture synthétique est infinie. C'est à dire que $L >> Y_0$. Bien sûr ce n'est pas le cas en pratique, cependant pour simplifier l'étude de l'inversion, nous nous placerons dans cette hypothèse.

Réécrivons le signal reçu comme la contribution élémentaire de chaque diffuseur :

$$s(\omega, u) = \sum_{i=1}^{n} s_i(\omega, u) \tag{1.44}$$

où

$$s_i(\omega, u) = \sigma_i \exp\left(-j2k\sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2}\right) \tag{1.45}$$

Comme nous l'avons montré, le problème de l'inversion se traduit par un problème de déconvolution de source [Sou94], [Sou99]. Il s'agit donc de passer dans le domaine fréquentiel afin de transformer le produit de convolution en un simple produit, d'où l'appellation de problème inverse.

La transformée de Fourier de la contribution de la ième cible s'écrit :

$$s_i(\omega, k_u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_i \exp\left(-j2k\sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2}\right) \exp(-jk_u u)du \tag{1.46}$$

En réarrangeant les termes de l'intégrale cela nous conduit à :

$$s_i(\omega, k_u) = \sigma_i \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-j2k\sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2} - jk_u u\right) \tag{1.47}$$

Cette intégrale peut être évaluée par la méthode de la phase stationnaire [Sou99]. Ainsi elle se simplifie pour $k_u \in [-k, k]$.

$$s_i(\omega, k_u) = \sigma_i \frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{4k^2 - k_u^2}} \exp\left(-j\sqrt{4k^2 - k_u^2}x_i - jk_u y_i\right) \tag{1.48}$$

Le terme $\frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{4k^2-k_u^2}}$ est connu pour sa faible fluctuation en amplitude, et ne jouant pas un rôle important, sera négligé dans le reste de l'étude

$$s_i(\omega, k_u) = \sigma_i \exp\left(-j\sqrt{4k^2 - k_u^2}x_i - jk_u y_i\right) \tag{1.49}$$

La transformée de Fourier spatiale du signal reçu en bande de base est la somme des transformées de Fourier spatiales des diffuseurs élémentaires :

$$\begin{aligned} s(\omega, k_u) &= \sum_{i=1}^{n} s_i(\omega, k_u) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \exp\left(-j\sqrt{4k^2 - k_u^2}x_i - jk_u y_i\right) \end{aligned} \tag{1.50}$$

Cette relation est valable pour $k_u \in [-k; k]$. Dans notre modèle, tous les diffuseurs sont situés à une distance fixe en portée et connue, c'est à dire que $x_i = X_c$. Ainsi, la relation précédente se simplifie sous la forme :

$$s(\omega, k_u) = \exp\left(-j\sqrt{4k^2 - k_u^2}X_c\right) \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \exp\left(-jk_u y_i\right) \tag{1.51}$$

Précédemment, nous avons introduit un signal de référence correspondant à un diffuseur de réflectivité situé au centre de la zone ciblée, c'est à dire aux coordonnées $(X_c, 0)$:

$$s_0(\omega, u) = \exp\left(-j2k\sqrt{X_c^2 + u^2}\right) \tag{1.52}$$

La transformée de Fourier de ce signal de référence après approximation de la phase stationnaire s'exprime de la façon suivante pour $k_u \in [-k; k]$:

$$s_0(\omega, k_u) = \exp\left(-j\sqrt{4k^2 - k_u^2}X_c\right) \tag{1.53}$$

En rappelant que le signal cible idéale a une transformée de Fourier du type :

$$F_0(k_y) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \exp(-jk_y y_i) \tag{1.54}$$

La transformée de Fourier du signal reçu peut s'exprimer en fonction du signal de référence et de la fonction cible idéale :

$$s(\omega, k_u) = s_0(\omega, k_u) \times F_0(k_u) \tag{1.55}$$

Le problème inverse prend tout son sens dans la mesure où la fonction cible se déduit de la manière suivante :

$$F_0(k_u) = \frac{s(\omega, k_u)}{s_0(\omega, k_u)} \tag{1.56}$$

Cependant cette division du signal reçu par le signal de référence est impossible dans la mesure où l'on se trouve dans le cadre de signaux à bande limitée. En effet, cette relation est valable pour $k_u \in [-k; k]$. Donc comme dans le cas du traitement en portée nous aurons recours au filtrage adapté. La distribution des cibles $F(K_y)$ se déduit par

$$\begin{aligned} F(k_y) &= s(\omega, k_u) \times s_0^*(\omega, k_u) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \exp(-jk_y y_i) \end{aligned} \tag{1.57}$$

La distribution des cibles se déduit donc par simple transformée de Fourier inverse :

$$f(y) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \sin_c\left(\frac{k}{\pi}(y - y_i)\right) \tag{1.58}$$

Exemple :

Ce principe de reconstruction a été simulé. Pour cela les cibles ont été placées à une distance en portée de 1000 m. Ce scénario de simulation comprend trois cibles. La première de réflectivité égale à 2 est située à une distance transverse de 70 m. La seconde est placée à l'origine de l'azimut et est de réflectivité unité. Enfin la troisième est la symétrique de la première par rapport à l'origine en azimut. Les résultats de cette simulation sont représentés sur la figure 1.10.

1.3.3 La résolution transverse

La résolution transverse en imagerie SAR est bien meilleure que celle obtenue par un radar classique. En effet, en rappelant que la dimension du SAR est $D_{SAR} = 2L$, en notant R la distance radar-cible, en désignant la longueur d'onde du faisceau d'émission $\lambda = \frac{c}{f_c}$, et avec l'approximation géométrique $\Delta_\theta \simeq \frac{D_{SAR}}{R}$, la résolution transverse s'écrit :

$$\delta_y = \frac{R\lambda}{2D_{SAR}} \tag{1.59}$$

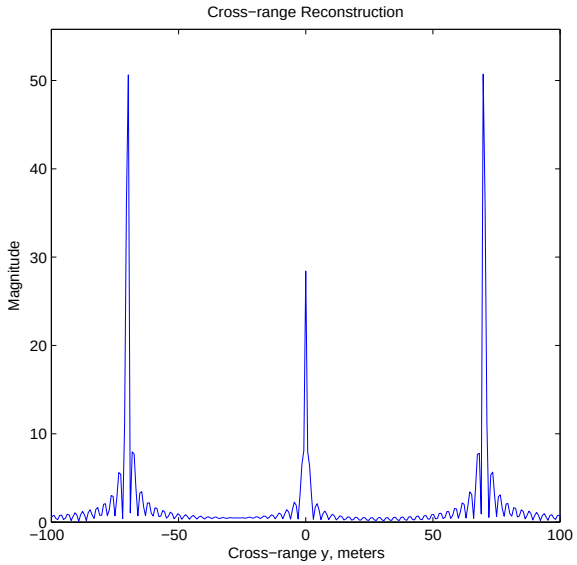


FIG. 1.10 – Résultat du scénario de simulation reconstruit par filtrage adapté.

Dans les mêmes conditions (même distance radar cible et même longueur d'onde), en radar classique on aurait une résolution de $\delta_y = \frac{R\lambda}{D}$ où D est la dimension de l'antenne. On observe donc que la résolution transverse est améliorée grâce à l'ouverture synthétique.

1.4 Principe du traitement SAR bidimensionnel

L'imagerie radar à ouverture synthétique (SAR) conçoit des images hautes résolutions d'une zone ciblée. En particulier, la réflectivité, la position en portée et la position en azimut des diffuseurs sont retrouvées. Le traitement en distance qui correspond au traitement d'un radar classique a été étudié. Le traitement en azimut a été étudié et il a été vu que la résolution en azimut était amélioré par l'antenne synthétique générée par le déplacement du porteur. Il s'agit ici de réunir ces deux traitements afin de synthétiser une image SAR.

1.4.1 Modèle du signal reçu

Dans un premier temps il s'agit de modéliser le signal reçu afin de pouvoir déterminer par la reconstruction les paramètres que l'on désire retrouver.

Tout comme le modèle en azimut, le radar se déplace selon un axe transverse et éclaire la zone éclairée au cours de son déplacement. La zone éclairée est une surface finie comprise en portée entre $[X_c - X_0; X_c + X_0]$ et en azimut entre $[Y_c - Y_0; Y_c + Y_0]$. Dans notre modèle il ne sera pas tenu compte de l'altitude que ce soit du porteur ou des cibles. Comme le modèle en azimut, il sera considéré que le porteur ne se déplace pas au cours de l'acquisition d'un écho. Cette hypothèse a été justifiée précédemment par la célérité de l'onde électromagnétique devant la vitesse du porteur. Enfin, il ne sera pas tenu compte du diagramme de rayonnement de l'antenne. Ce dernier sera considéré comme isotrope et non-dispersif.

Les cibles sont considérées comme un ensemble de diffuseurs ponctuelles localisés aux coordonnées $(x_i; y_i)$ et leur réflectivité σ_i est indépendante de la fréquence émise et de l'angle sous

lequel elle est vue. Ce qui revient à dire que les diffuseurs sont isotropes et non-dispersifs. La géométrie de ce modèle est représentée sur la figure 1.11.

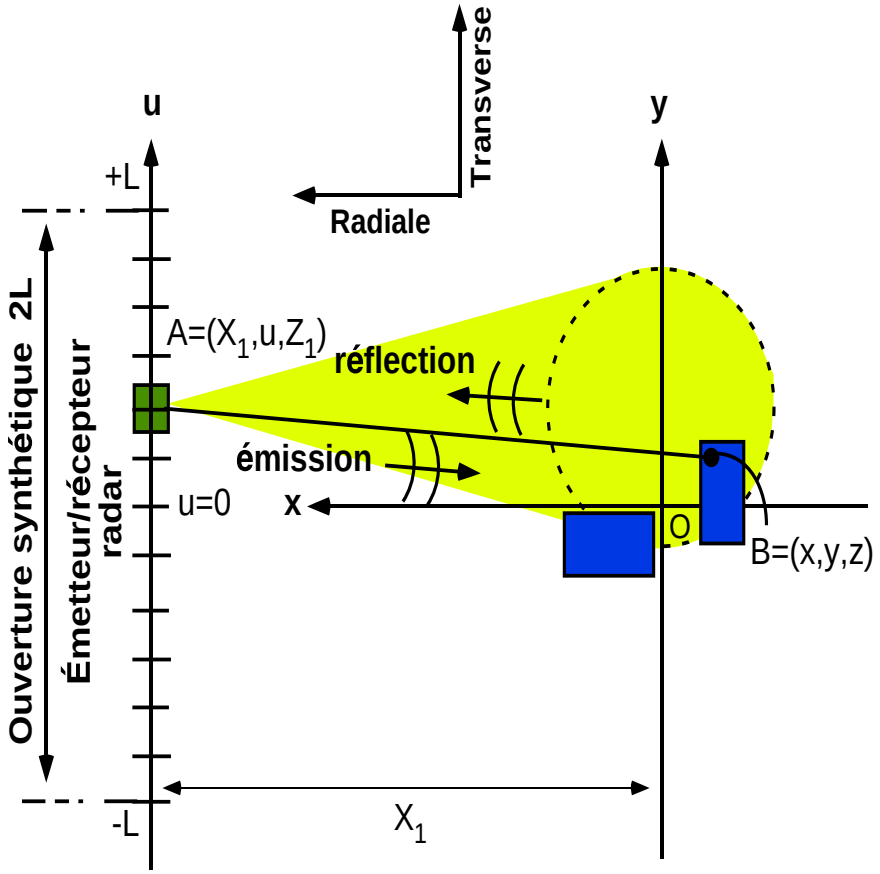


FIG. 1.11 – Géométrie du modèle de diffusion en SAR.

A une position $(0, u)$ du radar, la distance entre le radar et le diffuseur localisé en $(x_i; y_i)$ est déterminée par :

$$d = \sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2} \tag{1.60}$$

Ainsi, si le radar émet un signal $p(t)$ l'écho reçu de ce diffuseur aura un retard de :

$$t_{retard} = \frac{2\sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2}}{c} \tag{1.61}$$

où c est la célérité de l'onde électromagnétique. On peut donc en conclure que le signal reçu de ce diffuseur pourra s'écrire :

$$s_i(t, u) = \sigma_i p\left(t - \frac{2\sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2}}{c}\right) \tag{1.62}$$

Par sommation cohérente de l'ensemble des réponses des diffuseurs, le signal reçu s'écrit donc :

$$\begin{aligned} s(t,u) &= \sum_{i=1}^{n} s_i(t,u) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i p\left(t - \frac{2\sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2}}{c}\right) \end{aligned} \tag{1.63}$$

1.4.2 Principe de reconstruction ou inversion

Il existe plusieurs méthodes de reconstruction d'image SAR. Dans cette partie, nous allons détaillé le Range Migration Algorithm (RMA), qui est un algorithme bien connu. Cet algorithme est détaillé sur la figure 1.12

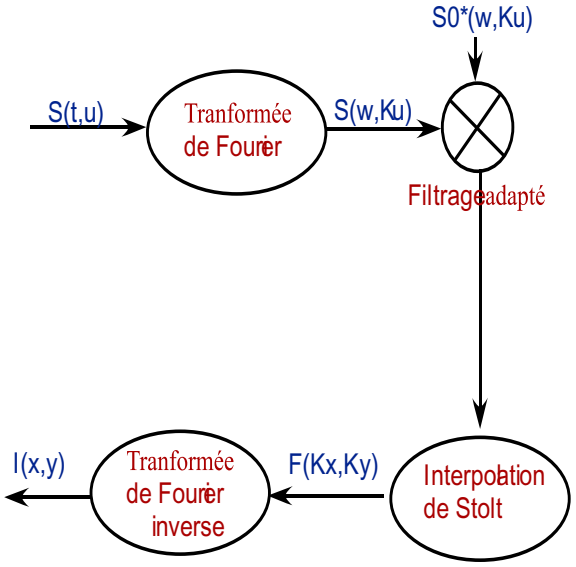


FIG. 1.12 – Algorithme RMA.

Cet algorithme repose sur les traitements en portée et en azimut qui ont été présentés précédemment. En effet, comme nous l'a montré les études précédentes, l'inversion est un problème de déconvolution de source. Donc, la première étape de cet algorithme est de passer dans le domaine fréquentiel. La transformée de Fourier du signal reçu en respect du "temps court" t s'écrit :

$$s(\omega,u) = P(\omega)\sum_{i=1}^{n} \sigma_i \exp\left(-j2k\sqrt{x_i^2 + (y_i - u)^2}\right) \tag{1.64}$$

où k est le nombre d'onde. La transformée de Fourier de ce signal en respect du domaine "temps long" u, pour une ouverture infinie (L»Y_0), et après l'approximation de la phase stationnaire se déduit des méthodes précédentes de la manière suivante :

$$s(\omega,k_u) = P(\omega)\sum_{i=1}^{n} \sigma_i \exp\left(-j\sqrt{4k^2 - k_u^2}x_i - jk_u y_i\right) \tag{1.65}$$

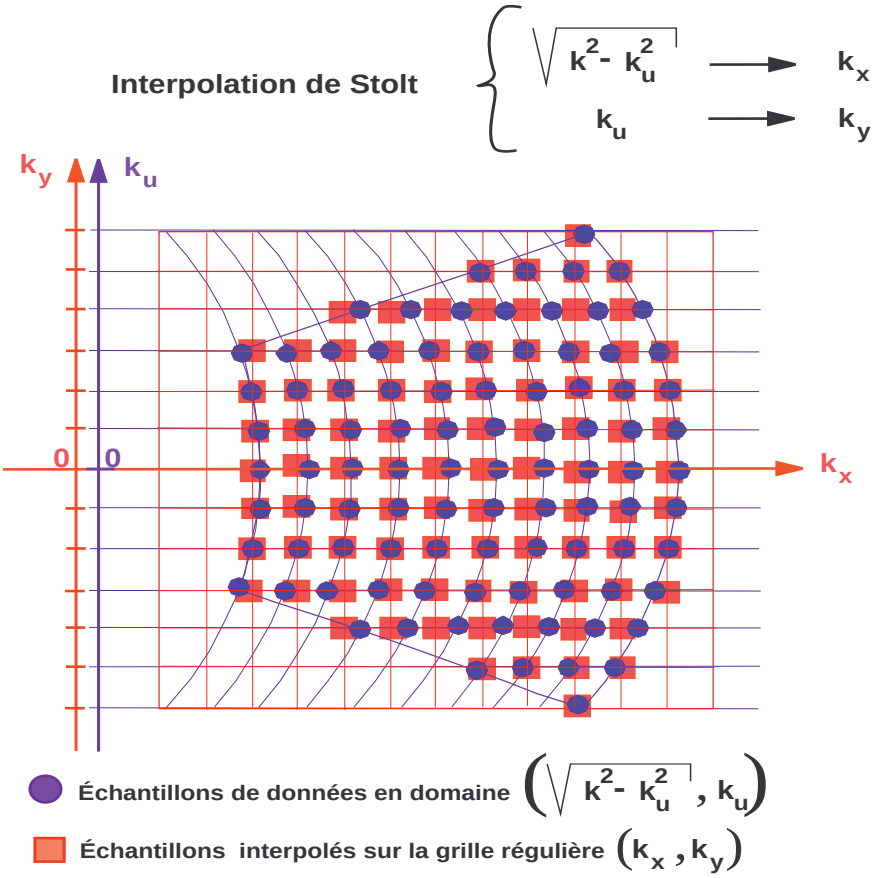


FIG. 1.13 – Interpolation de Stolt.

L'étape suivante dans la mesure où les signaux sont à bandes limitées est le filtrage adapté. Pour cela le signal référence est celui du centre de la zone ciblée.

$$s_0(t,u) = p\left(t - \frac{2\sqrt{X_c^2 + (Y_c - u)^2}}{c}\right) \tag{1.66}$$

La transformée de Fourier de ce signal d'après les méthodes précédentes s'écrit :

$$s_0(\omega, k_u) = P(\omega)\exp\left(-j\sqrt{4k^2 - k_u^2}X_c - jk_uY_c\right) \tag{1.67}$$

La sortie du filtre adapté se déduit donc d'après les études précédentes par :

$$F(\sqrt{4k^2 - k_u^2}, k_u) = s(\omega, k_u) \times s_0^*(\omega, k_u) \tag{1.68}$$

L'étape suivante consiste à passer des domaines $\sqrt{4k^2 - k_u^2}$ et k_u aux domaines k_x et k_y. L'objectif est de préparer la reconstruction par simple transformée de Fourier bidimensionnelle inverse. Cette étape est réalisée par l'interpolation de Stolt comme le montre la figure 1.13. Ainsi le signal $F(\sqrt{4k^2 - k_u^2}, k_u)$ devient le signal $F(k_x, k_y)$.

La dernière étape de l'inversion consiste à prendre la transformée de Fourier inverse du signal $F(k_x, k_y)$.

Exemple :

Ce processus de reconstruction a été simulé. Le radar émet des chirps de fréquence centrale 9 GHz d'une bande de 1 GHz et d'une durée de 0.15 microsecondes. La longueur de l'ouverture synthétique est de 800 m. La zone ciblée est "centrée" située à $X_c = 4000$ m et d'étendue $X_0 = 5$ m et $Y_0 = 5$ m. Dans cette zone ciblée nous avons placé six diffuseurs de réflectivité différente. Ces diffuseurs sont localisés aux coordonnées (1,1) ; (-1,-1) ;(2.5,2.5) ;(-2.5,-2.5) ;(1.5,-2) et (-1.5,2). Le résultat de l'inversion est présenté sur la figure 1.14 :

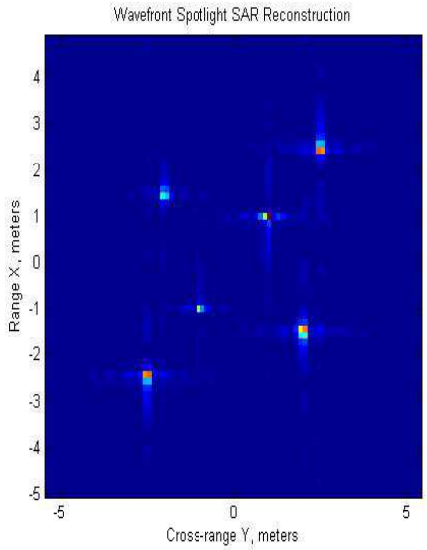


FIG. 1.14 – Résultat de la simulation de l'algorithme RMA.

1.5 Moyens de mesure à l'ONERA

L'ONERA développe plusieurs systèmes radar. Parmi eux, un radar est développé depuis les années 80, il s'agit du **R**adar d'**A**nalyse **M**ulti**S**pectrale et d'**E**tudes de **S**ignatures (RAMSES) [Bou96]. Les applications de ce radar concernent l'imagerie SAR et des domaines comme la polarimétrie radar et l'interférométrie. Sa version actuelle est totalement polarimétrique et multispectrale incluant les bandes de fréquence mentionnées dans le tableau 1.1. Le radar RAMSES est installé bord d'un transall C260 (voir figure 1.15) qui peut voler à une altitude de 12000 pieds et à une vitesse comprise entre 150 et 180 noeuds. Il subit depuis sa création de constantes évolutions afin d'améliorer ses performances et donc la qualité des images produites par l'ONERA. Ce radar émet des formes d'onde qui sont des impulsions linéairement modulées. Il fonctionne en mode stripmap et l'algorithme de formation des images est basé sur le Range Migration Algorithm. Les données sont acquises en "side looking" (SLAR) ou en "rear looking". Les données SAR utilisées dans cette thèse proviennent de RAMSES. Il est à noter que l'ONERA développe un nouveau système radar dédié à la télédétection. Ce dernier se nomme **S**ystème **E**xpérimental de **T**élédétection **H**yperfréquence **I**mageur (SETHI).

Bande	**Fréquence centrale (GHz)**	**Bande émise (MHz)**	**Polarisation**
P	0.435	70	Full [a]
L	1.3	200	Full
S	3.2	300	Full
C	5.3	300	Full
X	9.6	1200	Full
Ku	14.3	1200	Full
Ka	35	1200	Vv[b]
W height	95	500	LR,LL[c]

[a]signifie toutes les configurations polarimétriques possibles : polarisation horizontale (H) ou verticale (V) en émission, polarisation horizontale (H) ou verticale (V) en réception.

[b]Polarisation verticale en émission et en réception

[c]LR : l'extrémité du champ électrique circule vers la gauche en émission et vers la droite en réception

TAB. 1.1 – Les bandes de fréquences intégrées à RAMSES.

FIG. 1.15 – Le transall C260 transportant le radar RAMSES.

1.6 Conclusion

L'imagerie radar à ouverture synthétique en comparaison avec l'imagerie radar classique permet de générer des images à haute résolution. En effet, l'imagerie SAR se sert du déplacement du porteur pour générer une ouverture synthétique de grande dimension et améliore ainsi la résolution en azimut. Le principe du traitement SAR a été développé dans ce chapitre. Ce dernier repose sur des hypothèses fortes à propos des cibles. En effet, le traitement SAR considère les cibles comme un ensemble de diffuseurs ponctuels, isotropes et non-dispersif.

Ces deux dernières hypothèses revient à dire que l'on se trouve dans un cas stationnaire. Or

dans la nature on se trouve rarement dans un cas stationnaire. L'outil usuel des signaux non-stationnaires est l'analyse temps-fréquence. Une brève introduction à cette dernière est présentée dans le chapitre suivant.

2

Introduction à l'analyse temps-fréquence

Sommaire

2.1 Définition de la stationnarité 28
2.2 Limitations de la transformée de Fourier 28
2.3 Généralités sur les distributions temps-fréquence 30
2.3.1 Principe de covariance 30
2.3.2 Conservation de l'énergie et marginales 31
2.3.3 Conservation des supports 32
2.3.4 Définition des moments de la distribution 32
2.3.5 Conservation du produit scalaire 33
2.3.6 Conclusion 33
2.4 Les décompositions atomiques 33
2.4.1 La transformée de Fourier à court terme 33
2.4.2 La transformée en ondelettes continues 36
2.5 La classe de Cohen 38
2.5.1 La transformée de Wigner-Ville 39
2.5.2 La transformée de pseudo Wigner-Ville lissée 40
2.5.3 Autres méthodes de suppression des termes d'interférences 41
2.5.4 Méthodes de réallocation de la classe de Cohen 42
2.6 La classe affine 44
2.6.1 Approche temps-échelle introduite par P. Flandrin et O. Rioul 44
2.6.2 Approche temps-fréquence affine introduite par P. et J. Bertrand 45
2.6.3 La distribution affine unitaire : une solution particulière de la classe de Bertrand 46
2.6.4 Le scalogramme : une forme régularisée de la distribution affine unitaire 47
2.7 Conclusion 49

L'imagerie SAR repose sur le modèle des points brillants. C'est à dire, qu'elle considère les cibles comme un ensemble de diffuseurs ponctuels, isotropes et non-dispersifs. Ces deux dernières hypothèses sont très fortes. Elles suggèrent que les diffuseurs soient stationnaires. Cette notion de stationnarité sera reprise par la suite. En raison de ces hypothèses de stationnarité, le processus d'inversion de l'imagerie SAR est généralement réalisé au moyen de la transformée de Fourier.

Cependant, les nouvelles applications d'imagerie radar comme l'imagerie très haute résolution, utilisent une large bande et une forte excursion angulaire. Ces applications peuvent remettre en cause l'hypothèse de stationnarité. De récentes études ont mis en évidence que certains diffuseurs étaient non-stationnaires, sur des cibles déterministes [OVC+03], sur des milieux naturels [FFRP05] et sur des scènes complexes [Led06].

L'outil usuel pour étudier les signaux non-stationnaires est l'analyse temps-fréquence. Ce chapitre a pour objectif d'introduire les connaissances basiques de l'analyse temps-fréquence. Pour cela, on reviendra sur la notion de stationnarité. Puis, il sera montré que l'analyse proposée par Fourier n'est pas adaptée à l'étude des signaux non-stationnaires. Par la suite, on étudiera les classes de solutions que propose l'analyse temps-fréquence, leurs avantages et leurs inconvénients.

2.1 Définition de la stationnarité

Un processus aléatoire est dit stationnaire au sens strict si toutes ses propriétés statistiques sont invariantes dans le temps. Un processus aléatoire est dit stationnaire au sens large si sa valeur moyenne et sa fonction d'autocorrélation sont invariantes dans le temps [Fla98]. Plus généralement, un signal dont les caractéristiques spectrales ne varient pas au cours du temps est dit stationnaire, a contrario, un signal dont les caractéristiques spectrales se modifient au cours du temps est dit non stationnaire. Par transposition, un diffuseur sera dit stationnaire si ses propriétés sont indépendantes de la fréquence émise et de l'angle d'illumination. C'est à dire, s'il est isotrope et non-dispersif. L'outil usuel pour étudier les signaux stationnaires est la transformée de Fourier.

2.2 Limitations de la transformée de Fourier

La transformée de Fourier est un outil mathématique trés utilisé en traitement du signal [CL02]. Elle se définit par :

$$X(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(s)\, \exp(-2j\pi\nu s)\, ds \tag{2.1}$$

Perte de notion temporelle

Comme nous pouvons le remarquer, la transformée de Fourier, nécessite la connaissance de l'historique temporel du signal. Ainsi, elle est bien adaptée à l'analyse de signaux stationnaires, de signaux monochromatiques à l'étude des régimes permanents. Cependant, elle traduit très mal les signaux transitoires ou les signaux qui s'annulent sur une partie du domaine temporel. En effet, elle explicite ce fait par un ensemble d'ondes permanentes qui s'interfèrent de manière destructrice ou constructive de façon à s'annuler. Ces composantes traduisent artificiellement le régime transitoire, cependant elles n'ont aucun sens physique. Ainsi, la transformée de Fourier fait perdre toute notion de temps. Il en est de même si on analyse un morceau de musique. La transformée de Fourier pourra nous dire quelles notes ont été jouées mais pas à quel moment.

Inégalité d'Heisenberg

Une seconde limitation provient du principe d'incertitude d'Heisenberg. Ce principe vient de la mécanique quantique et énonce l'impossibilité par exemple de connaître avec suffisamment de précision conjointement la position et la vitesse d'une particule. Par dualité, on peut transposer

cette problématique aux espaces temps et fréquence. Ainsi, il est impossible de connaître avec suffisamment de précision la localisation en temps et en fréquence d'un signal. Par exemple, un signal $x(t)$ de durée très brève aura une densité spectrale $|X(\nu)|^2$ très étendue. Pour un signal à énergie finie, elle se traduit par la relation suivante :

$$\sqrt{\Delta t^2}\,\sqrt{\Delta \nu^2} \geq \frac{E_x}{4\pi} \tag{2.2}$$

où E_x est l'énergie du signal :

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\nu)|^2\, d\nu \tag{2.3}$$

Les grandeurs $\sqrt{\Delta t^2}$ et $\sqrt{\Delta \nu^2}$ caractérisent quant à elles, des étendues temporelles et fréquentielles équivalentes à une durée moyenne et une largeur de bande du signal.

$$\Delta t = \int_{-\infty}^{+\infty} t\,|x(t)|^2\, dt \qquad \Delta \nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \nu\,|X(\nu)|^2\, d\nu \tag{2.4}$$

$$\Delta t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t-\Delta t)^2\,|x(t)|^2\, dt \quad \Delta \nu^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\nu-\Delta \nu)^2\,|X(\nu)|^2\, d\nu \tag{2.5}$$

Exemples

Pour illustrer les limitations de la transformée de Fourier, celle-ci a été appliquée sur un exemple de signal non-stationnaire simulé. Ce signal est composé de trois sinusoïdes, l'une de fréquence normalisée 0.1 émise aux instants [T1,T2], l'une de fréquence normalisée 0.4 émise aux instants [T1,T2], l'une de fréquence 0.25 émise aux instants [T3,T4] et [T5,T6]. De plus, ce signal comprend deux modulations linéaires de fréquence, l'une croissante variant de la fréquence normalisée 0.05 à 0.45 , aux instants [T7,T8], l'une décroissante variant des fréquences normalisées 0.45 à 0.05, aux instants [T7,T8]. Ce signal est bien non-stationnaire car ses propriétés spectrales varient au cours du temps. Son évolution temporelle est représentée sur la figure 2.1.

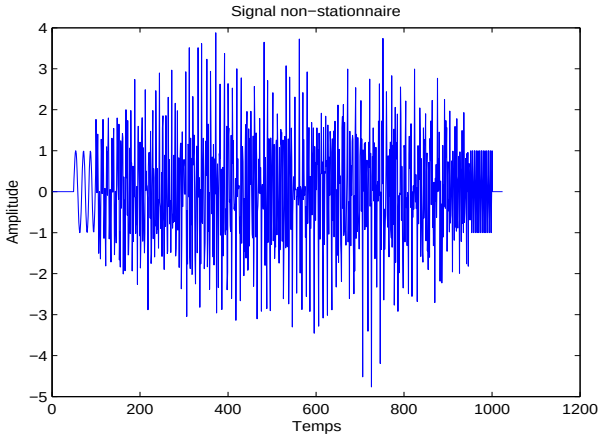


FIG. 2.1 – Evolution temporelle du signal non-stationnaire.

Le spectre du signal non-stationnaire, c'est à dire le module au carré de la transformée de Fourier est présenté sur la figure 2.2. Les fréquences de sinusoïdes représentées par des pics

aux fréquences normalisées 0.1, 0.25 et 0.4 sont bien retrouvées par la transformée de Fourier. Cependant, cette information est incomplète dans la mesure où la transformée de Fourier ne nous renseigne pas sur la durée temporelle et les instants d'émission de ces signaux. De plus, il est très difficile d'identifier les deux modulations linéaires de fréquence. La transformée de Fourier ne semble donc pas adaptée à l'étude des signaux non-stationnaires.

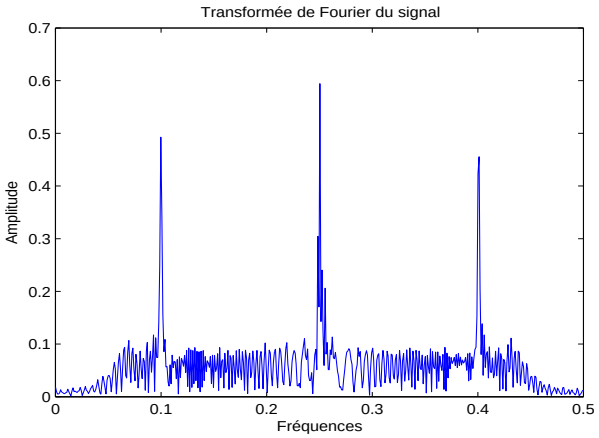


FIG. 2.2 – Spectre du signal non-stationnaire.

2.3 Généralités sur les distributions temps-fréquence

L'analyse temps-fréquence a pour but de combler les lacunes de la transformée de Fourier pour l'analyse des signaux non-stationnaires. Deux approches peuvent être envisagées. La première consiste à considérer un signal quelconque comme une superposition linéaire de signaux élémentaires appelés atomes. C'est le principe des décompositions atomiques. Dans le contexte temps-fréquence, il est requis que ces signaux élémentaires soient bien localisés en temps et en fréquence de telle manière à ce qu'ils constituent une entité. La seconde consiste à répartir l'énergie selon les deux variables de description que sont le temps et la fréquence. C'est le principe des distributions d'énergie. L'énergie étant par nature une grandeur quadratique, il est naturel de rechercher à cet effet des distributions quadratiques. Par l'énoncé de ces deux approches une multitude de classes de solutions est envisageable. Cependant, il est souhaitable que les distributions temps-fréquence notées $P_x(t,\nu)$ vérifient certaines propriétés. Ces propriétés sont autant de contraintes supplémentaires quant à la construction de ces distributions.

2.3.1 Principe de covariance

L'une des premières propriétés que les distributions temps-fréquence doivent respecter, est le principe de covariance, tel que l'effet d'une transformation puisse indifféremment s'obtenir sur la représentation ou le signal dont elle est issue. Ainsi, si l'on désigne par T une transformation quelconque, et si l'on désigne ρ la distribution temps-fréquence appliquée à un signal x, imposer un principe de covariance relativement à T est équivalent à demander que le diagramme suivant soit commutatif [Fla98].

$$\begin{array}{ccc} x & \longrightarrow & \rho_x \\ \downarrow & & \downarrow \\ Tx & \longrightarrow & \rho_{Tx} = T^{'}\rho_x \end{array}$$

Il s'agit maintenant de voir quels sont les groupes de transformation intéressants. En radar, l'effet Doppler, lié au mouvement de la cible, est un paramètre que l'on peut considérer comme important. Dans le cas où le signal émis est à bande étroite, l'effet Doppler se traduit par un glissement global du spectre ou décalage Doppler. Cette transformation fait appel au groupe des translations en temps et en fréquence. Dans le cas où le signal émis est large bande, l'effet Doppler se traduit par un facteur de compression ou taux d'effet doppler. Cette transformation fait appel au groupe affine. Les deux groupes de transformation à considérer sont donc le groupe des translations en temps et en fréquence et le groupe affine.

Le diagramme de covariance du groupe de translation en temps et en fréquence impose :

$$\begin{array}{ccc} x_1(t) & \longrightarrow & P_{x_1}(t,\nu) \\ \downarrow & & \downarrow \\ x_2(t) = \exp(2j\pi\nu_0 t)x_1(t-t_0) & \longrightarrow & P_{x_2}(t,\nu) = P_{x_1}(t-t_0,\nu-\nu_0) \end{array}$$

Le diagramme de covariance du groupe affine, qui agit sur les signaux en les translatant (b réel) et en les comprimant ou les dilatant (a réel positif) en temps, impose :

$$\begin{array}{ccc} x_1(t) & \longrightarrow & P_{x_1}(t,\nu) \\ \downarrow & & \downarrow \\ x_2(t) = a^r x_1(a^{-1}(t-b)) & \longrightarrow & P_{x_2}(t,\nu) = a^q P_{x_1}(a^{-1}(t-b), a\nu) \end{array}$$

où r est un réel ($r \in \mathbb{R}$), appelé paramètre de dimensionnement physique du signal. Ce paramètre est assez général dans un premier temps mais on peut lui donner pourtant un sens plus subtil associé à la notion de dimension physique du signal mesuré et au principe de localisation [Ova98], q est un paramètre de dimensionnement physique. Si l'on impose par exemple, de donner à $P_{x_1}(t,\nu)$ une signification probabiliste (densité de probabilité), le choix $q = 0$ (caractérisant la non dimensionnalité de P) est alors imposé. Il n'existe pas, a priori, de relation entre le paramètre r de dimension physique du signal et le paramètre q. Seule la signification physique associée à P détermine le paramètre q. En imagerie radar, des exemples physiques concrets permettent de choisir les paramètres r et q en fonction de la situation physique donnée [Ova98].

2.3.2 Conservation de l'énergie et marginales

D'autres propriétés naturelles sont la conservation de l'énergie et les marginales. $P_x(t,\nu)$ est une distribution d'énergie dans le plan temps-fréquence. Le principe de conservation d'énergie impose que l'énergie totale de la distribution soit égale à l'énergie totale du signal :

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t,\nu)\,dt\,d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\nu)|^2\,d\nu = E_x \qquad (2.6)$$

Il existe deux propriétés sur les marginales, la marginale sur le temps et la marginale sur la fréquence. La marginalisation sur le temps impose :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t,\nu)\,dt = |X(\nu)|^2 \tag{2.7}$$

L'intégration de la représentation temps-fréquence sur l'axe du temps donne la densité spectrale d'énergie. Dans ce cas, la distribution $P_x(t,\nu)$ joue le rôle d'une densité conditionnelle positive sur l'axe temporel.

La marginalisation sur la fréquence impose :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t,\nu)\,d\nu = |x(t)|^2 \tag{2.8}$$

L'intégration de la représentation temps-fréquence sur l'axe fréquentiel donne la puissance instantanée. Dans ce cas, la distribution $P_x(t,\nu)$ joue le rôle d'une densité conditionnelle positive sur l'axe fréquentiel.

Si la distribution $P_x(t,\nu)$ satisfait aux propriétés de marginalisation sur le temps et sur la fréquence, elle respecte automatiquement le principe de conservation d'énergie. Mais attention la réciproque est fausse. Une distribution peut satisfaire la conservation d'énergie sans remplir les contraintes de marginalisation.

2.3.3 Conservation des supports

Une autre propriété souhaitable est que la représentation $P_x(t,\nu)$ conserve les supports. Si un signal occupe une bande de fréquence donnée B ou a une durée T, la distribution temps-fréquence doit alors posséder le même support fréquentiel ou temporel. Cela signifie au sens large que :

$$\begin{cases} x(t) = 0, |t| > T & \Rightarrow \quad P_x(t,\nu) = 0, |t| > T \\ X(\nu) = 0, |\nu| > B & \Rightarrow \quad P_x(t,\nu) = 0, |\nu| > B \end{cases}$$

2.3.4 Définition des moments de la distribution

Une autre propriété intéressante, car elle permet d'accéder facilement à la loi de fréquence du signal, est la définition des moments de la distribution. En effet, tout signal réel admet un signal analytique. Ce dernier s'obtient à partir du signal réel en forçant à zéro les valeurs du spectre pour les fréquences négatives. Ce qui revient à complexifier le signal. Si le signal analytique $x(t)$ et sa transformée de Fourier $X(\nu)$ sont définis par une enveloppe et une phase :

$$x(t) = a(t)\exp(j\phi(t)) \quad \rightarrow \quad X(\nu) = A(\nu)\exp(j\psi(\nu))$$

alors, les moments du premier ordre de la distribution peuvent définir la fréquence instantanée $f_i(t)$ et le temps de propagation de groupe $\tau_g(\nu)$, ce qui impose :

$$f_i(t) = \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \nu P_x(t,\nu)\,d\nu}{\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t,\nu)\,d\nu} = \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi}{dt} \tag{2.9}$$

$$\tau_g(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} tP_x(t,\nu)\,dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t,\nu)\,dt} = \frac{-1}{2\pi}\frac{d\psi}{d\nu} \tag{2.10}$$

2.3.5 Conservation du produit scalaire

La transformée de Fourier assure la conservation du produit scalaire dans le changement de représentation du temps vers la fréquence :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,y^*(t)\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu)\,Y^*(\nu)\,d\nu \tag{2.11}$$

Il est donc souhaitable de disposer d'une propriété du même type pour les distributions temps-fréquence. Cette propriété est connue sous le nom de condition d'unitarité ou formule de Moyal et impose :

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t,\nu)\,P_y(t,\nu)\,dt\,d\nu = \left|\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,y^*(t)\,dt\right|^2 \tag{2.12}$$

2.3.6 Conclusion

Il a été montré qu'aucune distribution ne pouvait vérifier à la fois toutes ces propriétés [Fla98]. Néanmoins, on demande aux distributions de ne vérifier que les plus importantes pour une application donnée.

2.4 Les décompositions atomiques

Les décompositions atomiques modélisent le signal quelconque comme une superposition linéaire de signaux élémentaires appelés atomes. On demande, en général, à chacun des atomes de pouvoir se déduire de l'un d'entre eux, pris comme référence, par l'action d'un groupe de transformation. Le groupe des translations en temps et en fréquence permet de définir la transformée de Fourier à court terme, tandis que le groupe affine permet de définir la transformée en ondelettes continues.

2.4.1 La transformée de Fourier à court terme

Définition

Une première approche consiste à calculer le spectre instantané du signal. Il s'agit de remplacer l'analyse globale proposée par la transformée de Fourier, par une succession d'analyses locales relatives à une fenêtre d'observation glissante. Le principe est de décomposer le signal en sections et on applique la transformée de Fourier sur chacune d'elle. La totalité des spectres locaux indique comment le spectre varie au cours du temps. C'est le principe de la transformée de Fourier à court terme (TFCT) [QI02].

$$F_x(t,\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(s)\,h^*(s-t)\,\exp(-2j\pi\nu s)\,ds \tag{2.13}$$

où h est une fenêtre donnée. En pratique, on utilise le spectrogramme qui est le module au carré de la transformée de Fourier à court terme (TFCT). Lorsque les valeurs de la TFCT sont, en

général, complexes, le module au carré nous assure que la valeur su spectrogramme sera toujours une valeur réelle positive. Le spectrogramme est alors défini comme une densité d'énergie :

$$S_x(t,\nu) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(s)\, h^*(s-t)\, \exp(-2j\pi\nu s)\, ds \right|^2 \tag{2.14}$$

Interprétation

La transformée de Fourier à court terme (TFCT) peut être interprétée de différentes manières. Tout d'abord, elle peut se voir comme une décomposition atomique. En effet, elle décompose le signal sur une famille élémentaire de paquets d'onde obtenue par translation en temps et/ou fréquence d'une fonction mère h. Elle est le résultat de la projection sur une famille de signaux de type :

$$h_{t,\nu}(s) = h(s-t)\, \exp(2j\pi\nu s) \tag{2.15}$$

Son expression dans le domaine dual conduit à une autre interprétation. Ainsi, elle apparente la transformée de Fourier à court terme (TFCT) à une analyse à banc continu de filtres uniformes dont la largeur de bande est constante.

$$F_x(t,\nu) = \exp(-2j\pi\nu t) \int_{-\infty}^{+\infty} X(\xi)\, H^*(\xi-\nu)\, \exp(2j\pi\xi t)\, ds \tag{2.16}$$

Limitations

Prenons deux exemples :

1. Signal parfaitement localisé en temps : $x(t) = \delta(t-t_0)$
   On peut facilement calculer $S_x(t,\nu) = |h(t_0-t)|^2$. La représentation de Fourier à court terme n'est que le module carré de la fenêtre déplacée autour du temps de localisation. La représentation sera alors d'autant plus adaptée au signal que la fenêtre sera étroite (bonne résolution temporelle Δt^2 petit).
2. Signal parfaitement localisé en fréquence : $x(t) = \exp(2j\pi\nu_0 t)$.
   On peut facilement calculer $S_x(t,\nu) = |H(\nu_0-\nu)|^2$. La représentation de Fourier à court terme n'est que le module carré de la transformée de Fourier de la fenêtre déplacée autour de la fréquence ν_0 du signal. La représentation sera alors d'autant plus adaptée au signal que la fenêtre spectrale sera étroite (bonne résolution fréquentielle $\Delta\nu^2$ petit).

On remarque ainsi que la largeur temporelle et fréquentielle de la transformée de Fourier à court terme conditionne la finesse de l'analyse (bonne résolution temporelle ou bonne résolution fréquentielle). A cause des relations d'incertitude (produit $\Delta t^2 \Delta\nu^2$ borné inférieurement), il est impossible d'obtenir simultanément les deux. L'analyse temps-fréquence s'effectue en décomposant le signal sur des atomes qui pavent le plan temps-fréquence avec une fenêtre de surface $\sqrt{\Delta t^2}\sqrt{\Delta\nu^2}$ constante avec Δt^2 constant et $\Delta\nu^2$ constant. La fenêtre qui minimise à la fois l'encombrement temporel et fréquentiel est la gaussienne [Ova98].

Propriétés

Cependant, le spectrogramme dispose de quelques propriétés intéressantes. D'une part, par définition, il respecte le diagramme de covariance des translations en temps et en fréquence. Soit $x_2(t)$ un signal tel que :

$$x_2(t) = x_1(t-t_0) \exp(2i\pi\nu_0 t) \tag{2.17}$$

Le spectrogramme de $x_2(t)$ peut s'établir en fonction de celui de $x_1(t)$ de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
S_{x_2}(t,\nu) &= \left|\int_{-\infty}^{+\infty} x_2(s)\, h^*(s-t)\, \exp(-2j\pi\nu s)\, ds\right|^2 \\
S_{x_2}(t,\nu) &= \left|\int_{-\infty}^{+\infty} x_1(s-t_0) \exp(2j\pi\nu_0 s)\, h^*(s-t)\, \exp(-2j\pi\nu s)\, ds\right|^2 \\
S_{x_2}(t,\nu) &= \left|\int_{-\infty}^{+\infty} x_1(s) \exp(2j\pi\nu_0(s+t_0))\, h^*(s-(t-t_0))\, \exp(-2j\pi\nu(s+t_0))\, ds\right|^2 \\
S_{x_2}(t,\nu) &= \left|\int_{-\infty}^{+\infty} x_1(s)\, h^*(s-(t-t_0))\, \exp(-2j\pi(\nu-\nu_0)s)\, ds\right|^2 \\
S_{x_2}(t,\nu) &= S_{x_1}(t-t_0, \nu-\nu_0) \qquad (2.18)
\end{aligned}$$

D'autre part, le spectrogramme respecte le principe de conservation d'énergie :

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} S_x(t,\nu)\, dt\, d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\nu)|^2\, d\nu = E_x \qquad (2.19)$$

Exemples

Le spectrogramme a été appliqué sur le signal non-stationnaire de la figure 2.1. Le résultat, figure 2.3, montre que les deux modulations linéaires, identifiées par des droites obliques dans le plan temps-fréquence, sont retrouvées. Les diverses sinusoïdes représentées par des droites horizontales dans le plan temps-fréquence permettent de déterminer leurs fréquences et leurs instants d'émission. Le spectrogramme est donc une première méthode pour combler les lacunes de la transformée de Fourier. Cependant, il est à noter que les traces utiles des signaux sont élargies, ceci est le fait du principe d'incertitude, dit d'Heisenberg et du compromis de résolution.

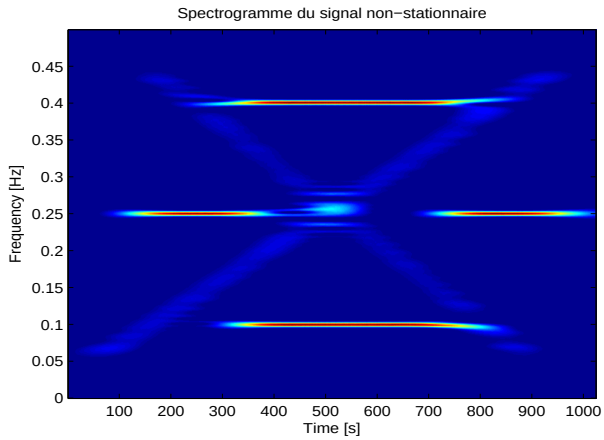


FIG. 2.3 – Spectrogramme du signal non-stationnaire.

2.4.2 La transformée en ondelettes continues

Définition

La transformée en ondelettes continues, consiste à projeter un signal sur une famille de signaux générés à partir d'une ondelette mère par le groupe de transformation affine. En partant d'une ondelette mère, h, ayant de bonnes propriétés (assez "localisable", assez "régulière", ...) une famille d'ondelettes est générée par le groupe des translations et dilatations :

$$h_{t,a}(s) = \frac{1}{\sqrt{a}} h\left(\frac{s-t}{a}\right) \tag{2.20}$$

Ce qui correspond à translater et renormaliser après avoir dilaté ($a > 1$) ou comprimé ($a < 1$) l'ondelette mère. Ce type de transformation laisse la fonction invariante en forme [Fla98]. Par projection d'un signal quelconque sur la famille ainsi générée, on obtient une représentation temps-échelle :

$$T_x(t,a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(s)\, h^*\left(\frac{s-t}{a}\right) ds \tag{2.21}$$

Tout comme a été défini le spectrogramme pour la transformée de Fourier à court terme, on peut définir le scalogramme comme étant le module au carré de la transformée en ondelettes continues :

$$|T_x(t,a)|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(s)\, h^*\left(\frac{s-t}{a}\right) ds \right|^2 \tag{2.22}$$

Interprétations

Ainsi, la transformée en ondelettes continues peut être interprétée comme la projection du signal sur des atomes temps-échelle. Son expression dans le domaine dual conduit à une interprétation temps-fréquence. En transposant sa définition dans le domaine des fréquences on obtient :

$$T_x(t,a) = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu)\, H^*(a\nu)\, \exp(2j\pi\nu t)\, d\nu \tag{2.23}$$

L'effet du filtrage est caractérisé par la multiplication du spectre $X(\nu)$ par $\sqrt{a}H^*(a\nu)$. Pour une ondelette $H(\nu)$ de fréquence centrale ν_0 et de bande B, le paramètre a définit un nouveau gabarit de filtre de fréquence centrale ν_0/a et de bande B/a. Ainsi, l'analyse en ondelettes continues peut s'interpréter comme une analyse à banc de filtre à surtension constante. Le facteur de surtension Q est défini comme l'inverse de la bande relative :

$$Q = \frac{\nu_0}{B} = \frac{\frac{\nu_0}{a}}{\frac{B}{a}} \tag{2.24}$$

L'analyse par ondelettes continues peut donc admettre une interprétation temps-fréquence en considérant que le paramètre d'échelle a permet d'explorer les fréquences. C'est en particulier le cas pour une ondelette monomodale et bien localisée autour de la fréquence ν_0 prise pour référence à l'échelle unité. Dans ce cas, l'analyse par ondelettes continues admet une interprétation temps-fréquence moyennant l'égalité formelle $\nu = \nu_0/a$.

Limitations

Cette interprétation en banc de filtre conduit aux limitations de l'analyse en ondelettes continues tout comme la transformée de Fourier à court terme. Mais, contrairement à la transformée de Fourier à court terme qui présente une résolution en tout point du plan identique, la transformée par ondelette offre une résolution qui dépend du point d'évaluation et de la fréquence. A basse fréquence, soit a élevé, la résolution fréquentielle est grande mais la localisation temporelle est dégradée à cause de la forte dilatation de l'ondelette. A haute fréquence, soit a faible, on bénéficie d'une bonne localisation temporelle, l'ondelette analysante étant comprimée mais d'une mauvaise résolution fréquentielle. On respecte toujours ainsi le principe d'incertitude d'Heisenberg :

$$\sqrt{\Delta t^2_{t,\nu}(\nu)}\sqrt{\Delta \nu^2_{t,\nu}(\nu)} \geq \frac{E_x}{4\pi} \tag{2.25}$$

mais les résolutions dépendantes de la fréquence ont la forme suivante :

$$\sqrt{\Delta t^2_{t,\nu}(\nu)} = \frac{\sqrt{\Delta t^2}}{\nu}\nu_0 \qquad \sqrt{\Delta \nu^2_{t,\nu}(\nu)} = \frac{\sqrt{\Delta \nu^2}}{\nu_0}\nu \tag{2.26}$$

Exemples

La transformée en ondelettes continues a été testée sur le signal non-stationnaire de la figure 2.1. L'ondelette utilisée est une ondelette de Morlet. Le résultat de la transformée en ondelettes continues, figure 4.20, permet de retrouver les différentes composantes du signal non-stationnaire. Ainsi, les sinusoïdes de fréquences normalisées 0.1, 0.4, 0.25, identifiées par des composantes horizontales dans le plan temps-fréquence, sont détectées. Les droites obliques dans le plan temps-fréquence traduisent les deux modulations linéaires de fréquence, l'une croissante variant de la fréquence normalisée 0.05 à 0.45 , aux instants [T7,T8], l'une décroissante variant des fréquences normalisées 0.45 à 0.05, aux instants [T7,T8]. La transformée en ondelettes continues est donc une méthode qui permet de combler les lacunes de la transformée de Fourier. Cependant, il est à noter que les traces utiles des signaux sont élargies, ceci est le fait du principe d'incertitude, dit d'Heisenberg et du compromis de résolution.

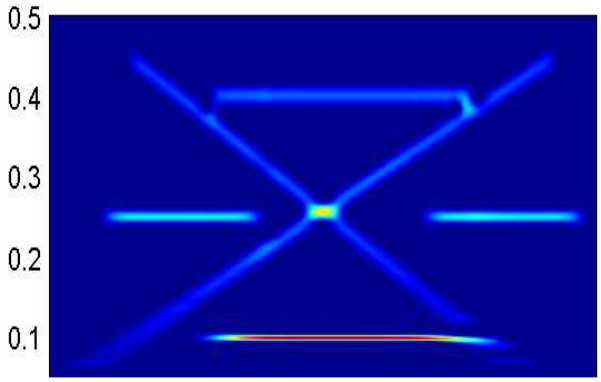


FIG. 2.4 – Transformée en ondelettes continues du signal non-stationnaire.

Les distributions temps-fréquence peuvent être classées selon qu'elles sont une décomposition atomique ou une répartition d'énergie. Une autre classification repose sur les principes de cova-

riance. Ainsi, le groupe de distributions qui respecte le diagramme de covariance des translations en temps et en fréquence est rangé dans la classe de Cohen. Alors que le groupe de distributions temps-fréquence qui vérifient le diagramme de covariance affine est classé dans la classe Affine.

2.5 La classe de Cohen

Les représentations temps-fréquence vérifiant le diagramme de covariance du groupe des translations en temps et fréquence sont répertoriées dans une classe appelée classe de Cohen et donnée par :

$$P_x(t,\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(2j\pi\xi(s-t))\, f(\xi,\tau)\, x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)\, x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right)\, \exp(2j\pi\nu\tau)\, d\xi\, ds\, d\tau \tag{2.27}$$

où $f(\xi,\tau)$ est une fenêtre d'observation vérifiant $f(\xi,\tau) = f^*(-\xi,-\tau)$ pour garantir le caractère réel de $P_x(t,\nu)$

Voici présentées ci-dessous les différentes contraintes imposées sur le noyau $f(\xi,\tau)$ pour obtenir différentes propriétés sur $P_x(t,\nu)$:

– Conservation de l'énergie :

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t,\nu)\, dt\, d\nu \longrightarrow f(0,0) = 1 \tag{2.28}$$

– Préservation des marginales :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t,\nu)\, dt = |X(\nu)|^2 \quad \longrightarrow \quad f(0,\tau) = 1 \tag{2.29}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t,\nu)\, d\nu = |x(t)|^2 \quad \longrightarrow \quad f(\xi,0) = 1 \tag{2.30}$$

– Formule d'unitarité ou de Moyal

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} P_{x_1}(t,\nu)\, P_{x_2}(t,\nu)\, dt\, d\nu = \left|\int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t)\, x_2(t)^*\, dt\right|^2 \longrightarrow |f(\xi,\tau)| = 1 \tag{2.31}$$

Il existe bien entendu d'autres contraintes liées à d'autres propriétés (positivité, conservation des supports, etc.). Celles-ci peuvent être consultées dans [Fla98].

Toutes ces propriétés ne peuvent être réalisées en même temps et on peut donner quelques règles :

– Pour des distributions d'énergie, seulement deux de ces trois propriétés sont vérifiées mais jamais les trois ensembles :
  – forme quadratique du signal
  – marginales correctes
  – positivité

  Exemple : Le spectrogramme est une forme particulière de forme quadratique qui est positive mais ne satisfait pas les contraintes des marginales.
– Positivité et respect de l'unitarité sont incompatibles :

  Exemple : Wigner-Ville n'est pas une densité d'énergie positive partout dans le plan temps-fréquence.

2.5.1 La transformée de Wigner-Ville

Définition

L'une des premières représentations de la classe de Cohen qui se propose à nous, s'obtient en optant pour une fenêtre de pondération $f(\xi,\tau)$ indépendante de ξ et de τ, c'est à dire $f(\xi,\tau)=1$. Cette distribution se nomme la transformée de Wigner-Ville.

$$W_x(t,\nu)=\int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\, x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\, \exp(-2j\pi\nu\tau)\, d\tau \tag{2.32}$$

Cette transformée est très utilisée en traitement du signal et elle respecte de nombreuses propriétés. Ainsi, elle satisfait aux conditions de marginalisation sur le temps et la fréquence, elle répond donc à la conservation d'énergie, elle est réelle mais pas positive, elle conserve le support temporel et fréquentiel des signaux, elle est unitaire et elle permet d'accéder, grâce à ces moments du premier ordre, à la fréquence instantanée ou au retard de groupe des signaux.

Propriétés

Voici les propriétés les plus couramment rencontrées :
- Réelle et satisfaisant les marginales et la conservation de l'énergie.
- Covariance par le groupe des translations en temps et fréquence.

- Conservation du produit scalaire (unitarité ou Moyal).
- Non positivité.
- Conservation du support du signal temporel et fréquentiel :

$$x(t)=0 \quad \forall t\notin(t_1,t_2)\longrightarrow W_x(t,\nu)=0 \quad \forall t\notin(t_1,t_2) \tag{2.33}$$

$$|X(\nu)|=0 \quad \forall \nu\notin(\nu_1,\nu_2)\longrightarrow W_x(t,\nu)=0 \quad \forall \nu\notin(\nu_1,\nu_2) \tag{2.34}$$

- Conservation des moments du signal

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} t^n\, W_x(t,\nu)\, dt\, d\nu \;=\; \int_{-\infty}^{+\infty} t^n |z(t)|^2\, dt \tag{2.35}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \nu^n\, W_x(t,\nu)\, dt\, d\nu \;=\; \int_{-\infty}^{+\infty} \nu^n |Z(\nu)|^2\, d\nu \tag{2.36}$$

- Accès à la fréquence instantanée $\nu_x(t)$ du signal $x(t)$ par le moment d'ordre un de sa distribution temps-fréquence

$$\nu_x(t)=\frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\arg x(t)=\frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\nu\, W_x(t,\nu)\, d\nu}{\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t,\nu)\, d\nu} \tag{2.37}$$

- Localisation :
  Une dernière propriété très importante est la capacité de la distribution de Wigner-Ville à localiser parfaitement les signaux monochromatiques et les *chirps, c'est à dire les signaux à loi de modulation linéaire.*
  - *Sur les signaux monochromatiques :*

$$x(t)=\exp(2j\pi\nu_0 t) \quad ou \quad X(\nu)=\delta(\nu-\nu_0)\longrightarrow W_x(t,\nu)=\delta(\nu-\nu_0) \tag{2.38}$$

- *Sur les chirps : x(t)=*$\exp(-j\pi\alpha t^2)\longrightarrow W_x(t,\nu)=\delta(t-\alpha\,\nu)$

Limitations

Cependant elle répond à un principe de superposition quadratique et non linéaire. Ainsi, la transformée de Wigner-Ville de deux signaux ne se réduit pas à la somme des distributions individuelles de ces signaux.

$$W_{x+y}(t,\nu) = W_x(t,\nu) + W_y(t,\nu) + 2Re\left\{W_{xy}(t,\nu)\right\} \tag{2.39}$$

$$W_{xy}(t,\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\, y^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\, \exp(-2j\pi\nu\tau)\, d\tau \tag{2.40}$$

Par exemple, si un signal est constitué par la superposition de deux atomes, la transformée de Wigner-Ville est constituée de deux contributions relatives aux atomes et d'un terme d'interférence. Ce dernier est localisé au milieu géométrique de la droite qui joint les centres temps-fréquence des atomes considérés et possède une structure oscillante dont la direction est perpendiculaire à cette droite et dont la fréquence est proportionnelle à la distance entre les atomes. Par généralisation, si un signal est composé de N composantes, la transformée de Wigner-Ville compte $N(N-1)/2$ contributions supplémentaires provenant de l'interaction de ces composantes. Ces termes d'interaction ou interférences sont un inconvénient majeur dans l'emploi de la transformée de Wigner-Ville car ils brouillent la lisibilité de la représentation temps-fréquence. **Exemples**

La transformée de Wigner-Ville a été testée sur le signal non-stationnaire de la figure 2.1. Les résultats, figure 2.5, montrent que les traces utiles des signaux sont parfaitement localisées. En effet, dans le cas de la transformée de Wigner-Ville, il n'existe pas de compromis de résolution causé par un principe d'incertitude dit d'Heisenberg. Cependant, la lisibilité et l'interprétation de la transformée de Wigner-Ville est rendue difficile par la présence des termes d'interférence.

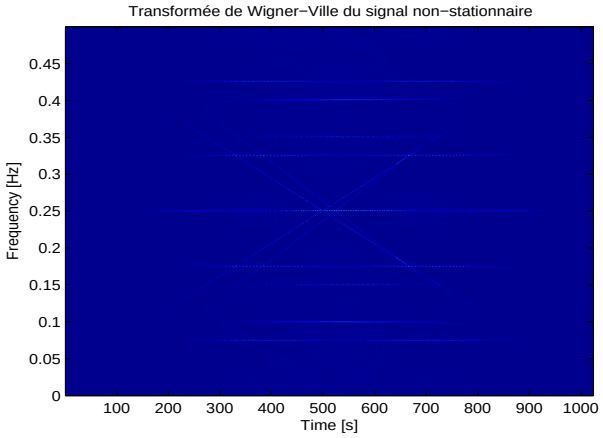


FIG. 2.5 – Transformée de Wigner-Ville du signal non-stationnaire.

2.5.2 La transformée de pseudo Wigner-Ville lissée

Définition

Un inconvénient majeur de la distribution de Wigner-Ville est de générer des termes d'interférences entre chaque composante élémentaire du signal. Ces termes d'interférence pro-

viennent de sa structure bilinéaire qui assure pourtant un bon nombre de propriétés intéressantes. Ainsi, pour des signaux composés de plusieurs composantes élémentaires, la lisibilité de ce genre d'analyse devient très difficile. Pour éviter ce genre de problème, causé par des interférences de nature oscillante, ces distributions peuvent être lissées en temps et en fréquence. Dans ce cas, on peut utiliser la formule de Moyal et avoir :

$$P_l(t_0, f_0) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t,f)\, W_h(t-t_0, f-f_0) \tag{2.41}$$

$$= \left|\int_{-\infty}^{+\infty} x(s)\, h^*(s-t_0)\, \exp(2j\pi f_0 s)\, ds\right|^2 \tag{2.42}$$

où h représente la fenêtre d'analyse et W_h sa distribution de Wigner-Ville associée. Ainsi, si on lisse dans le plan temps-fréquence, la distribution de Wigner-Ville du signal x $W_x(t,f)$ par une fenêtre W_h (distribution temps-fréquence de h) déplacée par le groupe de translations en temps et en fréquence, cela revient à une analyse spectrale classique de type transformée de Fourier à court terme par la fenêtre h. Connaissant les relations d'incertitudes entre l'espace temps et fréquence, le contrôle des résolutions liées en temps et en fréquence devient impossible. Pour éviter cela, il est judicieux d'effectuer un lissage séparable en temps et en fréquence contrôlé par deux fenêtres indépendantes, l'une temporelle l'autre fréquentielle. Cela définit une nouvelle transformée que l'on appelle pseudo Wigner-Ville lissée.

$$PWL(t,\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\, g(s)\, x\left(t+s+\frac{\tau}{2}\right)\, x^*\left(t+s-\frac{\tau}{2}\right)\, \exp(-2j\pi\nu\tau)\, ds\, d\tau \tag{2.43}$$

Limitations

Pour disposer d'un résultat satisfaisant, la fenêtre d'analyse doit être adaptée au type de signal analysé, mais il est évident que ces méthodes ont le défaut d'élargir les traces utiles temps-fréquence du signal du fait du lissage temporel et fréquentiel. D'ailleurs, il est nécessaire de jouer plusieurs fois sur les paramètres de contrôle des fenêtres afin d'obtenir un résultat correct.

Exemples

La transformée de pseudo Wigner-Ville lissée a été testée sur le signal non-stationnaire de la figure 2.1. Le résultat, figure 2.6, montre que les deux modulations linéaires, identifiées par des droites obliques dans le plan temps-fréquence, sont retrouvées. Les diverses sinusoïdes représentées par des droites horizontales dans le plan temps-fréquence permettent de déterminer leurs fréquences et leurs instants d'émission. La transformée de pseudo Wigner-Ville lissée a éliminé les interférences de la distribution de Wigner-Ville. Cependant, il est à noter que les traces utiles des signaux sont élargies, ceci est le fait du principe d'incertitude, dit d'Heisenberg et du compromis de résolution.

2.5.3 Autres méthodes de suppression des termes d'interférences

Pour palier cet inconvénient, c'est à dire le réglage des fenêtres d'analyse, des méthodes de lissage adaptatif ont été mises au point. On distingue deux approches, une approche

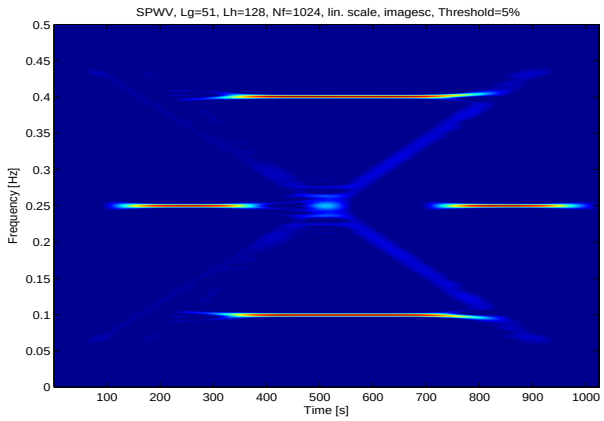


FIG. 2.6 – Transformée de pseudo Wigner-Ville lissée du signal non-stationnaire.

globale et une approche locale. Dans le cadre de l'approche global, le raisonnement part de la fonction d'ambiguïté.

$$A_x(\theta,\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)\, x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right)\, \exp(j\theta s)\, ds \tag{2.44}$$

En effet, dans le plan d'ambiguïté, les termes utiles se trouvent concentrés à l'origine, alors que les termes d'interférences sont éloignés de l'origine avec une distance proportionnelle à la fréquence d'oscillation de ces termes dans le plan temps-fréquence. Donc, on peut faire l'extraction des termes utiles en considérant un masque qui gardera seulement les termes autour de l'origine. Ce masque sera adapté de telle manière à maximiser l'énergie à l'origine tout en fournissant le meilleur compromis entre la conservation du support temps-fréquence et la suppression des interférences (si le masque est étroit, on éliminera la plupart des termes d'interférence, mais on perdra aussi des termes utiles ; par contre si le masque est grand on gardera des termes d'interférences). Pour résoudre ce compromis, on introduit une contrainte pour l'optimisation : le volume du noyau doit être inférieur à une certaine valeur. L'approche global du lissage adaptatif revient donc à un problème d'optimisation sous contrainte. Quant au point de vue local, on peut imaginer d'évaluer l'adaptation d'un lissage à une représentation par l'intermédiaire d'une mesure de concentration dans le plan.

2.5.4 Méthodes de réallocation de la classe de Cohen

Une méthode a récemment été proposée pour améliorer la lisibilité des méthodes temps-fréquence [CM98]. Cette méthode peut être appliquée aux distributions de la classe de Cohen et a pour but de reconcentrer à leurs vraies localisations l'énergie des termes monocomposantes du signal élargis par une opération de lissage [Ova98].

Réallocation du spectrogramme

La distribution de Wigner-Ville est un candidat envisageable pour la description de l'évolution de l'énergie :

$$W_x(t,\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\, x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\, \exp(-2j\pi\nu\tau)\, d\tau \tag{2.45}$$

On constate sur la figure 2.5 sur un signal constitué de modulations linéaires de fréquence et de sinusoïdes qu'elle répond à nos espérances : l'énergie est concentrée autour de chacune des composantes du signal. Mais la nature bilinéaire de cette distribution provoque l'apparition de termes d'interférences qui se matérialisent par des structures oscillantes (entre valeurs positives et négatives) qui viennent en compliquer la lecture.
Il nous faut trouver une solution pour supprimer ces interférences. Compte tenu de la structure de celle-ci, le lissage (l'application d'un filtre linéaire passe-bas) de la distribution de Wigner-Ville est une solution naturelle. A ce titre, la transformée de Pseudo Wigner-Ville lissée ou le spectrogramme qui est le module au carré de la transformée de Fourier à court terme peut être vu comme une version lissée de la distribution de Wigner-Ville du signal :

$$S_x^h(t,\nu) = \int\int W_x(s,\xi) W_h(s-t,\xi-\nu) \frac{ds d\xi}{2\pi} \tag{2.46}$$

par un noyau égal à la distribution de Wigner-Ville de la fenêtre $h(t)$. Dans les régions où la distribution de Wigner-Ville ne présente que des interférences, celle-ci fluctue rapidement entre valeurs positives et négatives qui se compensent si on en fait une moyenne locale. Ceci amène le spectrogramme à avoir, dans ces régions, une valeur proche de zéro. Les interférences sont donc bien atténuées. En contrepartie, le lissage provoque l'étalement de la distribution d'énergie dans les régions associées au signal, ce qui conduit pour le spectrogramme à une perte de résolution et de contraste.
Le principe de la réallocation est de refocaliser le spectrogramme sur la répartition d'énergie temps-fréquence donnée par la distribution de Wigner-Ville. Cela consiste à déplacer les valeurs du spectrogramme de leur point de calcul vers une nouvelle position $(t_x(t,\nu), \nu_x(t,\nu))$ donnée par un barycentre évalué sur la distribution de Wigner-Ville du signal dans un voisinage du plan temps-fréquence défini par le noyau de lissage $W_h(t,\nu)$ de la manière suivante :

$$t_x(t,\nu) = \frac{1}{S_x^h(t,\nu)} \int\int s W_x(s,\xi) W_h(s-t,\xi-\nu) \frac{ds d\xi}{2\pi} \tag{2.47}$$

$$\nu_x(t,\nu) = \frac{1}{S_x^h(t,\nu)} \int\int \xi W_x(s,\xi) W_h(s-t,\xi-\nu) \frac{ds d\xi}{2\pi} \tag{2.48}$$

Le spectrogramme réalloué s'obtient donc en réagençant les valeurs du spectrogramme dans le plan temps-fréquence, éventuellement en en faisant la somme si deux quantités arrivent au même endroit :

$$S^{h*}{}_x(t,\nu) = \int\int S_x^h(s,\xi) \delta(t - t_x(s,\xi), \nu - \nu_x(s,\xi)) \frac{ds d\xi}{2\pi} \tag{2.49}$$

Généralisation

Les opérateurs de réallocation ont été définis comme les coordonnées du centre de masse calculé sur la distribution de Wigner-Ville du signal prise dans un voisinage du plan temps-fréquence. Ce voisinage est déterminé pour le spectrogramme par $W_h(t,\nu)$, la distribution de Wigner-Ville de la fenêtre. Rien n'empêche a priori de considérer d'autres types de voisinage. Ceci revient alors à choisir un noyau de lissage arbitraire pour la distribution que l'on désire réallouer.
Soit $\Pi(t,\nu)$ ce noyau, la distribution qui lui est associé s'écrit alors comme la convolution bidimensionnelle de la distribution de Wigner-Ville du signal :

$$C_x(t,\nu) = \int\int W_x(s,\xi)\Pi(s-t,\xi-\nu)\frac{dsd\xi}{2\pi} \tag{2.50}$$

On se retrouve alors naturellement dans la classe de Cohen qui rassemble toutes les distributions bilinéaires temps-fréquence covariantes aux translations en temps et en fréquence [Fla98].
La généralisation pour ces distributions des équations (2.47) et (2.48) est alors directe[CM98] :

$$t_x(t,\nu) = \frac{1}{C_x(t,\nu)}\int\int sW_x(s,\xi)\Pi(s-t,\xi-\nu)\frac{dsd\xi}{2\pi} \tag{2.51}$$

$$\nu_x(t,\nu) = \frac{1}{C_x(t,\nu)}\int\int \xi W_x(s,\xi)\Pi(s-t,\xi-\nu)\frac{dsd\xi}{2\pi} \tag{2.52}$$

On modifie ensuite la distribution $C_x(t,\nu)$ de manière identique au spectrogramme :

$$C_x^*(t,\nu) = \int\int C_x(s,\xi)\delta(t-t_x(s,\xi),\nu-\nu_x(s,\xi))\frac{dsd\xi}{2\pi} \tag{2.53}$$

De cette manière, on associe à chaque distribution de la classe de Cohen, une distribution modifiée par la méthode de réallocation. L'utilité de la modification de telle ou telle distribution dépend de la nature du noyau de paramétrisation. Par exemple, l'application de la réallocation sur la distribution de Wigner-Ville pour laquelle $\Pi(t,\nu) = \delta(t,\nu)$ donne à nouveau la distribution de Wigner-Ville, et est donc inutile. Néanmoins, il est naturel de penser qu'elle est justifiée lorsque $\Pi(t,\nu)$ définit implicitement un voisinage du plan temps-fréquence (qui donne un sens à la notion de centre de masse local) aux dimensions telles que l'atténuation des interférences soit suffisante.

Exemples

Le spectrogramme réalloué a été testé sur le signal non-stationnaire de la figure 2.1. Le résultat, figure 2.7, montre que les deux modulations linéaires, identifiées par des droites obliques dans le plan temps-fréquence, sont retrouvées. Les diverses sinusoïdes représentées par des droites horizontales dans le plan temps-fréquence permettent de déterminer leurs fréquences et leurs instants d'émission. Il est à noter que les traces utiles des signaux sont plus étroites que celles du spectrogramme, figure 2.3,à cause de la réallocation.

2.6 La classe affine

2.6.1 Approche temps-échelle introduite par P. Flandrin et O. Rioul

Les représentations temps-échelle bilinéaires qui vérifient le diagramme de covariance du groupe affine sont répertoriées dans une classe, appelée classe affine de Cohen et sont données par :

$$P_x(t,a) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\Pi\left(\frac{s-t}{a},a\xi\right)W_x(s,\xi)\,d\xi\,ds \tag{2.54}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{|a|}\psi(\xi,\nu)\,X\left(\frac{1}{a}(\nu-\frac{\xi}{2})\right)\,X^*\left(\frac{1}{a}(\nu+\frac{\xi}{2})\right)\exp\left(\frac{-2j\pi\xi t}{a}\right)d\xi\,d\nu \tag{2.55}$$

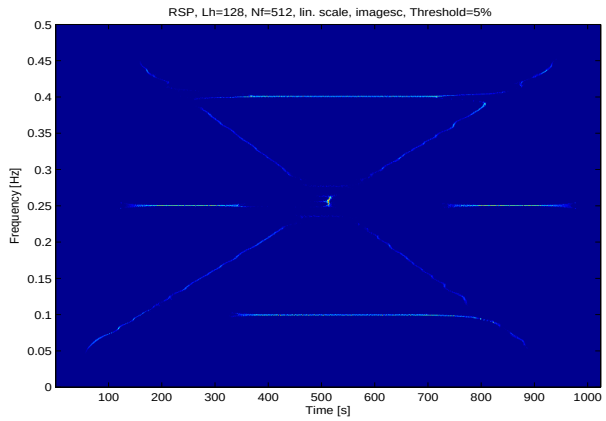


FIG. 2.7 – Spectrogramme réalloué du signal non-stationnaire.

où la fonction $\psi(\xi, \nu)$ est reliée à $\Pi(t, f)$ par :

$$\psi(\xi, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t, \nu)\, \exp(-2j\pi\xi t)\, dt \tag{2.56}$$

Ces formes sont les plus générales qui soient. Un cas particulier est le scalogramme défini précédemment où la fenêtre h représente l'ondelette mère.

$$|T_x(t, a)|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(s)\, h^* \left(\frac{s-t}{a} \right)\, ds \right|^2 \tag{2.57}$$

Cette distribution d'énergie peut se mettre sous la forme plus générale :

$$|T_x(t, a)|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_h \left(\frac{s-t}{a}, a\xi \right)\, W_x(s, \xi)\, ds\, d\xi \tag{2.58}$$

Il apparaît que la classe affine est générée à partir de la distribution de Wigner-Ville par l'action d'un lissage affine.

2.6.2 Approche temps-fréquence affine introduite par P. et J. Bertrand

Les représentations temps-fréquence qui vérifient le diagramme de covariance affine sont répertoriées dans une classe, appelée *classe de Bertrand* [Ova92]. Elle est donnée par :

$$B_x(t, \nu) = \nu \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} K(v, v') X(\nu v) X^*(\nu v') \exp(+j2\pi\nu t(v - v') dv dv' \tag{2.59}$$

où $K(v, v')$ est un noyau symétrique et réel : $K(v, v') = K(v', v)^*$
Cette famille de distribution respecte le diagramme de covariance relatif au groupe affine. Le noyau $K(v, v')$ dans (2.59) est libre : il existe, de ce fait, une infinité de distributions appartenant à cette classe. Une des plus connues est la *distribution affine unitaire* présentée dans le paragraphe suivant.

2.6.3 La distribution affine unitaire : une solution particulière de la classe de Bertrand

Définition

Parmi les formes de la classe de Bertrand (2.59), il existe, donc, une distribution appelée distribution *affine unitaire* [Ova92]. Elle est en quelque sorte l'analogue affine de ce que représente la distribution de Wigner-Ville pour le groupe des translations. Elle s'écrit à partir du signal analytique $X(\nu)$ comme :

$$U_x(t,\nu) = \nu \int_{-\infty}^{+\infty} ((s)\lambda(-s))^{\frac{1}{2}}\, X(\nu\lambda(s))X^*(\nu\lambda(-s)) \exp(2j\pi\nu t s) ds \tag{2.60}$$

avec la fonction λ continue, croissante et bijective de $\mathcal{R}$ dans $\mathcal{R}^{+*}$:

$$\lambda(s) = \frac{s}{1-\exp(-s)}$$

Elle possède des propriétés intéressantes dont certaines sont mentionnées dans le paragraphe suivant.

Quelques propriétés de la distribution unitaire

En effet, la distribution affine unitaire compte, entre autres, les propriétés suivantes :

- Elle possède une marginale sur le temps :

  $$\int_{\mathbb{R}} U_x(t,\nu)dt = |X(\nu)|^2$$

  Par contre, la marginalisation sur la fréquence, contrairement au cas bande étroite (classe de Cohen), est difficile à calculer ici. Il est, de plus, inconcevable que cette marginalisation puisse donner, comme dans le cas bande étroite, la puissance instantanée du signal analytique (module au carré de l'enveloppe). En effet, l'enveloppe ne correspond pas à une quantité physique en large bande [Tri05].

- Elle est réelle mais pas partout positive dans le plan temps-fréquence.

- Elle localise parfaitement les signaux monochromatiques $X(\nu) = Y(\nu)\nu^{\frac{1}{2}}\delta(\nu-\nu_0)$, les signaux *chocs* $X(\nu) = Y(\nu)\nu^{\frac{1}{2}}\exp(-j2\pi\nu t_0)$ et également les signaux dit *hyperboliques* (temps de propagation de groupe hyperbolique) sur des courbes $t = t_0 + \frac{\beta}{\nu}$ [Ova92]. La localisation des signaux hyperboliques se traduit par :

  $$X(\nu) = Y(\nu)\nu^{\left(-j2\pi\beta-\frac{1}{2}\right)}\exp(-j2\pi\nu t_0) \quad \rightarrow \quad U_x(t,\nu) = \nu^{-1}\delta\left(t-\left(t_0+\frac{\beta}{\nu}\right)\right)$$

  où $Y(\nu)$ est l'échelon unité, également appelé distribution de Heaviside.

- Elle est unitaire par construction :

  $$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{+\infty} U_{x_1}(t,\nu)U_{x_2}(t,\nu)dtd\nu = \left|\int_{0}^{+\infty} X_1(\nu)X_2^*(\nu)d\nu\right|^2 \tag{2.61}$$

- Le moment du premier ordre sur le temps de la distribution définit le temps de propagation de groupe $\tau_g(\nu)$:

$$\frac{\int_{\mathbb{R}} tU_x(t,\nu)dt}{\int_{\mathbb{R}} U_x(t,\nu)dt} = \tau_g(\nu)$$

  Par contre, le moment du premier ordre sur la fréquence, contrairement au cas bande étroite, est difficile à calculer ici. Il est, de plus, inconcevable que ce moment puisse donner, comme dans le cas bande étroite, la fréquence instantanée du signal analytique. En effet, la fréquence instantanée ne correspond pas à une quantité physique en large bande [Tri05].

- La distribution affine unitaire tend vers la distribution de Wigner-Ville lorsque la bande relative tend vers zéro [Vig96].

- Elle conserve le support des signaux ; en particulier elle est nulle sur l'espace des fréquences négatives.

Limitations

Tout comme la transformée de Wigner-Ville de la classe de Cohen, la distribution affine unitaire crée des interactions entre les composantes du signal. Ces dernières peuvent être éliminées par filtrage de la distribution unitaire. C'est un raisonnement similaire à la transformée de pseudo Wigner-Ville lissée [Ova98].

Exemples

La distribution affine unitaire a été appliquée sur le signal non-stationnaire de la figure 2.1. Les résultats, figure 2.8, montrent que l'on retrouve l'information du signal non-stationnaire. Cependant la lisibilité et l'interprétation de la distribution affine unitaire est rendue difficile par la présence des termes d'interférence.

2.6.4 Le scalogramme : une forme régularisée de la distribution affine unitaire

Comme la transformée de Wigner-Ville, la distribution unitaire $U_x(t,\nu)$ n'est pas positive. Elle ne définit donc pas une densité d'énergie dans le plan temps-fréquence. Un moyen de remédier à ce problème est de construire une forme régularisée associée à cette distribution en utilisant la formule de Moyal (2.12), [Ova92], [Vig96].
Soit la fonction $\Phi_{0,1}(\nu)$ localisée autour de la fréquence $\nu = 1$ Hz, du temps $t = 0$ et nulle pour les fréquences négatives : on appelle cette fonction ondelette mère. On construit, alors, une famille d'ondelettes [1] $\Phi_{t_0,\nu_0}(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\nu_0}}\Phi_{0,1}\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)\exp(-2j\pi\nu t_0)$ à partir de l'ondelette mère : l'énergie de chaque ondelette Φ_{t_0,ν_0} est alors concentrée autour de (t_0,ν_0) dans le plan temps-fréquence, celle de l'ondelette mère est, elle, concentrée autour $(t,\nu) = (0,1)$.

[1] On pourra vérifier la conservation de l'énergie entre l'ondelette mère et les ondelettes ainsi construites : $\|\Phi_{t_0,\nu_0}\| = \|\Phi_{0,1}\|$ La définition de l'énergie est ici, $E_X = \|X\| = \int_0^{+\infty} |X(\nu)|^2 \, d\nu$ avec le choix $r = \frac{-1}{2}$

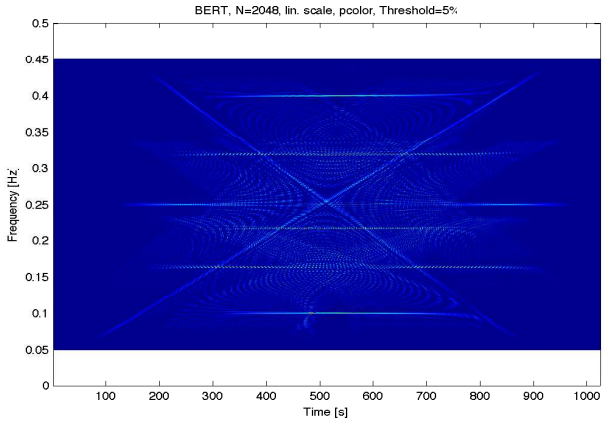


FIG. 2.8 – Distribution affine unitaire du signal non-stationnaire.

En appliquant le diagramme de covariance relatif au groupe affine sur la distribution affine unitaire avec $(a; b; r; q) = (\frac{1}{\nu_0}, t_0, -\frac{1}{2}, 0)$, on a :

$$U_{\Phi_{t_0,\nu_0}}(t,\nu) = U_{\Phi_{0,1}}\left(\nu_0(t-t_0), \frac{\nu}{\nu_0}\right) \tag{2.62}$$

Par conséquent, la forme régularisée Ω_x obtenue par un lissage particulier de la distribution affine unitaire s'exprime par [Tri05] :

$$\begin{aligned}\Omega_x(t_0,\nu_0) &= \int_{\mathbb{R}}\int_{\mathbb{R}^+} U_x(t,\nu)U_{\Phi_{t_0,\nu_0}(t,\nu)}\ dt\ d\nu &(2.63)\\ &= \int_{\mathbb{R}}\int_{\mathbb{R}^+} U_x(t,\nu)U_{\Phi_{0,1}}\left(\nu_0(t-t_0), \frac{\nu}{\nu_0}\right)\ dt\ d\nu &(2.64)\end{aligned}$$

Enfin, en utilisant la formule de Moyal (2.12) avec $X_1(\nu) = X(\nu)$ et $X_2(\nu) = \Phi_{t_0,\nu_0}(\nu)$, on a :

$$\begin{aligned}\Omega_x(t_0,\nu_0) &= \left|\int_0^{+\infty} X(\nu)\Phi^*_{t_0,\nu_0}(\nu)d\nu\right|^2 &(2.65)\\ &= \left|\int_0^{+\infty} X(\nu)\frac{1}{\sqrt{(\nu_0)}}\Phi^*_{0,1}\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)\exp(2j\pi\nu t_0)d\nu\right|^2 &(2.66)\end{aligned}$$

On reconnaît la transformée en ondelettes continues T_x du signal $X(\nu)$ [Fla98], [Tri05]. Les coefficients d'ondelettes sont définis par :

$$T_x(t_0,\nu_0) = \int_0^{+\infty} X(\nu)\Phi^*_{t_0,\nu_0}(\nu)d\nu$$

Par conséquent, Ω_x est le scalogramme s'exprimant comme le module au carré de la transformée en ondelettes continues. Il est positif et définit une distribution d'énergie du signal dans le plan temps-fréquence.
Avec cette régularisation, on réduit les interactions entre les composantes du signal mais on dégrade la résolution dans le plan temps-fréquence suivant l'inégalité d'Heisenberg-Gabor et on perd les propriétés des marginales.

2.7 Conclusion

L'outil usuel en traitement du signal est la transformée de Fourier. Elle est très bien adaptée à l'étude des signaux stationnaires. Par contre, elle montre ses limites dans l'étude des signaux non-stationnaires. En effet, pour ces derniers, elle perd toute notion de temporalité et elle est limitée par le principe d'incertitude dit d'Heisenberg. L'analyse temps-fréquence présente des représentations d'un signal conjointement en temps et en fréquence ce qui permet de combler les lacunes de la transformée de Fourier.
Parmi les distributions de l'analyse temps-fréquence, la démarche la plus intuitive est celle de l'analyse de Fourier à court terme qui conduit au spectrogramme (module carré de la transformée de Fourier à court terme). Ce n'est cependant qu'une approche parmi d'autres et une formalisation générale du problème aboutit à la conclusion qu'il n'existe pas une solution intéressante mais toute une variété.
En effet, les deux approches intuitives sont la construction de décomposition atomique ou de répartition d'énergie selon les variables que sont le temps et la fréquence. Il existe donc une multitude de solutions dont on aimerait qu'elles respectent certaines propriétés. Cependant il n'existe aucune représentation vérifiant toutes les propriétés exigées. L'emploi d'une distribution résultera d'un compromis.
Les principes de covariance permettent de définir la classe de Cohen adaptée aux signaux bande étroite et la classe affine adaptée aux signaux large bande. Dans la classe de Cohen on a étudié les distributions usuelles qui présentent des avantages et des inconvénients. Ainsi, le spectrogramme, la transformée de pseudo Wigner-Ville lissée sont contraints d'avoir un compromis de résolution. La transformée de Wigner-Ville, est quant à elle, limitée par les termes d'interférences bien qu'elle vérifie un bon nombre de propriétés. Dans la classe affine, les ondelettes continues sont limitées par un compromis de résolution non-constant sur le pavage du plan temps-fréquence. Tout comme la transformée de Wigner-Ville pour la classe de Cohen, la distribution affine unitaire est limitée par des termes d'interférences entre les composantes du signal.
L'emploi d'une distribution temps-fréquence dépendra de l'application et donc des propriétés recherchées et inconvénients tolérés.

3

Notions de polarimétrie radar cohérente

Sommaire

3.1 Fondements mathématiques de la polarimétrie 52
3.1.1 Equations de Maxwell 52
3.1.2 Ellipse de polarisation 53
3.1.3 Le vecteur de Jones 54
3.1.4 Le vecteur de Stokes 55
3.1.5 La matrice de diffusion cohérente 56
3.2 Les décompositions cohérentes 57
3.2.1 La décomposition de Pauli 58
3.2.2 La décomposition de Krogager 59
3.2.3 La décomposition de Cameron 61
3.3 Les paramètres de Huynen 64
3.4 Le test de cohérence 68
3.4.1 Le test de cohérence des cibles distribuées 69
3.4.2 Le test de cohérence des cibles ponctuelles 70
3.4.3 Le test de cohérence 71
3.5 Exemple d'étude non-cohérente 72
3.5.1 Les opérateurs matriciels des études non-cohérentes 72
3.5.2 La décomposition Entropie, Anisotropie, paramètre Alpha 74
3.6 Conclusion 78

La polarimétrie exploite l'aspect vectoriel de l'onde électromagnétique. Lors de l'interaction entre une onde électromagnétique incidente et une cible radar, l'onde diffusée possède en général des propriétés polarimétriques différentes de celles de l'onde incidente. La modification de l'état de polarisation causée par la cible permet de caractériser cette dernière.
Dans le cadre de l'imagerie SAR, on distingue deux types de cible. D'une part, les cibles artificielles (bâtiments, avions, véhicules,...). Ces cibles sont généralement construites par l'homme et font intervenir des interactions déterministes. Par définition, les interactions déterministes reçoivent et renvoient des ondes complètement polarisées. Les ondes complètement polarisées sont caractérisées par leur état de polarisation et font appel à des études cohérentes. D'autre part, on distingue les cibles naturelles (champs, forêts,...). Ces cibles, appartiennent généralement au milieu naturel et sont le siège de diverses interactions complexes et aléatoires. Dans le cas des milieux naturels, les ondes diffusées sont partiellement polarisées car elles résultent de superposition d'interactions provenant d'un nombre indéterminé de diffuseurs incohérents. Le caractère aléatoire de ces milieux nécessitent une étude statistique, c'est-à-dire non-cohérente [TS98].

Dans le cadre de notre étude, nous nous sommes intéressés aux cibles déterministes dans la mesure où nous attendons des comportements anisotropiques et dispersifs significatifs de la part de ces dernières. L'objectif de ce chapitre est donc d'étudier en quoi la polarimétrie et en particulier les études cohérentes, vont nous permettre de caractériser la géométrie et l'orientation des diffuseurs.

3.1 Fondements mathématiques de la polarimétrie

3.1.1 Equations de Maxwell

Le comportement des champs électromagnétiques est régi par les équations de Maxwell. Dans un milieu isotrope et homogène, elles s'expriment de la manière suivante.
L'équation de Maxwell Gauss impose :

$$div(\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t)) = \frac{\rho(\overrightarrow{r},t)}{\varepsilon_0} \tag{3.1}$$

où $\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t)$ est le champ électrique, où $\rho(\overrightarrow{r},t)$ est la densité de charge et où ε_0 est la permittivité de l'espace libre.
L'équation de Maxwell Faraday s'écrit sous la forme locale de la manière suivante :

$$\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t)\right) = -\frac{d}{dt}\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r},t) \tag{3.2}$$

où $\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r},t)$ est le champ magnétique.
La conservation du flux magnétique s'exprime de la façon suivante :

$$div\left(\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r},t)\right) = 0 \tag{3.3}$$

Enfin, l'équation de Maxwell Ampère établit que :

$$\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r},t)\right) = \mu_0\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r},t) + \mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t) \tag{3.4}$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique dans l'espace libre, et où $\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r},t)$ est la densité de courant des particules libres.
Les équations de Maxwell conduisent à l'équation de propagation qui, en l'absence de charge, ($\rho(\overrightarrow{r},t) = 0$, $\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r},t) = \overrightarrow{0}$), se réduit à :

$$\nabla^2\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t) + \frac{1}{c}\frac{d^2}{dt^2}\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t) = \overrightarrow{0} \tag{3.5}$$

où c est la célérité de l'onde.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \tag{3.6}$$

Les solutions de l'équation de propagation sont de la forme :

$$\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t) = \overrightarrow{E_1}\left(t - \frac{z}{c}\right) + \overrightarrow{E_2}\left(t + \frac{z}{c}\right) \tag{3.7}$$

Le premier terme $\overrightarrow{E_1}$ est associé à une onde se propageant selon les z positifs à une vitesse c. Le second terme $\overrightarrow{E_2}$ est, quant à lui, associé à une onde se propageant selon les z négatifs et à

la même vitesse [GPS01]. Considérant qu'une onde est un phénomène progressif, seul le premier terme est pris en considération.
Plus généralement, la solution des équations de Maxwell montre que le champ électrique, $\overrightarrow{E}$, d'une onde plane monochromatique est normal à la direction de propagation $\overrightarrow{k}$ et le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ est tel que le trièdre $(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{B}, \overrightarrow{k})$ est direct.
Ainsi, si nous considérons une onde plane monochromatique définie dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z})$ et se propageant dans une direction $\overrightarrow{k}$, le champs électrique a pour composantes, à un instant t donné :

$$\overrightarrow{E} = E_x \overrightarrow{x} + E_y \overrightarrow{y} \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x}\cos(\omega t - kz + \delta_x) \\ E_y &= E_{0y}\cos(\omega t - kz + \delta_y) \\ E_z &= 0 \end{aligned} \tag{3.9}$$

3.1.2 Ellipse de polarisation

Le vecteur du champ électrique $\overrightarrow{E}$ satisfaisant l'équation (3.5) se propageant le long de l'axe $\overrightarrow{z}$ décrit une trajectoire hélicoïdale [PS92]. En effet, en posant $\delta = \delta_y - \delta_x$, les équations (3.9) aboutissent à la relation suivante :

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{E_{0x}E_{0y}}\cos(\delta) + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = \sin(\delta)^2 \tag{3.10}$$

Ainsi, à un instant t donné, la trajectoire décrite par l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{E}$ lors du déplacement du plan équiphase suivant l'axe $\overrightarrow{z}$ est de type hélicoïdale.
Le lieu décrit au cours du temps par l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{E}$, dans un plan équiphase situé à la cote $z = z_0$, est, dans le cas général, une ellipse dont l'équation est donnée par la relation (3.10).
L'état de polarisation elliptique d'une onde est totalement spécifié par les paramètres géométriques décrivant l'ellipse de polarisation [PS92].
L'orientation, ϕ, est l'angle formé par le grand axe de l'ellipse et la direction des $\overrightarrow{x}$ croissants est limitée au domaine $[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
L'ellipticité, τ, représente l'ouverture de l'ellipse et est limitée au domaine $[\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$. Le signe de τ indique le sens de parcours de l'ellipse, c'est-à-dire le sens de polarisation. La polarisation est dite "main droite" si l'ellipse est parcourue dans le sens horaire lorsqu'un observateur regarde l'évolution de l'onde dans la direction de propagation, c'est à dire pour $\tau < 0$. Elle est dite "main gauche" dans le cas inverse, c'est à dire pour $\tau > 0$.
L'amplitude de l'ellipse, A, est définie en fonction de la longueur des axes de demie longueur a et b, de l'ellipse de telle manière que : $A = \sqrt{a^2 + b^2}$.
La phase absolue, α, représente, par définition, l'angle entre la position initiale du vecteur du champ électrique $\overrightarrow{E}$ à $t = 0$, et l'axe principal de l'ellipse. La phase absolue est limitée au domaine $[-\pi, \pi]$.
Il existe différents cas d'état de polarisation. En effet, la polarisation peut-être rectiligne, circulaire ou elliptique. La polarisation est rectiligne lorsque $\delta = 0$, c'est-à-dire, lorsque les deux composantes du champ électrique sont en phase. La polarisation est dite circulaire lorsque $a = b$ et $\delta = \varepsilon\frac{\pi}{2}$, avec $\varepsilon = \pm 1$. Dans ce cas, les deux composantes du champ électrique sont en quadrature et d'amplitudes égales. La polarisation est circulaire gauche si $\varepsilon = 1$, et droite si $\varepsilon = -1$. La

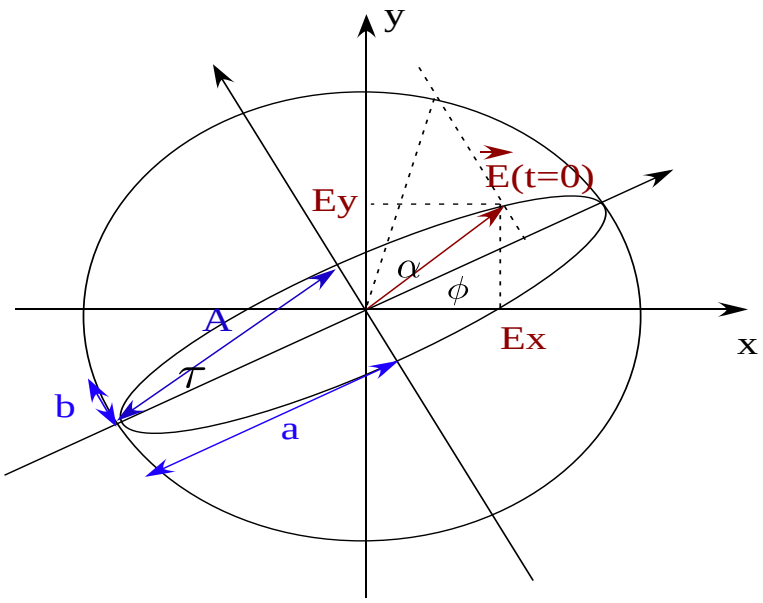


FIG. 3.1 – Ellipse de polarisation décrite par le champ électrique.

polarisation est dite elliptique gauche si $\sin(\delta) \geq 0$ et droite si $\sin(\delta) \leq 0$. Il faut noter que les deux polarisations circulaires ont des valeurs d'azimut ϕ indéterminées et que les polarisations rectilignes n'ont pas de sens d'orientation (droite ou gauche) puisque τ est nul.

3.1.3 Le vecteur de Jones

Le champ électrique $\overrightarrow{E}$ d'une onde plane, monochromatique, uniforme de polarisation quelconque est donné par (3.9). Comme l'onde est monochromatique, les composantes de l'onde électrique oscillent à la même fréquence, l'information temporelle peut être négligée.

$$\overrightarrow{E}(z) = \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}z\right)\begin{bmatrix} |E_x|\exp(j\delta_x) \\ |E_y|\exp(j\delta_y) \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Comme l'onde est plane, le champ électrique est identique en tout point du plan d'onde. Ainsi, il est possible de supprimer l'information spatiale. L'étude de l'onde peut donc se restreindre au plan d'onde correspondant à $z = 0$ par exemple. Le champ électrique devient donc :

$$\overrightarrow{E}(0) = \begin{bmatrix} |E_x|\exp(j\delta_x) \\ |E_y|\exp(j\delta_y) \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

Le vecteur $\overrightarrow{E}(0)$ est appelé vecteur de Jones de l'onde. Le vecteur de Jones contient l'information complète sur l'amplitude et les phases des composantes du champ, donc sur l'état de polarisation. A partir du vecteur de Jones $\overrightarrow{E}(0)$, le vecteur champ électrique dépendant de l'espace et du temps $\overrightarrow{E}$ de l'onde, peut être reconstruit :

$$\overrightarrow{E}(z,t) = Re\left\{\overrightarrow{E}(0)\exp(j(\omega t - kz))\right\} \tag{3.13}$$

A partir du vecteur de Jones, les éléments géométriques caractéristiques de l'ellipse de polarisation peuvent être retrouvés. Ainsi, la phase propre peut être définie par :

$$\alpha = \delta_x \tag{3.14}$$

Etat de polarisation	Ellipticité : τ	Orientation : ϕ	$\overrightarrow{E}_{H,V}$	$\overrightarrow{E}_{G,D}$
Linéaire verticale	0°	90°	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} -j \\ 1 \end{bmatrix}$
Linéaire horizontale	0°	0°	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$
Circulaire gauche	$+45^\circ$	Indéterminée	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Circulaire droite	-45°	Indéterminée	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

TAB. 3.1 – Exemples de vecteurs de Jones associés à des comportements polarimétriques canoniques

La différence de phase est calculée selon :

$$\delta = \delta_y - \delta_x \tag{3.15}$$

L'orientation de l'ellipse, ϕ, peut être déterminée suivant :

$$\tan(2\phi) = \frac{2|E_x||E_y|}{|E_x|^2 - |E_y|^2}\cos(\delta) \tag{3.16}$$

L'ouverture de l'ellipse ou ellipticité, τ, est extraite de la façon suivante :

$$\sin(2\tau) = \frac{2|E_x||E_y|}{|E_x|^2 + |E_y|^2}\sin(\delta) \tag{3.17}$$

L'amplitude de l'onde est déterminée de la manière suivante :

$$A = \sqrt{|E_x|^2 + |E_y|^2} \tag{3.18}$$

Le sens de la polarisation est déterminé selon le signe de τ.
Le vecteur de Jones fournit une représentation de l'onde. Une autre représentation de l'onde consisterait à considérer, par exemple, le vecteur de Jones dans un autre plan d'onde en $z = z_0$ avec :

$$\overrightarrow{E}(z_0) = \overrightarrow{E}(0)\exp(-jkz_0) \tag{3.19}$$

Le tableau 3.1 montre des exemples de vecteurs de Jones associés à des états de polarisation canoniques. Ces vecteurs sont de norme unitaire et définis avec une phase à l'origine nulle, $\alpha = 0$, représentés dans les bases de polarisation H/V et CG/CD.

3.1.4 Le vecteur de Stokes

Le vecteur de Jones fournit une première représentation de l'état polarimétrique d'une onde. Une autre représentation peut être fournie par le vecteur de Stokes. Le vecteur de Stokes associé au

vecteur de Jones $\overrightarrow{E} = [E_x; E_y]$ est défini par :

$$g(\overrightarrow{E}) = \begin{bmatrix} g_0 = |E_x|^2 + |E_y|^2 \\ g_1 = |E_x|^2 - |E_y|^2 \\ g_2 = 2Re(E_x E_y^*) \\ g_3 = -2Im(E_x E_y^*) \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

La définition s'applique dans un système de coordonnées direct $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$, [PS92].
Les quatre composantes réelles du vecteur de Stokes vérifient la relation :

$$g_0^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 \tag{3.21}$$

Certains paramètres de l'ellipse de polarisation peuvent être exprimés à partir des composantes du vecteur de Stokes. En effet, les équations (3.16), et (3.17), relient l'orientation et l'ellipticité de l'ellipse aux composantes du vecteur de Jones. Et la définition du vecteur de Stokes, (3.20), relie le vecteur de Stokes au vecteur de Jones. Ainsi, les relations suivantes peuvent être déterminées :

$$\tan(2\phi) = \frac{2|E_x||E_y|}{|E_x|^2 - |E_y|^2}\cos(\delta) = \frac{2Re(E_x E_y^*)}{|E_x|^2 - |E_y|^2} = \frac{g_2}{g_1} \tag{3.22}$$

$$\sin(2\tau) = \frac{2|E_x||E_y|}{|E_x|^2 + |E_y|^2}\sin(\delta) = \frac{-2Im(E_x E_y^*)}{|E_x|^2 + |E_y|^2} = \frac{g_3}{g_0} \tag{3.23}$$

De ce fait, les composantes du vecteur de Stokes peuvent être déduites de g_0, τ, ϕ.

$$\begin{cases} g_0 = g_0 \\ g_1 = g_0 \cos(2\phi)\cos(2\tau) \\ g_2 = g_0 \sin(2\phi)\cos(2\tau) \\ g_3 = g_0 \sin(2\tau) \end{cases} \tag{3.24}$$

La relation (3.24) est similaire à l'expression d'un point P en coordonnées sphériques, elle laisse entrevoir une manière de représentation des états de polarisation à la périphérie d'une sphère, dénommée sphère de Poincaré, où chaque état de polarisation sera désigné par un point P défini par les coordonnées du vecteur de Stokes associé.

3.1.5 La matrice de diffusion cohérente

La matrice de diffusion cohérente, appelée aussi matrice de Sinclair est une matrice (2×2) d'éléments complexes, qui relie le vecteur de Jones incident $\overrightarrow{E}_i$ à celui diffusé $\overrightarrow{E}_s$, tous deux définis dans une base polarimétrique $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ [PS92].

$$\overrightarrow{E}_s = [S]\overrightarrow{E}_i = \begin{bmatrix} S_{uu} & S_{uv} \\ S_{vu} & S_{vv} \end{bmatrix} \overrightarrow{E}_i \tag{3.25}$$

Les éléments de la matrice de Sinclair sont caractérisés par leurs indices. L'indice de droite indique la polarisation incidente alors que celui de gauche représente la polarisation diffusée. Les éléments diagonaux de la matrice de Sinclair sont appelés éléments co-polarisés car ils représentent le coefficient multiplicatif complexe reliant les projections des vecteurs de Jones incident et réfléchi sur le même axe de la base de polarisation. Les autres éléments de la matrice de Sinclair sont appelés éléments de polarisation croisée.

Cibles Canoniques	Matrice de Sinclair $[S]$
Sphère, plan, trièdre	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Dipôle	$\begin{bmatrix} \cos^2(\psi) & \frac{1}{2}\sin(2\psi) \\ \frac{1}{2}\sin(2\psi) & \sin^2(\psi) \end{bmatrix}$
Dièdre	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} \cos(2\psi) & \sin(2\psi) \\ \sin(2\psi) & -\cos(2\psi) \end{bmatrix}$
Hélice droite	$\frac{1}{2}e^{-2i\psi}\begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & -1 \end{bmatrix}$
Hélice gauche	$\frac{1}{2}e^{2i\psi}\begin{bmatrix} 1 & i \\ i & -1 \end{bmatrix}$

TAB. 3.2 – Exemples de matrices de Sinclair associées à des cibles canoniques

Pour une configuration de mesure donnée, lors de l'interaction avec une cible radar, la matrice de Sinclair définit totalement la modification de la polarisation d'une onde incidente monochromatique polarisée [Gui03].
La puissance associée à une cible radar, ou span est définie par :

$$Span = |S_{uu}|^2 + |S_{uv}|^2 + |S_{vu}|^2 + |S_{vv}|^2 \tag{3.26}$$

Le span a été calculé sur une image SAR de la région de Brétigny comme le montre la figure 3.2. On constate que les cibles déterministes (trièdres, bâtiments, parking de voitures) renvoient plus de puissance que la végétation.
Le tableau 3.2 présente les matrices de Sinclair de quelques cibles canoniques dans la base de polarisation linéaire, horizontal et vertical. Les matrices sont normalisées de façon à présenter une puissance unitaire. L'angle ψ représente l'orientation de l'axe de symétrie principal de la cible canonique, autour de l'axe de visée du radar.

3.2 Les décompositions cohérentes

Dans la mesure où la matrice de diffusion ou de Sinclair est reliée à la mesure des coefficients de rétrodiffusion, elle peut caractériser les phénomènes de diffusion d'une cible et la cible elle-même. Ceci est possible si les ondes incidentes et rétrodiffusés sont totalement polarisées [LMFFP05]. Ainsi, on peut raisonner à partir de la matrice de Sinclair dans le cadre de l'étude des cibles cohérentes. On entend par cible cohérente, les cibles fabriquées par l'homme : les véhicules (avions, camions), les bâtiments,....Ces cibles déterministes seront au centre de notre étude, dans la mesure où l'on attend des phénomènes de dispersion et d'anisotropie significatifs contrairement à des cibles non-déterministes telles que la végétation (cultures, forêts,...). L'outil usuel pour étudier la matrice de Sinclair est basée sur les décompositions cohérentes qui consistent à exprimer la matrice de Sinclair comme une combinaison de réponse de mécanisme de rétrodiffusion d'objets

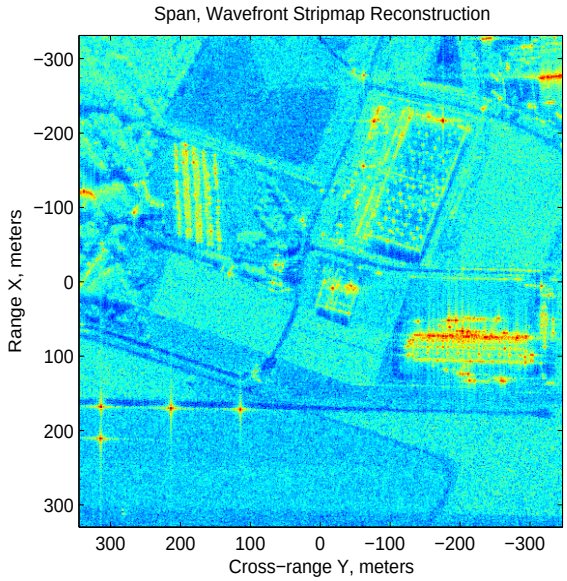


FIG. 3.2 – Span d'une image SAR de la région de Brétigny.

canoniques :

$$[S] = \sum_{i=1}^{k} c_i \, [S]_i \tag{3.27}$$

où les $[S]_i$ sont les réponses des objets canoniques et où les c_i indiquent le poids des $[S]_i$ dans la combinaison menant à $[S]$ mesurée par le radar. Ainsi, les propriétés physiques de la cible sont extraites et interprétées à travers l'analyse de réponses simples $[S]_i$ et de leurs coefficients correspondants c_i. Afin que l'analyse soit claire, il est souhaitable que les $[S]_i$ soient indépendantes entre elles, de telle manière qu'un phénomène de rétrodiffusion ne soit contenu que dans une cible canonique. D'ailleurs la condition d'orthogonalité entre les $[S]_i$ est souvent requise. Il existe une infinité de familles d'objets canoniques sur lesquelles nous pouvons décomposer la matrice de Sinclair. Cependant, il en existe de plus pertinentes que d'autres. Parmi elles, on distingue trois décompositions : la décomposition de Pauli, la décomposition de Krogager et la décomposition de Cameron.

3.2.1 La décomposition de Pauli

La décomposition de Pauli exprime la matrice de Sinclair $[S]$ dans la base de Pauli [AKCW04]. Si nous considérons la base conventionnelle de polarisation linéaire, horizontal et vertical, la base de Pauli est constituée des quatre matrices suivantes :

$$[S]_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [S]_b = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad [S]_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad [S]_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

Dans la configuration monostatique, le principe de réciprocité, ($S_{hv} = S_{vh}$) peut être appliqué. La base de Pauli se réduit alors à la famille de matrice $[S]_a$, $[S]_b$, $[S]_c$. En conséquence, une matrice de Sinclair $[S]$ peut être décomposée de la manière suivante :

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{bmatrix} = \alpha \, [S]_a + \beta \, [S]_b + \gamma \, [S]_c \tag{3.29}$$

où les coefficients complexes α, β, γ sont donnés par :

$$\alpha = \frac{S_{hh} + S_{vv}}{\sqrt{2}} \quad \beta = \frac{S_{hh} - S_{vv}}{\sqrt{2}} \quad \gamma = \sqrt{2} S_{hv} \tag{3.30}$$

Le span peut se déduire des coefficients α, β, γ, de la façon suivante :

$$Span = |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 \tag{3.31}$$

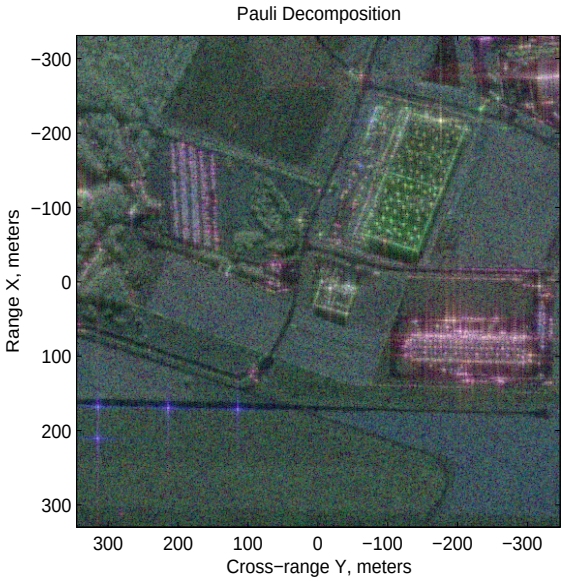


FIG. 3.3 – Décomposition de Pauli d'une image SAR de la région de Brétigny : α en bleu, β en rouge et γ en vert.

La décomposition de Pauli peut être interprétée de deux manières, soit en termes de contributions d'éléments canoniques, soit en termes de mécanismes de rétrodiffusion identifiés par les éléments canoniques. D'une part, les matrices $[S]_a$, $[S]_b$, $[S]_c$ représentent les matrices de diffusion d'éléments canoniques que sont respectivement la sphère, le dièdre orienté à 0° et le dièdre orienté à 45°. Ainsi, les coefficients complexes représentent les contributions de chaque cible canonique dans le cadre de la détermination de [S]. D'autre part, ces cibles canoniques se réfèrent à des mécanismes de rétrodiffusion bien définis. La sphère est le siège de la diffusion par simple rebond, le dièdre orienté à 0° correspond au phénomène de double rebond, quant au dièdre orienté à 45°, il caractérise les cibles dépolarisantes. Ainsi, le carré du module des coefficients complexes $|\alpha|^2$, $|\beta|^2$, $|\gamma|^2$, détermine l'énergie diffusée par les cibles caractérisées respectivement, par le simple rebond, par le double rebond et par la dépolarisation.
La décomposition de Pauli a été testée sur l'image SAR de la région de Brétigny, figure 3.3. On constate que les trièdres qui sont le siège d'une triple réflexion, sont décomposés selon le mécanisme de simple diffusion. Un bâtiment et le parking de voiture sont marqués par des mécanismes de double rebond. Quant à la végétation elle répond comme une cible dépolarisante et peut être interprétée dans le cas présent comme de la diffusion de volume.

3.2.2 La décomposition de Krogager

Les décompositions cohérentes aboutissent à l'extraction de paramètres reliés à l'aspect physique de la cible. Dans ce cadre, Krogager a proposé une alternative pour décomposer la matrice de

Sinclair comme une combinaison de la réponse d'une sphère, d'un dièdre et d'une hélice [Kro92], [KC95], [KDM95]. Si nous considérons la base conventionnelle de polarisation linéaire, horizontal et vertical, et si nous nous plaçons dans la configuration monostatique, la décomposition de Krogager exprime la matrice de Sinclair de la manière suivante :

$$[S] = \exp(j\varphi)\left\{\exp(j\varphi_s)\, k_s\, [S]_{sphere} + k_d\, [S]_{diedre(\theta)} + k_h\, [S]_{helice(\theta)}\right\} \tag{3.32}$$

$$[S]_{sphere} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \; [S]_{diedre(\theta)} = \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{bmatrix} \; [S]_{helice(\theta)} = e^{(\pm 2j\theta)} \begin{bmatrix} 1 & \pm j \\ \pm j & -1 \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

Afin de déterminer les paramètres de la décomposition de Krogager, il est nécessaire de se placer dans la base de polarisation circulaire pour simplifier les calculs. Les relations de passage de la base linéaire à la base circulaire sont données par :

$$S_{rr} = jS_{hv} + \frac{1}{2}(S_{hh} - S_{vv}) \;\; S_{ll} = jS_{hv} - \frac{1}{2}(S_{hh} - S_{vv}) \;\; S_{rl} = \frac{j}{2}(S_{hh} + S_{vv}) \tag{3.34}$$

De ce fait on obtient une matrice de Sinclair du type :

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{rr} & S_{rl} \\ S_{rl} & S_{ll} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |S_{rr}|e^{(j\varphi_{rr})} & |S_{rl}|e^{(j\varphi_{rl})} \\ |S_{rl}|e^{(j\varphi_{rl})} & -|S_{ll}|e^{(j(\varphi_{ll}+\pi))} \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

et la décomposition de Krogager devient :

$$[S] = e^{j\varphi}\left\{e^{j\varphi_s}\, k_s \begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix} + k_d \begin{bmatrix} e^{j2\theta} & 0 \\ 0 & -e^{-j2\theta} \end{bmatrix} + k_h \begin{bmatrix} e^{j2\theta} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right\} \tag{3.36}$$

Par identification, on peut alors exprimer les différents paramètres :

$$\begin{cases} k_s = |S_{rl}| & & k_d^- = |S_{rr}| \\ k_d^+ = |S_{ll}| & & k_h^- = |S_{ll}| - |S_{rr}| \\ k_h^+ = |S_{rr}| - |S_{ll}| & & \end{cases} \qquad \begin{cases} \varphi = \frac{1}{2}(\varphi_{rr} + \varphi_{ll} - \pi) \\ \theta = \frac{1}{4}(\varphi_{rr} - \varphi_{ll} + \pi) \\ \varphi_s = \varphi_{rl} - \frac{1}{2}(\varphi_{rr} + \varphi_{ll}) \end{cases} \tag{3.37}$$

Il est à noter que, pour les paramètres k_d et k_h, deux cas d'analyse sont à prendre en compte. Si $|S_{rr}| > |S_{ll}|$, $|S_{ll}|$ représente la contribution du dièdre et $|S_{rr}| - |S_{ll}|$ celle de l'hélice. L'hélice présente alors un sens gauche. Si $|S_{ll}| > |S_{rr}|$, $|S_{rr}|$ représente la contribution du dièdre et $|S_{ll}| - |S_{rr}|$ celle de l'hélice. L'hélice présente alors un sens droit.
L'interprétation de la décomposition de Krogager conduit à rechercher la signification des six paramètres indépendants que sont φ, φ_s, k_s, k_d, k_h, θ. La phase absolue φ, peut contenir des informations sur la cible étudiée. Cependant, sa valeur dépend de la distance entre le radar et la cible. Elle ne peut donc pas être considérée comme un paramètre physique significatif. La phase φ_s représente un déplacement de la sphère par rapport au dièdre et à l'hélice. La phase θ traduit l'orientation du dièdre et de l'hélice. Les coefficients k_s, k_d, k_h, représentent les contributions de chaque cible canonique dans le cadre de la détermination de [S]. Le carré de leur module peut être interprété comme l'énergie rétrodiffusée par chaque type de cible.
La décomposition de Krogager a été appliquée sur l'image SAR de la région de Brétigny, figure 3.4. On constate que les trièdres qui sont le siège d'une triple réflexion, sont décomposés selon le mécanisme d'une sphère. Un bâtiment et le parking de voiture sont marqués par des mécanismes de type dièdre. Quant à la végétation elle répond par des contributions de type hélice. Ces résultats sont concordants avec ceux de la décomposition de Pauli.

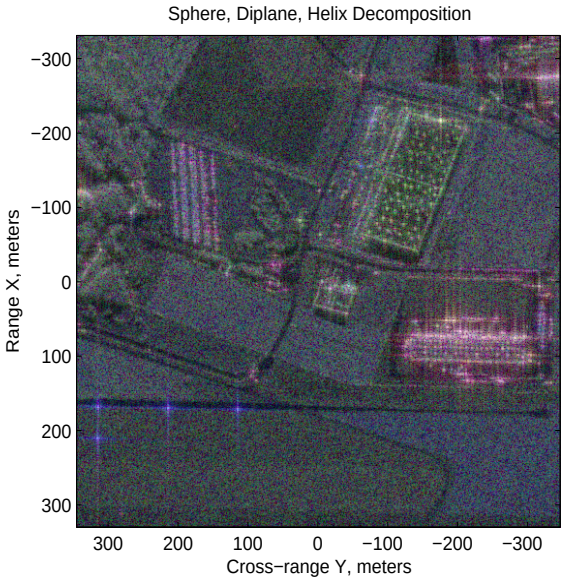


FIG. 3.4 – Décomposition de Krogager d'une image SAR de la région de Brétigny : k_s en bleu, k_d en rouge et k_h en vert.

3.2.3 La décomposition de Cameron

Contrairement aux décompositions de Pauli et de Krogager, la décomposition de Cameron n'est pas basée directement sur le principe de matrices de diffusion canoniques. Elle repose sur deux propriétés des cibles radar : la réciprocité et la symétrie [CL92], [CYL96], [CR06].
Le principe de réciprocité implique que $S_{hv} = S_{vh}$ dans la base de polarisation linéaire, vertical et horizontal et dans la base de polarisation circulaire $S_{rl} = S_{lr}$. Le principe de réciprocité divise alors l'espace des matrices de diffusion en deux sous-espaces, l'un contenant les matrices de Sinclair des diffuseurs répondant au principe de réciprocité, l'autre contenant les matrices de Sinclair des diffuseurs non-réciproques. Une matrice de Sinclair $[S]$ dont le vecteur associé $\overrightarrow{S}$ est décomposé dans la base de Pauli (5.7) suivant :

$$\overrightarrow{S} = \begin{pmatrix} S_{hh} \\ S_{hv} \\ S_{vh} \\ S_{vv} \end{pmatrix} = \alpha\overrightarrow{S_a} + \beta\overrightarrow{S_b} + \gamma\overrightarrow{S_c} + \delta\overrightarrow{S_d} \tag{3.38}$$

Ainsi, le vecteur $\overrightarrow{S}$ peut être décomposé sur les deux sous-espaces définis par le principe de réciprocité de la manière suivante :

$$\overrightarrow{S} = A\left(\cos(\theta_{rec})\,\overrightarrow{S}_{rec} + \sin(\theta_{rec})\,\overrightarrow{S}_{nr}\right) \tag{3.39}$$

où $\overrightarrow{S}_{rec}$ est la projection du vecteur $\overrightarrow{S}$ sur l'espace des matrices de Sinclair répondant au principe de réciprocité.

$$\overrightarrow{S}_{rec} = P_{rec}\,\overrightarrow{S} \tag{3.40}$$

où $\overrightarrow{S}_{nr}$ est la composante non-réciproque du vecteur $\overrightarrow{S}$, colinéaire à $\overrightarrow{S_d}$.

$$\overrightarrow{S}_{nr} = \frac{(\overrightarrow{S}, \overrightarrow{S_d})}{|(\overrightarrow{S}, \overrightarrow{S_d})|}\overrightarrow{S_d} \tag{3.41}$$

où A est la norme du vecteur $\overrightarrow{S}$, :

$$A = ||\overrightarrow{S}|| \tag{3.42}$$

et où θ_{rec} représente le degré avec lequel la matrice de diffusion obéit au principe de réciprocité. C'est l'angle entre la matrice de Sinclair et l'espace des matrices réciproques.

$$\theta_{rec} = \cos^{-1} ||P_{rec}\overrightarrow{S}|| \quad 0 \leq \theta_{rec} \leq \frac{\pi}{2} \tag{3.43}$$

Les matrices de diffusion caractérisées par $\theta_{rec} = 0$ correspondent aux diffuseurs qui obéissent strictement au principe de réciprocité. C'est le cas dans un système SAR monostatique, puisque les antennes d'émission et de réception sont localisées au même emplacement. Les matrices de diffusion avec $\theta_{rec} = \frac{\pi}{2}$ sont elles, incluses dans l'espace orthogonal aux matrices de Sinclair réciproques et violent complètement le principe de réciprocité.
Un diffuseur est considéré comme symétrique quand la cible présente un axe de symétrie dans le plan orthogonal à la direction entre le radar et la cible. Cela signifie qu'un diffuseur est symétrique, s'il existe une rotation d'angle ψ_d, appelé orientation de Huynen, qui annule la projection du vecteur $\overrightarrow{S}$ sur la composante $\overrightarrow{S_c}$ de la base de Pauli. Une matrice de diffusion qui correspond à un diffuseur réciproque $\overrightarrow{S}_{rec}$ peut être décomposée en une matrice maximum $\overrightarrow{S}^{sym}_{max}$ et une matrice minimum $\overrightarrow{S}^{sym}_{min}$ composante symétrique.

$$\overrightarrow{S}_{rec} = \cos(\tau)\ \overrightarrow{S}^{sym}_{max} + \sin(\tau)\ \overrightarrow{S}^{sym}_{min} \tag{3.44}$$

L'angle τ représente le degré pour lequel la composante réciproque s'éloigne des matrices correspondant à un diffuseur symétrique.

$$\cos(\tau) = \frac{|(\overrightarrow{S}_{rec}, \overrightarrow{S}^{sym}_{max})|}{||\overrightarrow{S}_{rec}||||\overrightarrow{S}^{sym}_{max}||} \tag{3.45}$$

Une matrice de diffusion réciproque avec $\tau = 0$ est identifiée comme un diffuseur symétrique comme un trièdre ou un dièdre, alors qu'avec $\tau = \frac{\pi}{4}$ elle représente un diffuseur asymétrique comme une hélice. Les deux vecteurs $\overrightarrow{S}^{sym}_{max}$ et $\overrightarrow{S}^{sym}_{min}$ représentent des diffuseurs symétriques. Minimum et maximum se réfèrent à l'amplitude des contributions de $\overrightarrow{S}^{sym}_{max}$ et $\overrightarrow{S}^{sym}_{min}$ pour engendrer $\overrightarrow{S}_{rec}$. La projection de $\overrightarrow{S}_{rec}$ sur $\overrightarrow{S}^{sym}_{max}$ a une amplitude égale à $\cos(\tau)$ alors que la projection de $\overrightarrow{S}_{rec}$ sur $\overrightarrow{S}^{sym}_{min}$ a une amplitude égale à $\sin(\tau)$. Or, un diffuseur est considéré comme symétrique si τ a une valeur comprise entre 0 et $\frac{\pi}{4}$. De ce fait la projection sur $\overrightarrow{S}^{sym}_{max}$ est toujours plus grande ou égale à la projection sur $\overrightarrow{S}^{sym}_{min}$. $\overrightarrow{S}^{sym}_{max}$ est déterminée après diagonalisation par :

$$\overrightarrow{S}^{sym}_{max} = \alpha\,\overrightarrow{S_a} + \varepsilon\,\overrightarrow{S_b} \tag{3.46}$$

où ε est donné par :

$$\varepsilon = \beta\,\cos(\theta) + \gamma\,\sin(\theta) \quad \tan(2\theta) = \frac{\beta\gamma^* + \beta^*\gamma}{|\beta|^2 - |\gamma|^2} \tag{3.47}$$

La décomposition de Cameron conduit à exprimer la matrice de diffusion $[S]$ comme la somme de deux contributions symétriques et d'une contribution non-réciproque.

$$\overrightarrow{S} = A\,\left(\cos(\theta_{rec})\,\left(\cos(\tau)\,\overrightarrow{S}^{sym}_{max} + \sin(\tau)\,\overrightarrow{S}^{sym}_{min}\right) + \sin(\theta_{rec})\,\overrightarrow{S}_{nr}\right) \tag{3.48}$$

Il est à noter que toute matrice de diffuseur symétrique peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\overrightarrow{S}_{sym} = a\, e^{i\rho}\, [R(\psi)]\, \overrightarrow{\Lambda}(z) \quad a \in R^{+} \quad \rho, \psi \in (-\pi; \pi] \tag{3.49}$$

où a se réfère à l'amplitude de la matrice de diffusion symétrique, où ρ est une phase de nuisance et où ψ est l'orientation de Huynen du diffuseur. La matrice $[R(\psi)]$ indique l'opérateur de rotation d'angle ψ. Quant au vecteur normalisé $\overrightarrow{\Lambda}(z)$, il s'exprime dans la base de polarisation linéaire de la façon suivante :

$$\overrightarrow{\Lambda}(z) = \frac{1}{\sqrt{1+|z|}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix} \quad z \in C, |z| \leq 1 \tag{3.50}$$

En conséquence, la quantité z peut être utilisée pour caractériser le diffuseur symétrique considéré. Il s'agit ici d'élaborer un processus de classification par rapport à des diffuseurs canoniques.

Diffuseur Symétrique	Vecteur Normalisé
Trièdre	$\overrightarrow{\Lambda}(1)$
Dièdre	$\overrightarrow{\Lambda}(-1)$
Dipôle	$\overrightarrow{\Lambda}(0)$
Cylindre	$\overrightarrow{\Lambda}(\frac{1}{2})$
Dièdre étroit	$\overrightarrow{\Lambda}(-\frac{1}{2})$
Quart d'onde	$\overrightarrow{\Lambda}(i)$

TAB. 3.3 – Exemples de vecteurs normalisés associés à des cibles canoniques

Sur la base de la décomposition de Cameron d'une matrice de Sinclair, une méthode de classification peut être mise en oeuvre, figure 3.5. Il s'agit d'abord de décider si un diffuseur est réciproque ou non. Le paramètre représentatif de ce type de mesure est l'angle θ_{rec}. S'il est plus petit que $\frac{\pi}{4}$ le diffuseur est réciproque, s'il est plus grand, le diffuseur sera considéré comme ne répondant pas au principe de réciprocité. Si le diffuseur est réciproque, il peut être symétrique. Le paramètre caractéristique de la symétrie est l'angle τ. S'il est inférieur à $\frac{\pi}{4}$, on considérera le diffuseur comme symétrique, sinon il sera classifié comme asymétrique, c'est à dire répondant comme une hélice. Dans le cas où la cible est symétrique, un nouveau principe de classification basé sur $\overrightarrow{S}^{sym}_{max}$ peut être proposé. Cette technique de classification est basée sur la comparaison de la quantité z de la matrice étudiée avec des quantités z_{ref} de référence, celles de cible canonique, c'est à dire, le trièdre, le dièdre, le dipôle, le cylindre, le dièdre étroit et le quart d'onde. Pour comparer la quantité z mesurée à la réponse des cibles de référence, la distance suivante est introduite :

$$d(z, z_{ref}) = \left(\frac{\max(|1 + z z^{*}_{ref}|, |z + z^{*}_{ref}|)}{\sqrt{1+|z|^2}\sqrt{1+|z_{ref}|^2}} \right) \tag{3.51}$$

Finalement, la quantité z est classifiée selon la plus courte distance $d(z, z_{ref})$.
Pour tester la décomposition de Cameron, nous avons seuillé l'image SAR de Bretigny par le Span afin de n'afficher que les contributeurs significatifs. En effet, les décompositions cohérentes ne sont applicables que sur les éléments cohérents. On étudiera par la suite un test de cohérence. L'application de la décomposition de Cameron sur l'image SAR de la région de Brétigny est représentée sur la figure 3.6. On constate que les trièdres sont classifiés en trièdre et que les cibles déterministes (bâtiments, parking de voiture) sont classifiés en dominante dipôle, mais aussi dièdre, dièdre étroit et cylindre.

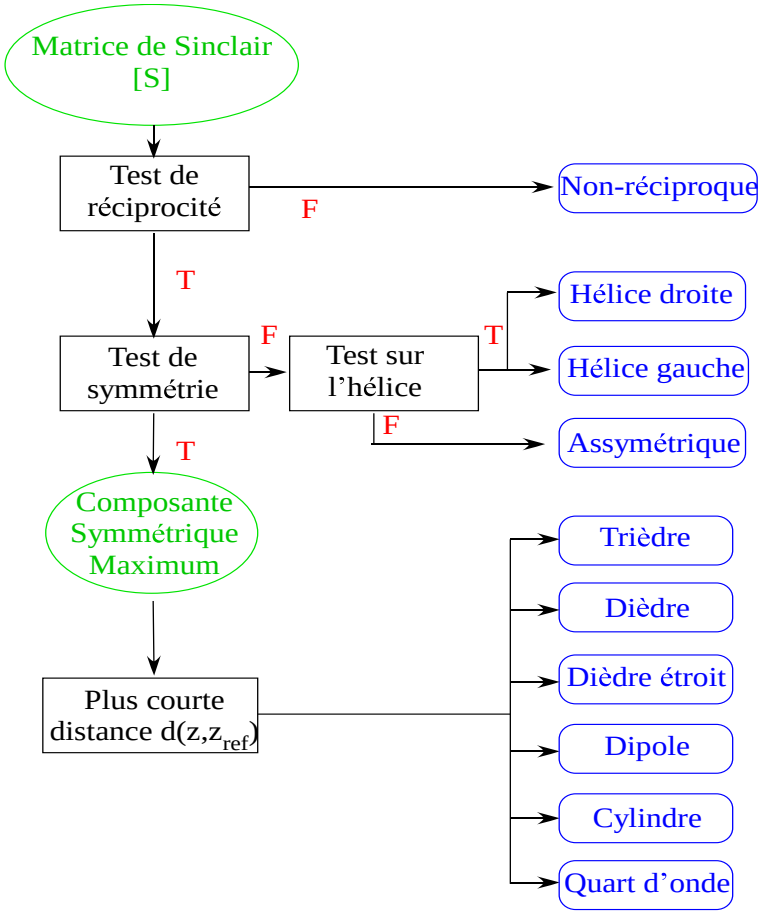


FIG. 3.5 – Technique de classification basée sur la décomposition de Cameron

3.3 Les paramètres de Huynen

Les décompositions cohérentes sont des méthodes de caractérisation des diffuseurs de cibles déterministes. Un autre moyen de caractérisation est basé sur l'étude des paramètres de Huynen. La matrice de Mueller [M] relie le vecteur de Stokes incident $\overrightarrow{G}_i$ au vecteur de Stokes rétrodiffusé $\overrightarrow{G}_s$.

$$\overrightarrow{G}_s = [M]\overrightarrow{G}_i \tag{3.52}$$

La matrice de Mueller est une matrice (4×4), symétrique de coefficients réels, définie à partir des composantes de la matrice de diffusion par [PS92] :

$$[M] = \begin{bmatrix} \frac{|S_{hh}|^2+2|S_{hv}|^2+|S_{vv}|^2}{2} & \frac{|S_{hh}|^2-|S_{vv}|^2}{2} & Re(S_{hh}+S_{vv})S_{hv}^* & Im(S_{hh}-S_{vv})S_{hv}^* \\ \frac{|S_{hh}|^2-|S_{vv}|^2}{2} & \frac{|S_{hh}|^2-2|S_{hv}|^2+|S_{vv}|^2}{2} & Re(S_{hh}-S_{vv})S_{hv}^* & Im(S_{hh}+S_{vv})S_{hv}^* \\ Re(S_{hh}+S_{vv})S_{hv}^* & Re(S_{hh}-S_{vv})S_{hv}^* & |S_{hv}|^2+Re(S_{hh}S_{vv}^*) & Im(S_{hh}S_{vv}^*) \\ Im(S_{hh}-S_{vv})S_{hv}^* & Im(S_{hh}+S_{vv})S_{hv}^* & Im(S_{hh}S_{vv}^*) & |S_{hv}|^2-Re(S_{hh}S_{vv}^*) \end{bmatrix} \tag{3.53}$$

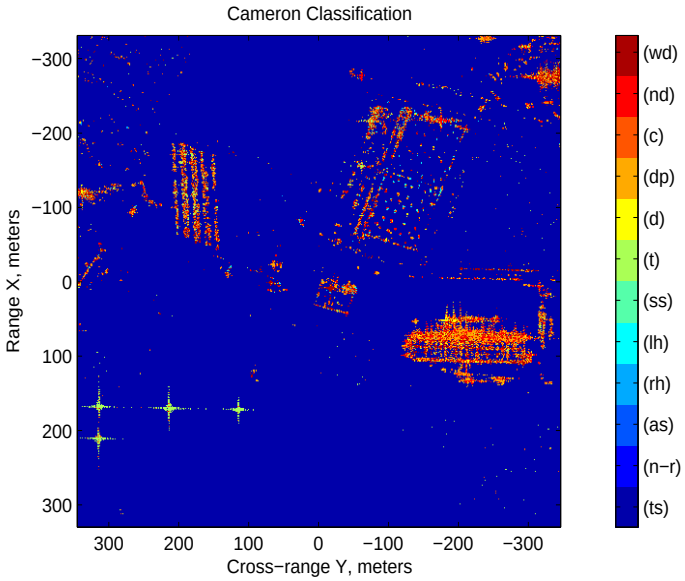


FIG. 3.6 – Classification de Cameron d'une image SAR de la région de Brétigny.

J.R. Huynen a redéfini la matrice de Mueller dans les années 1970 en posant :

$$[M] = \begin{bmatrix} A_0 + B_0 & C_\psi & H_\psi & F_\psi \\ C_\psi & A_0 + B_\psi & E_\psi & G_\psi \\ H_\psi & E_\psi & A_0 - B_\psi & D_\psi \\ F_\psi & G_\psi & D_\psi & -A_0 + B_0 \end{bmatrix} \tag{3.54}$$

L'indice ψ montre que ces paramètres dépendent de l'orientation de la cible. Pour que ces paramètres soient significatifs afin de caractériser la cible, il est souhaitable qu'ils soient indépendants de l'orientation. J.R. Huynen a montré que la matrice de Mueller pouvait se décomposer de la manière suivante :

$$[M] = [R]^T [M]_0 [R] \tag{3.55}$$

où $[R]$ est la matrice de rotation définie par :

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\psi) & \sin(2\psi) & 0 \\ 0 & -\sin(2\psi) & \cos(2\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.56}$$

et où la matrice $[M]_0$ est la matrice des paramètres de Huynen dont les coefficients sont indépendants de l'orientation ψ :

$$[M]_0 = \begin{bmatrix} A_0 + B_0 & C & H & F \\ C & A_0 + B & E & G \\ H & E & A_0 - B & D \\ F & G & D & -A_0 + B_0 \end{bmatrix} \tag{3.57}$$

Les équations de passage des coefficients dépendants de l'orientation ψ à ceux qui en sont indépendants sont données par :

$$\begin{cases} B_\psi &= B\cos(4\psi) - E\sin(4\psi) \\ C_\psi &= C\cos(2\psi) \\ D_\psi &= G\sin(2\psi) + D\cos(2\psi) \\ E_\psi &= B\sin(4\psi) + E\cos(4\psi) \\ F_\psi &= F \\ G_\psi &= G\cos(2\psi) - D\sin(2\psi) \\ H_\psi &= C\sin(2\psi) \\ A_0 &= A_0 \\ B_0 &= B_0 \end{cases} \tag{3.58}$$

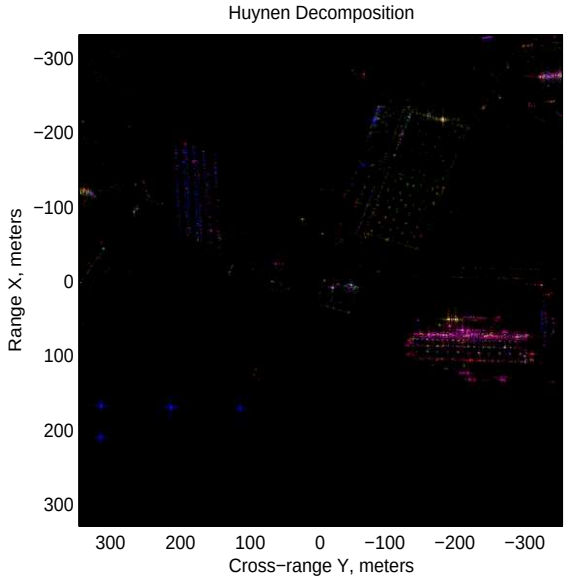


FIG. 3.7 – Paramètres de Huynen B0+B en rouge, B0-B en vert, 2A0 en bleu, d'une image SAR de la région de Brétigny.

Pour mettre en évidence l'information portée par les paramètres de Huynen, on a utilisé trois d'entre eux codés selon les canaux rouge, vert, bleu et on les a testé sur l'image SAR de la région de Brétigny. Le résultat est présenté sur la figure 3.7. L'interprétation sera donnée par le sens physique de ces paramètres.
Les paramètres de Huynen sont très intéressants pour dégager les propriétés caractéristiques d'une cible radar, dans la mesure où chaque paramètre possède une signification physique se rapportant aux propriétés de la cible.
- A_0 est le générateur de symétrie de la cible. Ce coefficient est aussi lié au mécanisme de diffusion de surface. De manière générale, toute cible artificielle possède une part importante de symétrie.
- $B_0 + B$ est le générateur d'irrégularité de la cible lié au mécanisme de double diffusion.
- $B_0 - B$ est le générateur de non symétrie de la cible. Ce coefficient est également lié au mécanisme de diffusion de volume.
- C est le facteur de forme de la cible qui prend une valeur élevée pour une cible de forme linéaire et symétrique.

- D est le facteur de forme locale de la cible.
- E représente la torsion de la cible.
- F est associé à l'hélicité de la cible.
- G est un paramètre de couplage des parties symétriques et non symétriques de la cible.
- H est lié à l'orientation de la cible.

Cette interprétation phénoménologique est très bien adaptée à l'analyse de cibles ponctuelles mais perd quelque peu de sa pertinence lors de l'étude de milieux naturels en télédétection radar. De plus les paramètres de Huynen étant liés par les quatre équations de cibles données en (3.59), ils doivent être considérés dans leur globalité.

$$\begin{array}{ll} 2A_0(B_0+B) = C^2+D^2 & 2A_0E = CH-DG \\ 2A_0(B_0-B) = G^2+H^2 & 2A_0F = CG-DH \end{array} \tag{3.59}$$

La valeur d'un paramètre ne peut alors être interprétée qu'en considérant les ordres de grandeur des autres paramètres, ce qui rend difficile une classification automatique.
Cependant, une classification peut être envisagée en considérant les paramètres de Huynen sous forme de peigne. Il s'agit de représenter les paramètres de Huynen sous forme d'histogramme, et de les comparer à des histogrammes de référence. Le dictionnaire de cibles de référence comprend la sphère, le dièdre, le dipôle, le cylindre, le dièdre étroit, le quart d'onde positif ou négatif, l'hélice droite ou gauche. Cet annuaire est représenté sur la figure 3.8.

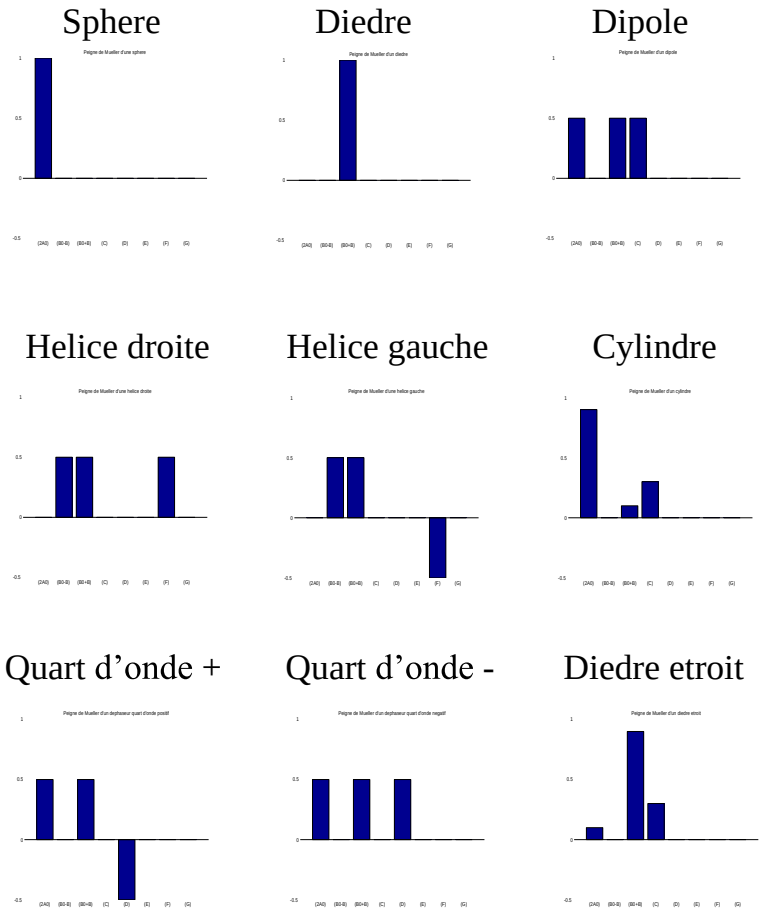


FIG. 3.8 – Peignes correspondant à quelques interactions canoniques

Quant au critère de comparaison, il s'agit de corréler les paramètres de Huynen mesurés aux paramètres de Huynen de référence. La classification s'effectuant en sélectionnant la cible de référence qui maximise la corrélation [TSD95]. Quelle que soit la méthode de reconnaissance choisie, les comparaisons doivent être affranchies du niveau d'énergie. Les matrices de diffusion sont donc normalisées à l'unité.

$$|S_{hh}| + |S_{hv}| + |S_{vh}| + |S_{vv}| = 1 \tag{3.60}$$

ce qui implique pour les peignes la relation suivante :

$$(2A_0)^2 + (B_0 - B)^2 + (B_0 + B)^2 + 2(C^2 + D^2 + E^2 + F^2 + G^2) = 1 \tag{3.61}$$

Le critère de corrélation Cor entre un peigne mesuré (Mes) et un peigne de référence (Ref) s'exprime donc de la manière suivante :

$$\begin{aligned} Cor(Mes, Ref) = {} & (2A_0)_{Mes}(2A_0)_{Ref} + (B_0 - B)_{Mes}(B_0 - B)_{Ref} + (B_0 + B)_{Mes}(B_0 + B)_{Ref} \\ & + 2(C_{Mes}C_{Ref} + D_{Mes}D_{Ref} + E_{Mes}E_{Ref} + F_{Mes}F_{Ref} + G_{Mes}G_{Ref}) \end{aligned} \tag{3.62}$$

Cette classification a été testée sur l'image SAR de la région de Brétigny, figure 3.9.

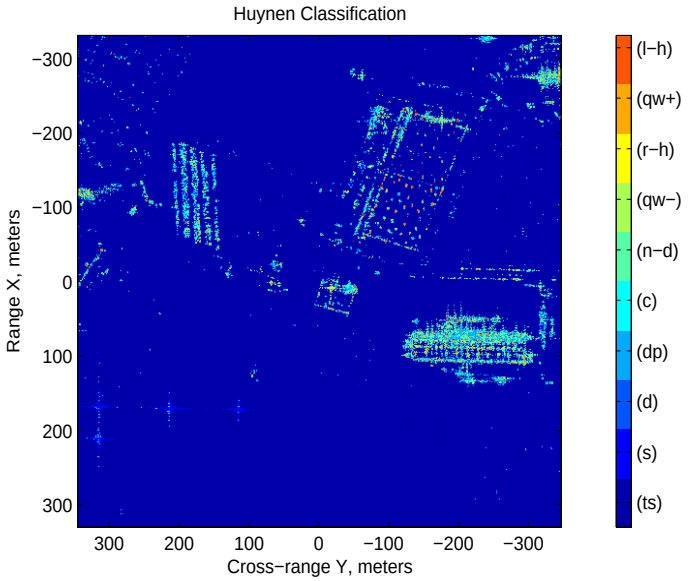


FIG. 3.9 – Classification basée sur les paramètres de Huynen d'une image SAR de la région de Brétigny.

La classification basée sur les paramètres de Huynen a été appliquée sur l'image SAR de la région de Brétigny comme le montre la figure 3.9. Tout comme pour la décomposition de Cameron, l'image a été seuillée par le Span afin de n'afficher que les contributeurs significatifs. Les résultats sont comparables à ceux de la décomposition de Cameron, dans la mesure où le dictionnaire de cibles de référence et proche de celui de Cameron. La seule différence notoire est la classification des trièdres en sphère, le trièdre n'étant pas dans l'annuaire de cible de référence.

3.4 Le test de cohérence

Comme il a été remarqué précédemment, les décompositions cohérentes peuvent être utilisées pour analyser les cibles cohérentes, c'est-à-dire, les cibles dont le mécanisme de rétrodiffusion est

complètement déterminé par la matrice de Sinclair $[S]$. Par conséquent, lorsque l'on travaille sur des images SAR, il est nécessaire de déterminer si les diffuseurs sont cohérents ou non.

3.4.1 Le test de cohérence des cibles distribuées

Sous les conditions de réciprocité, un diffuseur cohérent peut être décomposé en utilisant la décomposition de Cameron comme une composante symétrique maximum et une composante asymétrique. Après diagonalisation, la composante symétrique maximum $\overrightarrow{S}_{max}^{sym}$ peut être décomposée dans la base de Pauli suivant :

$$\overrightarrow{S}_{max}^{sym} = \alpha \overrightarrow{S}_a + \beta \overrightarrow{S}_b \tag{3.63}$$

A partir d'un constat simple : c'est-à-dire, qu'un diffuseur cohérent est représenté par un point à la surface de la sphère de Poincaré, alors qu'un diffuseur partiellement polarisé est représenté par un point à l'intérieur de la sphère de Poincaré [PS92], un critère de mesure peut être élaboré [TC02]. Il s'agit de définir un degré de cohérence qui permet de séparer les diffuseurs cohérents, des diffuseurs non-cohérents. Ce degré est défini à partir de la décomposition de Pauli de la composante symétrique maximum.

$$\rho_{sym} = \frac{\sqrt{< |\alpha|^2 - |\beta|^2 > +4| < \alpha\beta^* > |^2}}{< |\alpha|^2 + |\beta|^2 >} \tag{3.64}$$

Ce degré de cohérence est estimé par une fenêtre glissante. Pour une surface donnée, si le degré de cohérence est proche de 1, alors la surface de diffusion est localement cohérente sinon elle est non-cohérente. Ce critère de mesure permet donc de séparer les diffuseurs distribués cohérents ou non.

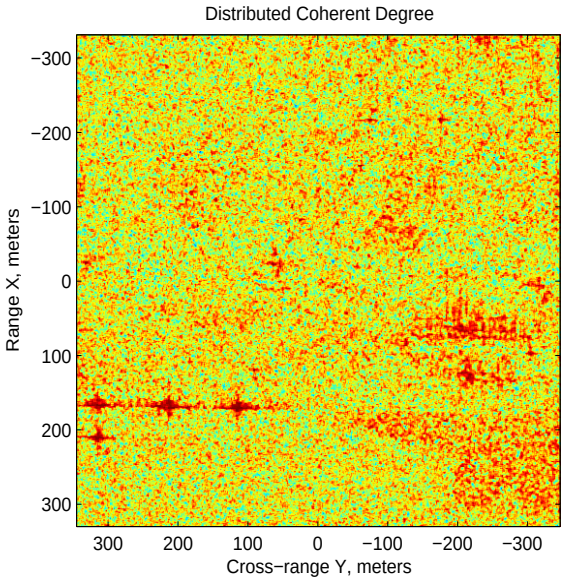


FIG. 3.10 – Degré de cohérence des cibles distribuées d'une image SAR de la région de Brétigny.

Le degré de cohérence a été appliqué sur l'image SAR de la région de Bretigny comme le montre la figure 3.10. La fenêtre utilisée est de 5×5 pixels. Les trièdres sont identifiés comme étant cohérents de manière surfacique alors que le reste est jugé non-cohérent.

3.4.2 Le test de cohérence des cibles ponctuelles

Un pixel, dans une image SAR est formé par la superposition cohérente des réponses des diffuseurs élémentaires contenus dans la cellule de résolution. Dans ce cas, il n'y a aucun diffuseur dominant, les statistiques de la réponse sont représentées par un modèle de densité gaussienne, plus connu sous le nom de speckle [LMFFP05].
Cependant, il se peut qu'un diffuseur ponctuel domine la réponse de diffusion à l'intérieur du pixel. Dans ce cas, la réponse de diffusion du pixel, est composée de la combinaison du diffuseur dominant et du clutter qui présente un modèle statistique gaussien. Le modèle statistique de cette combinaison est le modèle de Rice [TC02].
Il s'agit ici, de comparer la réponse du diffuseur dominant à celle du clutter. Pour cela, un rapport d'énergie, signal sur clutter noté S/C doit être défini. Dans le cadre de l'étude [TC02], il a été démontré que ce rapport devait être plus grand que 15 dB pour opter en faveur d'une réponse cohérente.
L'application de ce critère s'effectue sur le maximum de rétrodiffusion $|m^2|$. Ce paramètre est déterminé à partir des valeurs propres de la matrice de puissance de Graves avec $[G] = [S][S]^*$. Physiquement, les valeurs propres correspondent au maximum et au minimum de la densité d'énergie de l'onde réfléchie dans une direction donnée comme une fonction de la polarisation transmise [KB86]. Ainsi, $|m^2|$ peut être déterminé et le critère peut être appliqué.

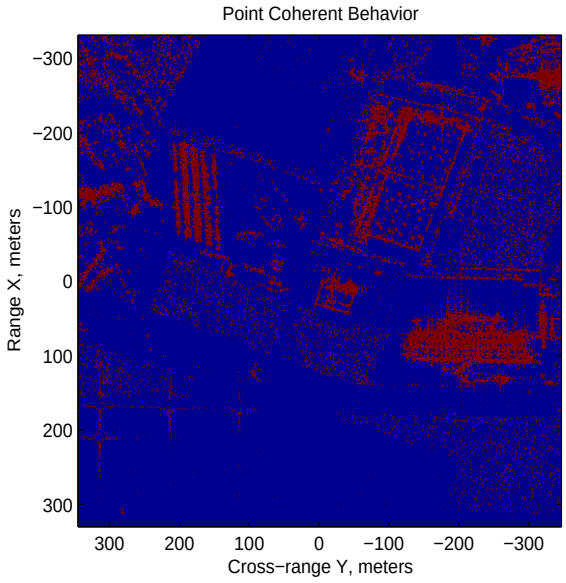


FIG. 3.11 – Diffuseurs ponctuels identifiés comme cohérents sur une image SAR de la région de Brétigny.

Sur l'image 3.11 la cohérence ponctuelle a été testée sur les diffuseurs qui ne sont pas cohérents de manière surfacique. On constate donc que les lobes secondaires des trièdres, les bâtiments et le parking de voiture sont identifiés comme étant cohérents de manière ponctuelle. Cependant, il y a de la fausse alarme sur la végétation qui n'est pas de la catégorie des cibles déterministes.

3.4.3 Le test de cohérence

Il s'agit ici, de déterminer si un pixel d'une image est cohérent ou non. A partir des tests de cohérence des cibles distribuées ou ponctuelles, un test peut être élaboré. Tout d'abord, le pixel est testé sur le test de cohérence des cibles distribuées. Si le pixel est classé comme cohérent, la procédure est terminée, sinon, le pixel subit le test de cohérence des cibles ponctuelles. A ce niveau, deux résultats sont possibles, soit le pixel est cohérent, soit le pixel est non-cohérent. Si, le pixel est cohérent, on peut alors envisager d'utiliser les théorèmes de décomposition cohérente pour analyser le pixel en question. Cette procédure du test de cohérence est résumée sur la figure 3.12.

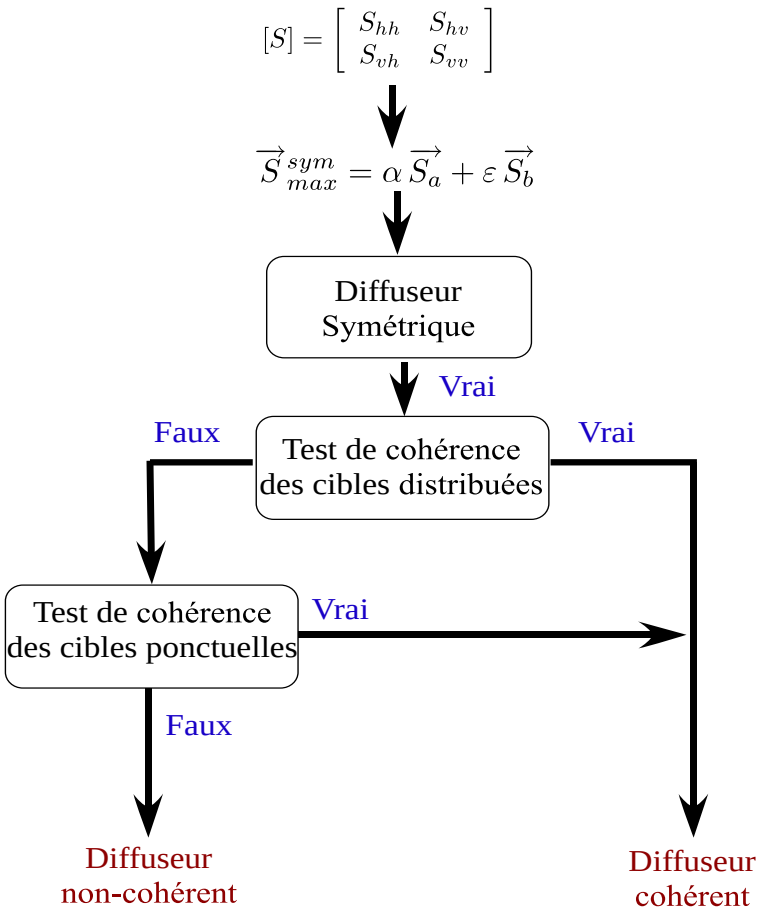


FIG. 3.12 – Test de cohérence développé par Touzi

L'image 3.13 fait la synthèse du degrés de cohérence surfacique et de la cohérence ponctuelle. Ainsi, les diffuseurs détectés comme cohérents sont les cibles déterministes tels que les trièdres, les bâtiments et le parking de voiture. Cependant il y a pas mal de fausses alarmes sur la végétation. Les analyses cohérentes ont été étudiées. Afin d'offrir un spectre plus large au lecteur, un exemple d'étude non-cohérente va être développé.

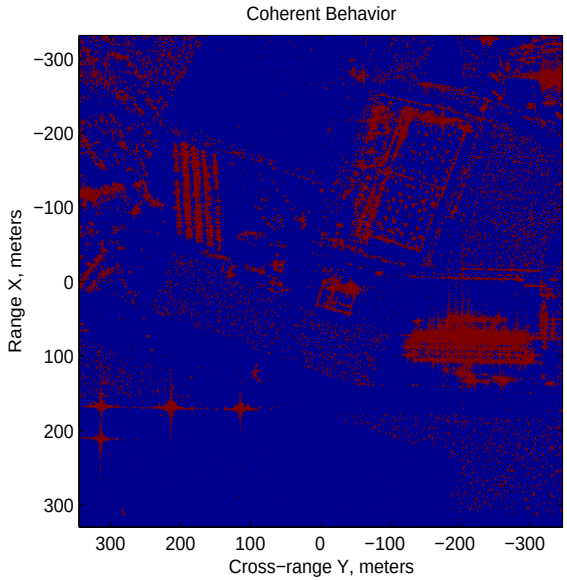


FIG. 3.13 – Diffuseurs identifiés comme cohérents par le test de cohérence sur une image SAR de la région de Brétigny.

3.5 Exemple d'étude non-cohérente

Les cibles naturelles sont le siège d'interactions complexes non-cohérentes. Ce type de cible ne peut donc pas être caractérisé par les études cohérentes, mais par des considérations statistiques. Les outils statistiques usuels sont la matrice de covariance et la matrice de cohérence, lesquelles sont construites à partir d'un vecteur cible ou de diffusion.

3.5.1 Les opérateurs matriciels des études non-cohérentes

Le vecteur cible est obtenu par projection de la matrice de Sinclair $[S]$ sur un groupe de matrices formant une base orthogonale d'un groupe spécial unitaire [CP96]. Ce vecteur contient toute l'information polarimétrique cohérente de la cible observée.

$$k = \frac{1}{2} Trace([S]\psi) = [k_0, k_1, k_2, k_3]^T \tag{3.65}$$

où ψ représente un ensemble de matrices qui définissent une base de projection.
Les deux bases de projection les plus utilisées et à partir desquelles dépendent les représentations matricielles incohérentes, sont l'ordonnancement lexicographique des éléments de la matrice $[S]$ et la base des matrices de Pauli modifiées [CP96]. Les deux vecteurs cibles définis à partir de ces bases sont les suivants :

$$k_L = [S_{hh}, S_{hv}, S_{vh}, S_{vv}]^T \tag{3.66}$$

$$k_P = \frac{1}{\sqrt{2}}[S_{hh} + S_{vv}, S_{hh} - S_{vv}, S_{hv} + S_{vh}, j(S_{hv} - S_{vh})]^T \tag{3.67}$$

En configuration monostatique, par application du principe de réciprocité $S_{hv} = S_{vh}$, les vecteurs cibles se réduisent à trois éléments :

$$k_L = [S_{hh}, \sqrt{2}S_{hv}, S_{vv}]^T \tag{3.68}$$

$$k_P = \frac{1}{\sqrt{2}}[S_{hh} + S_{vv}, S_{hh} - S_{vv}, 2S_{hv}]^T \tag{3.69}$$

A partir de ces vecteurs cibles, la matrice de covariance et la matrice de cohérence peuvent être générées.
La matrice de covariance $[C]$ est obtenue à partir du vecteur cible k_L comme suit :

$$[C] = \langle k_L k_L^{*T} \rangle \tag{3.70}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \langle S_{hh}S_{hh}^* \rangle & \sqrt{2}\langle S_{hh}S_{hv}^* \rangle & \langle S_{hh}S_{vv}^* \rangle \\ \sqrt{2}\langle S_{hv}S_{hh}^* \rangle & 2\langle S_{hv}S_{hv}^* \rangle & \sqrt{2}\langle S_{hv}S_{vv}^* \rangle \\ \langle S_{vv}S_{hh}^* \rangle & \sqrt{2}\langle S_{vv}S_{hv}^* \rangle & \langle S_{vv}S_{vv}^* \rangle \end{bmatrix} \tag{3.71}$$

$\langle\rangle$ signifie qu'un moyennage spatial est effectué sur un milieu homogène.
De même, à partir du vecteur cible k_P, la matrice de cohérence $[T]$ peut être définie comme suit :

$$[T] = \langle k_P k_P^{*T} \rangle \tag{3.72}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \langle (S_{hh} + S_{vv})(S_{hh} + S_{vv})^* \rangle & \sqrt{2}\langle (S_{hh} + S_{vv})(S_{hh} - S_{vv})^* \rangle & \langle 2(S_{hh} + S_{vv})S_{hv}^* \rangle \\ \langle (S_{hh} - S_{vv})(S_{hh} + S_{vv})^* \rangle & \langle (S_{hh} - S_{vv})(S_{hh} - S_{vv})^* \rangle & \langle 2(S_{hh} - S_{vv})S_{hv}^* \rangle \\ \langle 2S_{hv}(S_{hh} + S_{vv})^* \rangle & \langle 2S_{hv}(S_{hh} - S_{vv})^* \rangle & \langle 4S_{hv}S_{hv}^* \rangle \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

La matrice de covariance et la matrice de cohérence sont deux représentations d'une cible radar, et sont utilisées en polarimétrie du fait de leurs propriétés mathématiques remarquables. Ce sont deux matrices (3×3) hermitiennes complexes. De plus, elles sont équivalentes. C'est-à-dire, qu'il existe une relation de passage pour passer d'une représentation à l'autre [Mar05].
La complexité des mécanismes de rétrodiffusion rend extrêmement difficile l'étude physique des diffuseurs à travers l'analyse directe des matrices de covariance ou de cohérence. Par conséquent, l'objectif des décompositions non-cohérentes est de décomposer les matrices de covariance ou de cohérence en une combinaison de matrices correspondant à des diffuseurs canoniques ou à des mécanismes de rétrodiffusion simples. Ainsi, le principe des décompositions non-cohérentes se résume suivant :

$$[C] = \sum_{i=1}^{k} p_i [C]_i \tag{3.74}$$

$$[T] = \sum_{i=1}^{k} q_i [T]_i \tag{3.75}$$

où les réponses élémentaires sont représentées par les matrices $[C]_i$ ou $[T]_i$, et les coefficients q_i et p_i représentent le poids de chacune des contributions. Comme dans le cas des décompositions cohérentes, il est souhaitable que ces décompositions présentent certaines propriétés. En effet, on souhaite que les contributions élémentaires soient physiquement interprétables et qu'elles soient indépendantes entre elles, voir orthogonales [LMFFP05].
Il existe une multitude de décompositions non-cohérentes, cependant il y en a des plus pertinentes que d'autres. Parmi les décompositions non-cohérentes les plus utilisées, il y a la décomposition valeurs propres/vecteurs propres, plus connue sous le nom de décomposition H/A/Alpha (entropie, anisotropie, paramètre alpha).

3.5.2 La décomposition Entropie, Anisotropie, paramètre Alpha

La décomposition entropie, anisotropie, paramètre alpha est basée sur la décomposition en valeurs propres et vecteurs propres de la matrice de cohérence. En effet, une matrice hermitienne de coefficients complexes 3×3 peut être décomposée suivant :

$$[T] = [P][D][P]^{-1} \tag{3.76}$$

La matrice $[D]$ est diagonale, d'éléments réels et contient les valeurs propres, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ de la matrice de cohérence. La matrice unitaire, $[P]$, contient les vecteurs propres P_k de la matrice de cohérence. Les vecteurs propres peuvent s'écrire sous la forme :

$$P_k = [\cos(\alpha_k), \sin(\alpha_k)\cos(\beta_k)\exp(j\delta_k), \sin(\alpha_k)\cos(\beta_k)\exp(j\gamma_k)]^T \tag{3.77}$$

Ainsi, la décomposition de la matrice de cohérence peut s'écrire :

$$[T] = \sum_{k=1}^{3} \lambda_k P_k P_k^{*T} \tag{3.78}$$

La décomposition valeurs propres/vecteurs propres peut donc s'interpréter comme une décomposition de mécanismes de rétrodiffusion définis par les vecteurs propres [LMFFP05], [CP96], [CP97].
A partir des valeurs propres et des vecteurs propres, des paramètres secondaires caractéristiques peuvent être déterminés. En effet, l'ensemble des valeurs propres indique la répartition de la puissance totale sur les différentes composantes de la décomposition. Cette répartition est définie par un élément p_k représentant la part de puissance associée au mécanisme. L'ensemble des p_k correspond à une normalisation des valeurs propres λ_k [Mar05], [CP96], [CP97].

$$p_k = \frac{\lambda_k}{\sum_{k=1}^{3} \lambda_k} \tag{3.79}$$

Ces valeurs propres normalisées sont associées à des pseudo-probabilités liées aux propriétés statistiques des phénomènes de rétrodiffusion des milieux naturels. Il est donc possible de décrire l'ensemble des valeurs propres au moyen de deux paramètres réels : l'entropie et l'anisotropie [CP96] [CP97].
L'entropie de la cible, H est définie comme l'indicateur du caractère aléatoire du phénomène de rétrodiffusion global. Elle se calcule de la manière suivante :

$$H = -\sum_{k=1}^{3} p_k \log_3(p_k) \tag{3.80}$$

L'entropie varie entre 0 et 1. Une entropie nulle indique que la cible observée est pure et la rétrodiffusion est déterministe. Ceci se traduit par la présence d'une seule valeur propre normalisée non nulle et égale à 1. Lorsque l'entropie est égale à 1, elle traduit le caractère complètement aléatoire de la cible observée. Ceci se produit quand les pseudo-probabilités sont identiques.
L'entropie a été calculée sur l'image SAR de la région de Brétigny comme le montre la figure 3.14. On retrouve la théorie dans la mesure où les cibles déterministes présentent une entropie faible. C'est le cas des trièdres, des bâtiments et du parking de voiture. Alors que la végétation présente une entropie plus élevée.

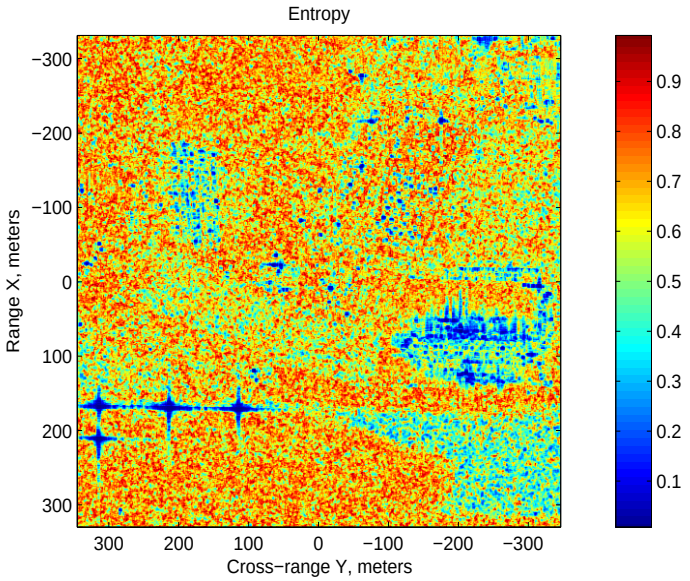


FIG. 3.14 – Entropie de l'image SAR de la région de Brétigny.

Quant à l'anisotropie, elle traduit l'importance relative des mécanismes de diffusion secondaires.

$$A = \frac{p_2 - p_3}{p_2 + p_3} \tag{3.81}$$

L'anisotropie est un paramètre complémentaire à l'entropie. L'anisotropie mesure l'importance relative de la seconde et de la troisième valeur propre de la décomposition. D'un point de vue pratique, l'anisotropie peut être employée comme une source de discrimination pour des valeurs d'entropie supérieures à 0.7. En effet, pour des valeurs inférieures, les valeurs propres secondaires sont affectées par le bruit [LMFFP05].
L'anisotropie a été appliquée sur l'image SAR de la région de Brétigny comme le montre la figure 3.15. Ici elle n'est pas significative car pour une entropie élevée elle présente des valeurs faibles.
L'entropie et l'anisotropie sont des paramètres issus des valeurs propres. Le dernier paramètre caractéristique est issu des vecteurs propres. En effet, les vecteurs propres représentent les types de mécanisme de rétrodiffusion dont le paramètre alpha, défini par l'équation (3.82), est un élément caractéristique.
Le paramètre alpha est associé à la nature du mécanisme de diffusion et varie entre 0° et 90°. Il dépend de la constante diélectrique du milieu étudié, de l'angle d'incidence, et de la fréquence de l'onde. Ce paramètre n'est pas modifié par les variations de l'angle de rotation du radar. Une interprétation phénoménologique peut être attribuée. Si alpha est nul alors le mécanisme est celui d'une diffusion de surface canonique. Dans l'autre cas extrême, c'est-à-dire si alpha prend la valeur de 90°, le mécanisme de rétrodiffusion est celui d'un dièdre ou d'une hélice. Toutes autres valeurs intermédiaires représentent un mécanisme de diffusion anisotrope. Par exemple, si alpha prend la valeur de 45°, le mécanisme est celui d'un dipôle canonique. Dans le cas d'un milieu naturel, cette valeur indique une diffusion de volume [CP97].
Dans le cadre d'une analyse statistique, on n'utilise pas directement le paramètre alpha des

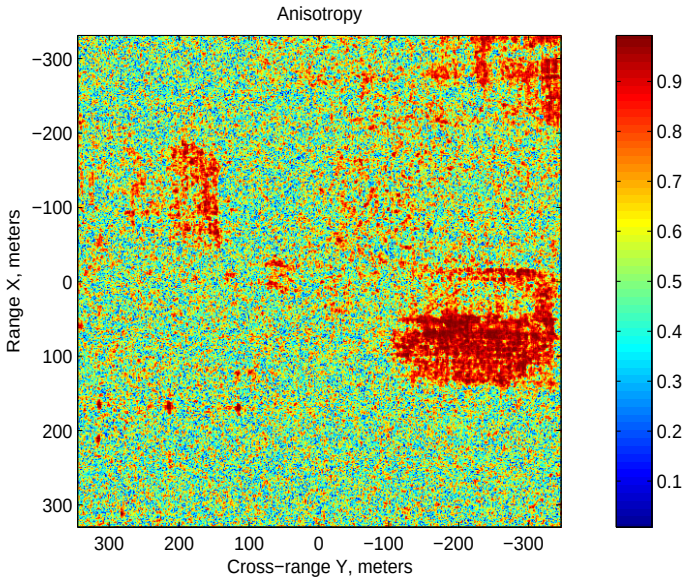


FIG. 3.15 – Anisotropie de l'image SAR de la région de Brétigny.

vecteurs propres, mais on utilise du paramètre alpha moyen défini par :

$$\alpha = \sum_{k=1}^{3} p_k \alpha_k \tag{3.82}$$

Le paramètre alpha a été calculé sur l'image SAR de la région de Brétigny est représenté sur la

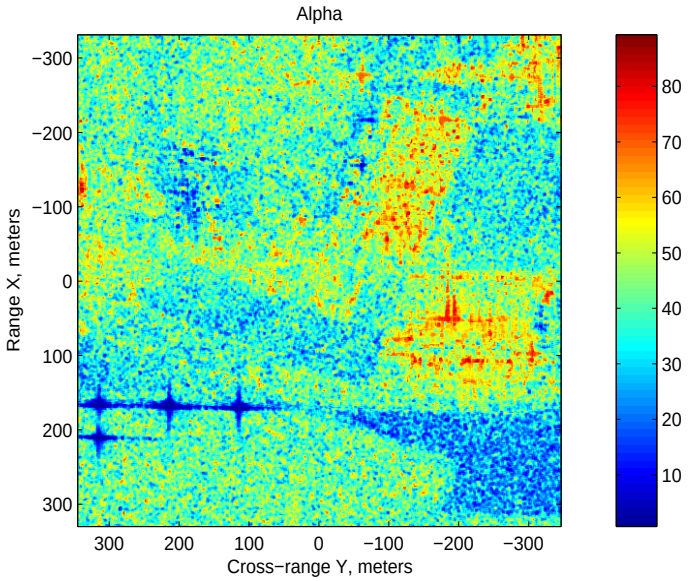


FIG. 3.16 – Paramètre alpha moyen de l'image SAR de la région de Brétigny.

figure 3.16.

A partir des paramètres entropie et alpha, une procédure de classification peut être envisagée. En effet, en considérant l'espace bidimensionnel H/Alpha, tous les mécanismes de diffusion aléatoire peuvent être représentés [CP97]. Ainsi, ce plan peut être segmenté en huit zones et donner une interprétation du mécanisme moyen de rétrodiffusion global pour chacune des régions. L'axe de l'entropie est partitionné en trois zones traduisant, soit un comportement polarimétrique quasiment déterministe, soit modérément aléatoire, soit fortement aléatoire. De même, l'axe du paramètre alpha, est partagé en trois régions qui correspondent, soit à une réflexion de surface, soit à une double réflexion, soit à une réflexion de volume. Le plan H/Alpha est représenté sur la figure 3.17.

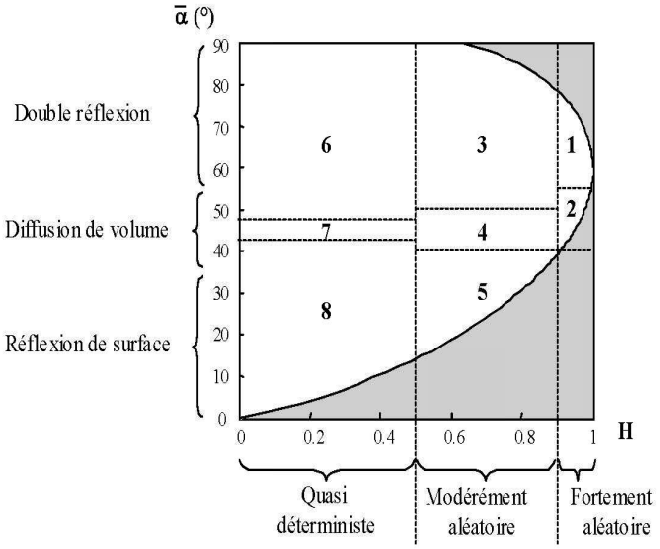


FIG. 3.17 – Plan H/Alpha segmenté en huit régions.

L'interprétation des huit régions est la suivante [CP97] :
Région 1 : Cette zone caractérise une double réflexion avec une forte entropie. Ce phénomène de rétrodiffusion est observé sur des forêts ou sur des zones de végétation, qui présentent des branches et un feuillage développés.
Région 2 : Cette région est le siège d'une diffusion de volume avec une forte entropie. Ce phénomène est le résultat, en général, de la diffusion sur des particules anisotropes et orientées de manière totalement aléatoire.
Région 3 : Cette zone caractérise une double réflexion avec une entropie moyenne. Ce type de phénomène est observé lors de la mesure d'une forêt en bande L ou en bande P. La double réflexion sur le sol et sur les troncs d'arbres est perturbée par le passage à travers la canopée, entraînant une augmentation du caractère aléatoire.
Région 4 : Cette région est le siège d'une diffusion de volume par des particules anisotropes à entropie modérée. Ce phénomène est rencontré lors de l'étude de zones recouvertes de végétaux qui présentent des particules anisotropes dont l'orientation est moyennement corrélée.
Région 5 : Cette zone caractérise une réflexion de surface modérément aléatoire. Ce type de mécanisme de rétrodiffusion peut être rencontré lors de la mesure de surface dont la rugosité et la longueur de corrélation varient.
Région 6 : Cette région est le siège d'une double réflexion à faible entropie. Elle caractérise les

cibles qui sont généralement des dièdres métalliques ou des diélectriques isolés.
Région 7 : Cette zone caractérise une diffusion par des dipôles avec une faible entropie. Cette région est caractéristique de milieux naturels formés de particules anisotropes dont l'orientation est fortement corrélée entraînant une entropie faible.
Région 8 : Cette région correspond à une réflexion de surface à faible entropie dont le comportement est caractéristique des modèles de réflexion sur des surfaces peu rugueuses tels que les modèles de Bragg, de l'optique physique, et de l'optique géométrique. Les milieux naturels correspondants peuvent être la mer en bande P ou L et des surfaces assez lisses en général.
Ainsi, l'appartenance d'un pixel de l'image à une région du plan H/alpha permet une interprétation physique du mécanisme de diffusion moyen qui intervient. Cette classification a été testée sur l'image SAR de la région de Brétigny figure 3.18.

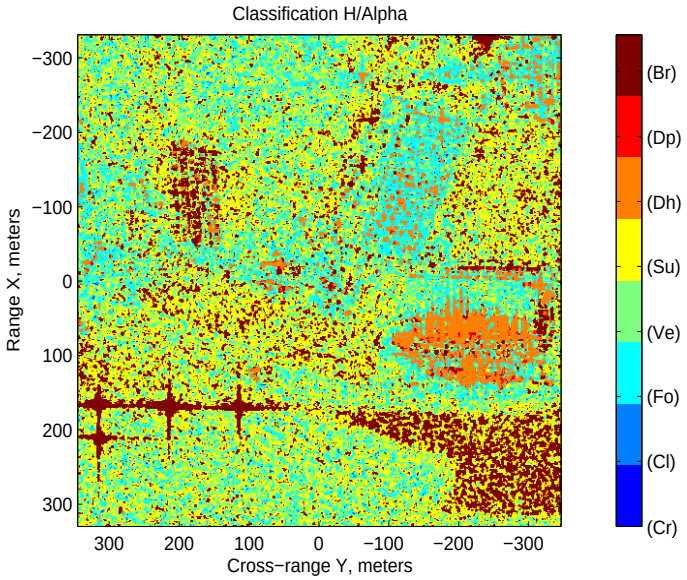


FIG. 3.18 – Résultat de la classification selon les paramètres H/alpha de l'image SAR de la région de Brétigny.

3.6 Conclusion

Les champs électromagnétiques sont régis par les équations de Maxwell. Ces équations conduisent à l'équation de propagation dont la solution du champ électrique, par exemple, une onde plane monochromatique, décrit une ellipse de polarisation. Il existe diverses représentations de l'état de polarisation, dont le vecteur de Jones et le vecteur de Stokes sont des représentations naturelles. Quand une cible radar est éclairée par une onde incidente polarisée, l'onde diffusée possède des propriétés polarimétriques différentes de l'onde incidente. La modification de la polarisation causée par la cible est modélisée sous la forme d'un opérateur matriciel. Ainsi, la matrice cohérente de Sinclair relie le vecteur de Jones incident à celui rétrodiffusé. La matrice de Mueller, quant à elle, relie le vecteur de Stokes incident à celui rétrodiffusé.
L'étude de ces opérateurs matriciels permet de caractériser les diffuseurs. Les décompositions cohérentes décomposent la matrice de Sinclair en phénomènes de rétrodiffusion canoniques. Cela permet d'une part, de nous renseigner sur la géométrie de la cible, d'autre part, comme dans

le cas de la décomposition de Cameron, cela met en évidence l'orientation de la cible autour de l'axe de visée. Une autre méthode basée sur l'extraction des paramètres de Huynen de la matrice de Mueller aboutit au même résultat. La polarimétrie nous apporte donc des informations complémentaires sur la géométrie et l'orientation des diffuseurs.
Cependant, nous souhaitons appliquer ces méthodes sur des images SAR. Comme ce sont des études cohérentes, il faut veiller à l'appliquer aux diffuseurs qui transmettent une onde totalement polarisée. Le test de cohérence développé par Touzi semble être une réponse à cette problématique. Cependant, si ce test ne s'avère pas satisfaisant nous pourrions avoir recourt aux décompositions non-cohérentes.
La polarimétrie nous offre donc des discriminateurs permettant de caractériser la géométrie et l'orientation des diffuseurs et qui seront mis en oeuvre dans la suite de ce mémoire.

4

Mise en évidence des limitations de l'imagerie SAR par l'analyse temps-fréquence

Sommaire

4.1 Surface équivalente radar (SER) 82
4.2 Modèles issus de la théorie géométrique de la diffraction . . . 85
4.2.1 Principe du modèle issu de la théorie géométrique de la diffraction 85
4.2.2 Exemple d'applications du modèle GTD 86
4.3 Les limitations de l'imagerie SAR 87
4.3.1 Le principe d'inversion de l'imagerie SAR n'est pas adapté aux diffuseurs anisotropes et dispersifs 87
4.3.2 Mise en évidence des limitations de l'imagerie SAR 88
4.3.3 Problématique sur les images très haute résolution (THR) 90
4.4 Concept d'hyperimages 91
4.4.1 Ondelettes bidimensionnelles 91
4.4.2 Transformée de Fourier à court terme bidimensionnelle 93
4.4.3 Transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle 94
4.4.4 Transformée de Pseudo-Wigner-Ville lissée bidimensionnelle . . . 95
4.5 Résultats des Hyperimages en simulation 95
4.5.1 Scénario de simulation 95
4.5.2 Ondelettes bidimensionnelles 96
4.5.3 Transformée de Fourier à court terme bidimensionnelle 97
4.5.4 Transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle 99
4.5.5 Transformée de Pseudo-Wigner-Ville lissée bidimensionnelle . . . 100
4.5.6 Spectrogramme réalloué bidimensionnel 102
4.6 Applications des hyperimages sur des données THR 103
4.6.1 Ondelettes bidimensionnelles 103
4.6.2 Transformée de Fourier à court terme bidimensionnelle 105
4.6.3 Transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle 106
4.7 Conclusion 108

L'imagerie radar à ouverture synthétique (ROS) ou synthetic aperture radar imaging, en anglais, repose sur le modèle des points brillants. C'est à dire qu'elle considère les cibles comme un ensemble de diffuseurs ponctuels, isotropes et non-dispersifs. On entend par isotrope, le fait que la réponse du diffuseur est indépendante de l'angle sous lequel il est vu. On entend par non-dispersif, le fait que la réponse du diffuseur est blanche dans la bande de fréquence émise. Ces hypothèses sont loin d'être réalistes. En effet, l'hypothèse d'isotropie est valable pour une sphère mais ce n'est pas le cas pour une plaque. De même l'hypothèse de non-dispersivité peut être remise en cause pour les nouvelles applications larges bandes, dans la mesure où le type d'application diffère, selon les bandes de fréquences utilisées. Dans ce chapitre plusieurs questions se posent. Tout d'abord, les critères d'isotropie et de non-dispersivité sont-elles réalistes ? L'imagerie SAR est-elle adaptée aux images des diffuseurs anisotropes et dispersifs ? Si ces hypothèses sont valables en bande étroite sont-elles valables en large bande, en particulier pour les applications d'images très hautes résolutions (THR) ? En effet ces dernières utilisent une large bande de fréquence d'émission de l'ordre du GigaHertz et une forte excursion angulaire de l'ordre d'une dizaine de degrés. Si ces hypothèses ne sont pas valables, cela reviendra à étudier une non stationnarité. Quelle information nous apportera l'analyse temps-fréquence, outil usuel pour étudier les non-stationnarités ? Si l'analyse temps-fréquence nous renseigne, que montre-t-elle sur des images THR ?

4.1 Surface équivalente radar (SER)

Dans un premier temps on peut s'interroger sur le réalisme du modèle des points brillants. En effet, quand un objet (une cible) est illuminé par une onde électromagnétique, il en absorbe une partie comme de la chaleur et il en diffuse l'autre partie dans toutes les directions [Sko62]. La portion d'énergie rayonnée en direction du radar présente un certain intérêt pour la détection radar. Cette dernière est caractérisée par la Surface Equivalente Radar (SER) ou en anglais Radar Cross-Section (RCS). Il s'agit de la mesure de la puissance d'un signal radar rétrodiffusé par un diffuseur donné, pour une énergie de l'onde électromagnétique incidente donnée. Plus clairement, la surface équivalente radar se définit comme une mesure de l'énergie qui est réfléchie ou diffusée dans une direction donnée, normalisée par la densité d'énergie du rayonnement électromagnétique incident [KST85]. La section efficace radar peut être caractérisée par les formules suivantes :

$$\sigma = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{|\overrightarrow{E^s}|^2}{|\overrightarrow{E^i}|^2} = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{|\overrightarrow{H^s}|^2}{|\overrightarrow{H^i}|^2} \tag{4.1}$$

Où $\overrightarrow{E^s}$ et $\overrightarrow{H^s}$ sont les champs électrique et magnétique diffusés, où $\overrightarrow{E^i}$ et $\overrightarrow{H^i}$ sont les champs électrique et magnétique incidents et où R est la distance radar / cible.
‘

La section efficace radar peut être formulée de la façon suivante :

$$\sigma = \text{Section géométrique efficace} \times \text{Réflectivité} \times \text{Directivité} \tag{4.2}$$

La section géométrique efficace correspond à la surface de la cible, vue par le radar. Cette surface dépend de l'angle ou de l'aspect de la cible vue par le radar. La section géométrique efficace (A) détermine comment la puissance transmise par le radar $P_{\text{incidente}}$ est reçue par la cible $P_{\text{reçue}}$ selon la relation suivante :

$$P_{\text{reçue}} = A \times P_{\text{incidente}} \tag{4.3}$$

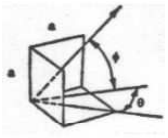
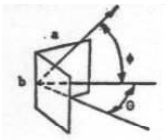
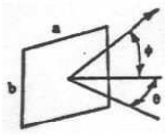
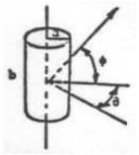
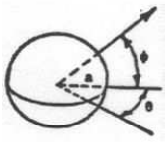
Géométrie	Description	SER Maximale	Remarques
	Trièdre	$\sigma = \frac{12\pi a^4}{\lambda^2}$	Echo important causé par la triple réflexion
	Dièdre	$\sigma = \frac{8\pi a^2 b^2}{\lambda^2}$	Echo important causé par la double réflexion. Décroit lentement en theta et rapidement en phi.
	Plaque plate	$\sigma = \frac{4\pi a^2 b^2}{\lambda^2}$	Echo important causé par la réflexion. spéculaire Décroit rapidement quand l'incidence n'est plus perpendiculaire..
	Cylindre circulaire	$\sigma = \frac{2\pi a b^2}{\lambda}$	Echo important en theta. Décroit rapidement quand l'azimut phi change.
	Sphere	$\sigma = \pi a^2$	La sphere est isotropique elle renvoie le même écho dans toutes les directions..

FIG. 4.1 – Exemple de SER maximale de cibles canoniques.

La réflectivité se réfère à la fraction d'énergie reçue par la cible qui est réfléchie ou diffusée quelle que soit la direction. La réflectivité est donc définie comme le rapport entre la puissance diffusée par la cible ($P_{\text{diffusée}}$ et la puissance reçue ($P_{\text{reçue}}$).

$$\text{Réflectivité} = \frac{P_{\text{diffusée}}}{A \times P_{\text{incidente}}} \tag{4.4}$$

La directivité se réfère à l'énergie rétrodiffusée en direction du radar. La puissance réfléchie est notée ($P_{\text{rétrodiffusée}}$). Ainsi, la directivité se définit comme le rapport entre la puissance rétrodiffusée et la puissance diffusée dans toutes les direction.

$$\text{Directivité} = \frac{P_{\text{rétrodiffusée}}}{P_{\text{isotropique}}} = \frac{P_{\text{rétrodiffusée}}}{\frac{1}{4\pi} P_{\text{diffusée}}} \tag{4.5}$$

On peut en conclure que :

$$\begin{aligned} \sigma &= A * \frac{P_{\text{diffusée}}}{A \times P_{\text{incidente}}} \times \frac{P_{\text{rétrodiffusée}}}{\frac{1}{4\pi} P_{\text{diffusée}}} \\ \sigma &= 4 \times \pi \times \frac{P_{\text{rétrodiffusée}}}{P_{\text{reçue}}} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Pour une meilleure compréhension, l'importance de la section efficace radar se traduit dans la puissance reçue par le radar :

$$P_{\text{reçue/radar}} = \left(\frac{P_T \times G_T}{4 \times \pi \times R^2} \right) \times \left(\frac{\sigma}{4 \times \pi \times R^2} \right) \times A_e \times t_{ot} \tag{4.7}$$

Où P_T est la puissance transmise par le radar, où G_T est le gain de l'antenne, où R est la distance radar/cible, où σ est la section efficace radar de la cible, où A_e est l'ouverture efficace de l'antenne, et où t_{ot} est la durée pendant laquelle le radar est pointé sur la cible.
La SER est donc importante pour la détection des cibles dans la mesure où elle intervient dans la puissance du signal reçu par le radar.

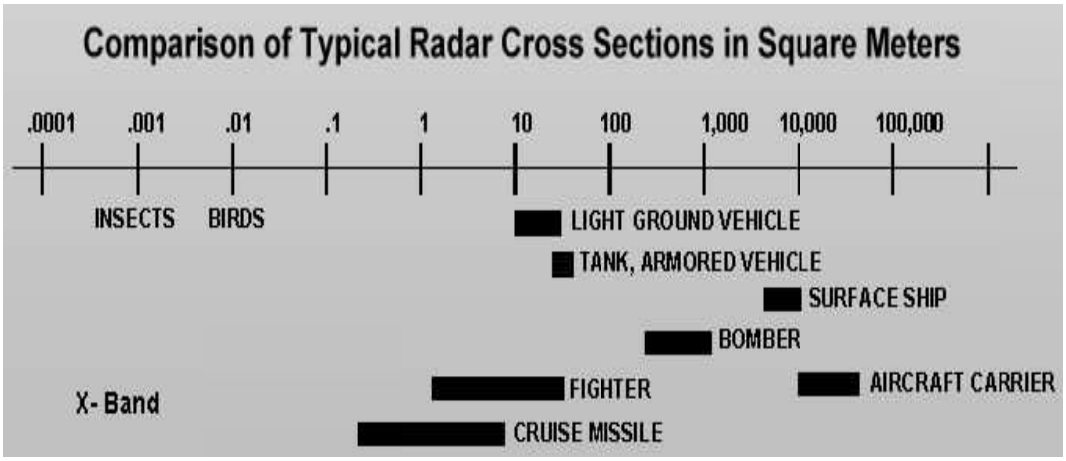


FIG. 4.2 – Exemple de l'ordre de grandeur de SER de différentes cibles.

‘

Cependant ce qui nous intéresse est de savoir de quels paramètres dépend la SER. La surface équivalente radar est fonction [KST85] : de la configuration de la cible, de la fréquence émise par le radar, de la polarisation incidente, de la polarisation de réception, de l'orientation angulaire de la cible. Ainsi, la surface équivalente radar est généralement spécifiée comme $\sigma_{i,j}(\theta, \phi)$ où i et j représentent les polarisations d'émission et de réception et, θ et ϕ les angles sous lesquels est vue la cible. Le tableau suivant, figure 4.1, illustre ces propos. En effet il montre la SER maximale pour certaines cibles canoniques. Ces SER dépendent des dimensions de la cible, de la longueur d'onde, des angles d'orientation de la cible. Ces résultats sont effectués en mono-polarisation.
La surface équivalente radar est habituellement donnée en mètre carré et elle est souvent exprimée dans sa forme logarithmique en dB par rapport au mètre carré :

$$\sigma_{Dbm^2} = 10 \log(\sigma) \tag{4.8}$$

La figure 4.2 nous donne l'exemple d'ordre de grandeur pour des cibles aussi variées que des véhicules terrestres, des avions, des bateaux et des animaux.

La surface équivalente radar, nous montre que le modèle retenu pour l'imagerie SAR semble limité. Ceci sera d'autant plus vrai que le radar SAR fonctionne en large bande et en forte excursion angulaire. Il existe des modèles de phénomènes de rétrodiffusion qui traduisent la SER. Parmis les modèles les plus connus, on distingue les modèles issus de la théorie géométrique de la diffraction.

4.2 Modèles issus de la théorie géométrique de la diffraction

4.2.1 Principe du modèle issu de la théorie géométrique de la diffraction

L'imagerie radar repose sur un modèle de diffuseurs ponctuels. La réponse à haute fréquence de cible étendue peut être approximée comme la somme de réponses de diffuseurs ponctuels ou centres de rétrodiffusion [PM97]. Les modèles issus de la théorie géométrique de la diffraction ou en anglais la "geometry theory of diffraction (GTD)", considèrent cette hypothèse en attribuant les propriétés de localisation, amplitude, dépendance en fréquence et les attributs polarimétriques de la cible étendue au centre de rétrodiffusion.
En effet, comme le montre la surface équivalente radar (SER), la réflectivité des diffuseurs dépend de plusieurs paramètres. Pour les modèles GTD, la réflectivité n'est plus considérée comme isotrope et non-dispersive, mais elle dépend bien de la fréquence émise et de l'angle sous lequel le diffuseur est vu.
Les modèles GTD font trois hypothèses pour aboutir à un modèle paramétrique simple. Ces trois hypothèses se placent en champ lointain.
- La première est de considérer la phase comme linéaire et définie par la position du centre de rétrodiffusion.
- La seconde fait l'hypothèse que l'amplitude dépend de la fréquence selon le modèle GTD.
- La troisième propose que la dépendance de l'amplitude selon l'angle d'observation soit définie par la caractérisation spatiale du centre de rétrodiffusion.

Les modèles GTD décomposent la réflectivité comme un produit de réflectivités élémentaires qui traduisent les phénomènes de rétrodiffusion et sont reliés aux caractéristiques des diffuseurs.
Comme pour l'imagerie SAR qui considère les diffuseurs comme étant isotropes et non-dispersifs, les modèles GTD modélisent l'amplitude du diffuseur par une constante indépendante de la fréquence et de l'angle de visée.

$$\sigma_{Amplitude} = A \tag{4.9}$$

Le modèle GTD introduit d'abord une dépendance complexe en fréquence causée par la géométrie [PCCG95]. Ainsi, comme le montre la relation suivante, la géométrie introduit une dispersivité symbolisée par le paramètre α. Ce paramètre α est relié à la géométrie du diffuseur comme le montre le tableau suivant.

$$\sigma_{Geometrie}(f) = \left(j\frac{f}{f_c}\right)^{\alpha} \tag{4.10}$$

α	Géométrie
1	spéculaire d'une plaque plate, dièdre
$\frac{1}{2}$	réflexion de surface
0	Point, sphère, spéculaire d'arête
$-\frac{1}{2}$	diffraction d'arête
-1	diffraction de coin

Dans le cas de mécanismes ponctuels comme la réflexion sur un trièdre, la diffraction en coin, ou la diffraction d'une arête, la réflectivité varie en fonction de l'aspect angulaire.Pour interpréter ce

comportement, il est symbolisé par une variation en exponentielle. Cette dépendance est montrée par la relation suivante.

$$\sigma_{point}(f,\theta) = \exp\left(-2\pi f \gamma \sin(\theta)\right) \tag{4.11}$$

Dans le cas de mécanismes distribués comme la réflexion spéculaire d'une plaque, un dièdre ou un cylindre, ces mécanismes montrent une dépendance en fonction de l'angle de visée sous forme d'un sinus cardinal. Cette dépendance dépend de l'étendue spatiale L de la cible et de son orientation dans le plan horizontal θ_0. Cette réflectivité élémentaire se traduit par la relation suivante :

$$\sigma_{etendue}(f,\theta) = \sin_c\left(\frac{2\pi f}{c} L \sin(\theta - \theta_0\right) \tag{4.12}$$

Ainsi, la réflectivité totale se déduit des relations précédentes :

$$\begin{aligned} \sigma_{total}(f,\theta) &= \sigma_{Amplitude} \times \sigma_{Geometrie}(f) \times \sigma_{point}(f,\theta) \times \sigma_{etendue}(f,\theta) \\ \sigma_{total}(f,\theta) &= A \times \left(j\frac{f}{f_c}\right)^{\alpha} \times \exp\left(-2\pi f \gamma \sin(\theta)\right) \times \sin_c\left(\frac{2\pi f}{c} L \sin(\theta - \theta_0\right) \end{aligned} \tag{4.13}$$

4.2.2 Exemple d'applications du modèle GTD

Ce modèle GTD a été testé sur un simulateur d'imagerie SAR. La cible simulée est le spéculaire d'une plaque donc $\alpha = 1$. Cette plaque est une cible distribuée on peut en déduire que $\gamma = 0$. Le centre de rétrodiffusion est centré au centre de l'image (X_0, Y_0). Concernant les propriétés de la cible, la longueur de la plaque est de $2m$ et son orientation est nulle. Le résultat de cette simulation est présenté sur la figure 4.3.

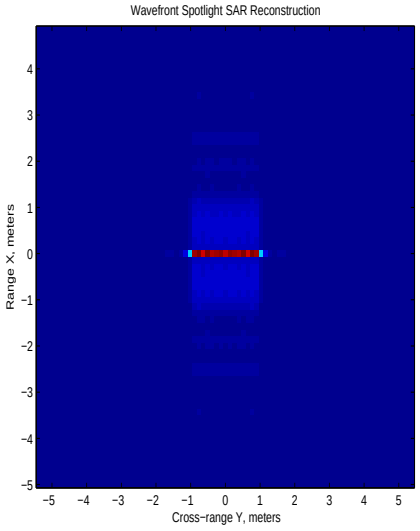


FIG. 4.3 – Image SAR d'une plaque simulée par le modèle GTD.

Cet exemple nous montre les limites de l'imagerie SAR. D'une part l'information d'anisotropie et de dispersivité de la cible est perdue. Cette information est représentée sur la figure 4.4. D'autre part ce comportement est celui du centre de rétrodiffusion. L'étendue spatiale de la plaque est donc générée par le comportement anisotrope et dispersif. Ainsi, on peut s'attendre à une dégradation de la résolution sur les cibles anisotropes et dispersives.

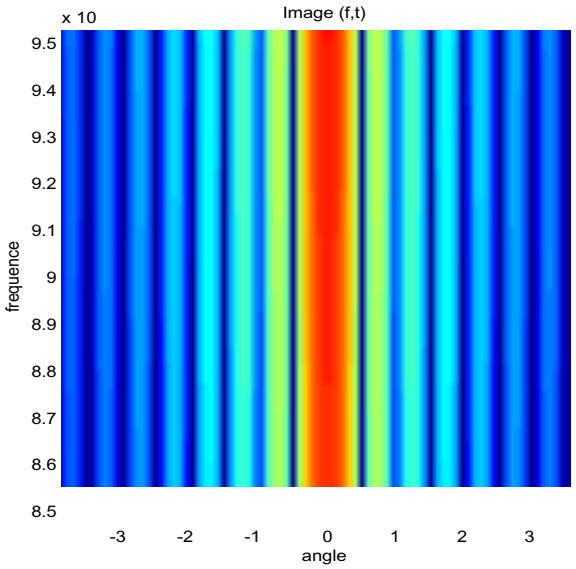


FIG. 4.4 – Réponse fréquence angle d'une plaque simulée par le modèle GTD.

Cependant, cet exemple nous met en garde sur le modèle ponctuel de l'imagerie SAR. En effet, il suggère de prendre en compte seulement le comportement des centres de rétrodiffusion. Il faudra considérer ce point de vue tout au long de notre étude.
Cette première expérience de cibles ponctuelles, anisotropes et dispersives, met en évidence que l'imagerie SAR ne semble pas adaptée à imager ce type de cible. En effet, elle montre que l'information d'anisotropie et de dispersivité est absente de la synthèse SAR. Ainsi, en observant l'image 4.3 on ne se doute pas que le diffuseur est anisotrope et dispersif. De plus on n'a pas accès à cette information, restituée ici par la figure 4.4. Enfin, on peut s'attendre à une perte de résolution causée par le comportement anisotrope et dispersif.
La surface équivalente radar nous montre que le modèle sur lequel repose sur l'imagerie SAR n'est pas réaliste. Un exemple de modèle de phénomène contribuant à la SER, la diffraction, nous suggère que l'imagerie SAR n'est pas adaptée à imager des diffuseurs anisotropes et dispersifs. Il s'agit donc maintenant, d'étudier les limitations de l'imagerie SAR.

4.3 Les limitations de l'imagerie SAR

4.3.1 Le principe d'inversion de l'imagerie SAR n'est pas adapté aux diffuseurs anisotropes et dispersifs

En imagerie radar, le coefficient de rétrodiffusion $H(\overrightarrow{k})$ pour un objet donné illuminé par un radar est caractérisé, pour une distance R tendant vers l'infini, par le rapport entre les champs reçu E_r et émis E_i (hypothèse des ondes sphériques) :

$$\left|H(\overrightarrow{k})\right| = \lim_{R\to+\infty} \sqrt{4\pi R^2}\frac{|E_r|}{|E_i|} \tag{4.14}$$

Le module au carré de $H(\overrightarrow{k})$ est appelé section équivalente radar pour un vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$ et il est exprimé en mètre carré. Le vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$ est relié à la fréquence émise et à la direction d'illumination θ par les relations $|\overrightarrow{k}| = 2f/c$ et $Arg(\overrightarrow{k}) = \theta$.

Le modèle utilisé en imagerie radar est le modèle des points brillants. La cible illuminée est considérée comme un ensemble de diffuseurs isotropes et non-dispersifs, c'est à dire, qui répondent de la même façon quelque soit l'angle d'illumination et la fréquence émise. Soit $I(\overrightarrow{r})$ l'amplitude des points brillants localisés en $\overrightarrow{r}$ dans un repère cartésien lié à la cible. Le coefficient de rétrodiffusion complexe de la totalité de la cible est alors donnée par la sommation cohérente de la contribution de chaque diffuseur ponctuel.

$$H(\overrightarrow{k}) = \int I(\overrightarrow{r}) \exp(-2i\pi \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r}) \, d\overrightarrow{r} \tag{4.15}$$

En prenant, la transformée de Fourier inverse de ce coefficient, on obtient la répartition spatiale $I(\overrightarrow{r})$ des diffuseurs pour une fréquence moyenne (la fréquence centrale) et pour un angle d'observation moyen.

$$I(\overrightarrow{r}) = \int H(\overrightarrow{k}) \exp(-2i\pi \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r}) \, d\overrightarrow{k} \tag{4.16}$$

Si la cible est illuminée en utilisant une large bande et une forte excursion angulaire, il est raisonnable de penser que les diffuseurs ne seront plus isotropes et non-dispersifs. Cette non-stationnarité est causée par la géométrie, l'orientation, la nature de la cible. L'hypothèse de stationnarité devient donc obsolète. Ainsi, la répartition spatiale des diffuseurs $I(\overrightarrow{r})$ doit dépendre aussi du vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$ et sera noté $I(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{k})$. Ceci rend impossible l'inversion par transformée de Fourier classique.

4.3.2 Mise en évidence des limitations de l'imagerie SAR

Il s'agit ici d'étudier l'influence d'un diffuseur anisotrope et dispersif dans la formation d'une image SAR. Ainsi, la réflectivité est considérée comme dépendant de la fréquence émise et de l'angle d'observation.

Principes de la simulation

Pour simuler le comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, nous avons eu recours à des modèles mathématiques simples. Pour cela les diffuseurs sont considérés comme ponctuel, et leur réflectivité dépend de la fréquence émise et de l'angle d'observation. Les modèles mathématiques de comportements simples sont un phénomène gaussien, un comportement "porte" et un mécanisme en sinus cardinal. Ces modèles mathématiques n'ont pas de signification physique, il s'agit de tester leur influence sur l'imagerie SAR. Nous allons définir plus précisément ces comportements.
Le comportement gaussien se définit par :

$$\sigma(f,\theta) = \exp\left(-\frac{(\theta-\theta_0)^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \exp\left(-\frac{(f-f_0)^2}{2\sigma_f^2}\right) \tag{4.17}$$

Où θ_0 est l'orientation centrale de la réponse du diffuseur, où f_0 est la fréquence centrale de la réponse du diffuseur, où σ_f est l'écart type en fréquence de la réponse du diffuseur, et où σ_θ est l'écart type en angle de la réponse du diffuseur.
Le deuxième type de comportement fréquence-angle est le comportement porte. Ce dernier est caractérisé par :

$$\sigma(f,\theta) = \begin{cases} A & \text{si } \theta_{min} < \theta < \theta_{max} \text{ et } f_{min} < f < f_{max} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \tag{4.18}$$

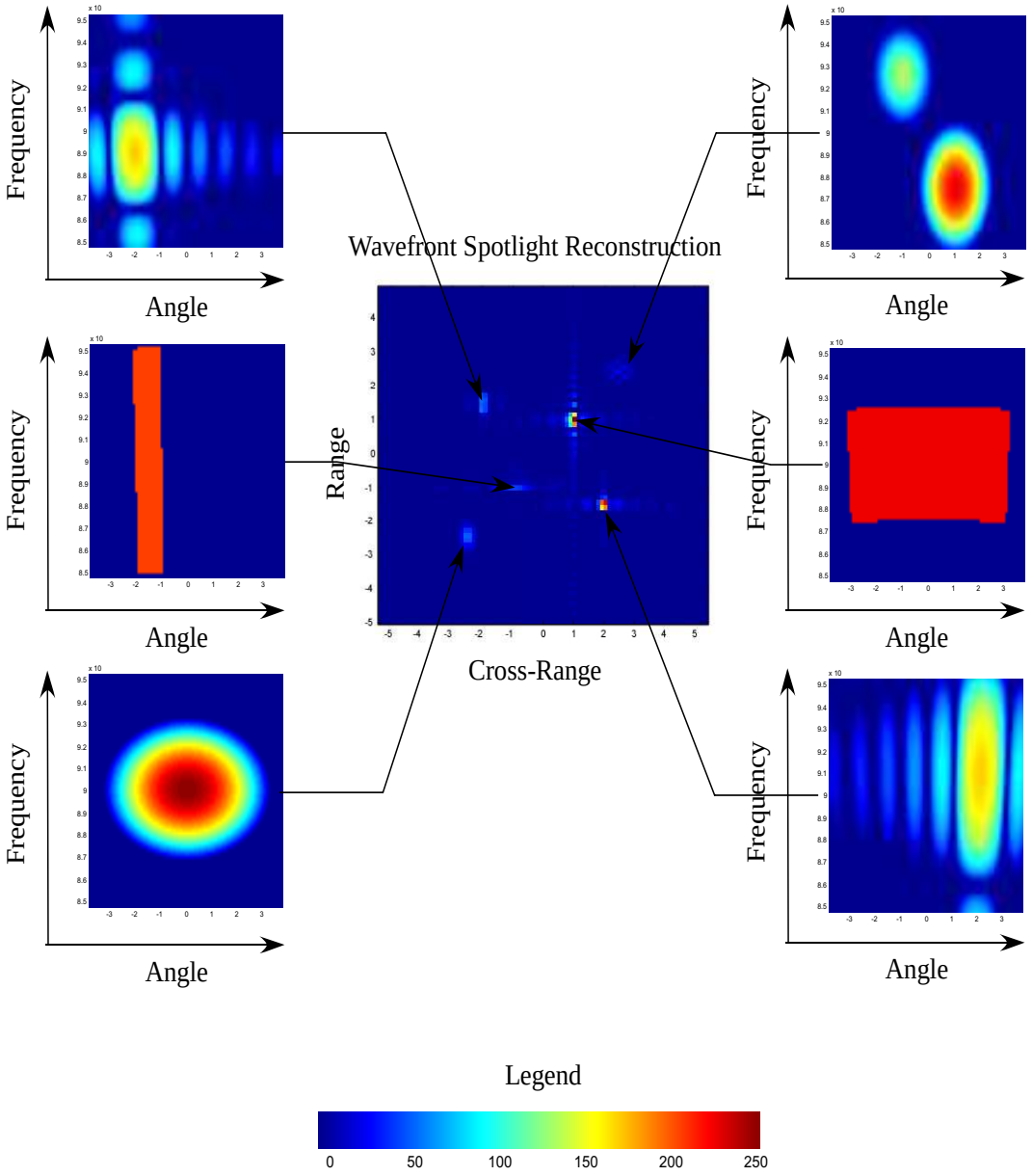


FIG. 4.5 – Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs et image full résolution de la reconstruction par RMA.

Enfin, le dernier type de comportement est un comportement en sinus cardinal qui est défini par :

$$\sigma(f,\theta) = \text{sinc}\left(\frac{2(\theta-\theta_0)}{\sigma_\theta}\right)\text{sinc}\left(\frac{2(f-f_0)}{\sigma_f}\right) \tag{4.19}$$

Exemple de simulation

Ces types de comportement ont été simulés dans les mêmes conditions radar que pour l'image 1.14. Les résultats de cette simulation et le comportement des diffuseurs sont représentés sur la figure 4.5.

Ces résultats nous montrent dans un premier temps que l'imagerie SAR ne permet pas l'accès à l'information d'anisotropie et de dispersivité. Dans un second temps on constate que la qualité de l'image SAR est dégradée. En effet, la localisation des points ne se fait pas en un point mais sur une zone étendue. Par exemple, pour le comportement porte, on réduit l'ouverture synthétique et la bande de fréquence, il y a donc une perte de résolution. En conclusion, l'imagerie SAR n'est pas adaptée à imager des diffuseurs anisotropes et dispersifs.

4.3.3 Problématique sur les images très haute résolution (THR)

Monsieur Philippe Martineau de l'unité radar imageur de l'ONERA a eu l'idée d'étudier la dispersion sur des images THR. Pour cela, il a divisé en trois sous-bandes égales la bande totale de l'image et a codé ces trois bandes dans les canaux de couleur rouge/verte/bleue.Ces dernières sont centrées sur les longueurs d'onde $\lambda = 3.4cm$, $\lambda = 3.2cm$ et $\lambda = 3cm$ ce qui correspond respectivement aux fréquences centrales de $8.82GHz$, $9.37GHz$ et $10GHz$.
Ainsi, un diffuseur blanc dans les trois bandes de fréquence aura une couleur blanche et respectera les hypothèses de l'imagerie SAR de non-dispersivité.
Au contraire, un diffuseur qui sera coloré, signifiera que la réponse du diffuseur en fréquence n'est pas blanche.

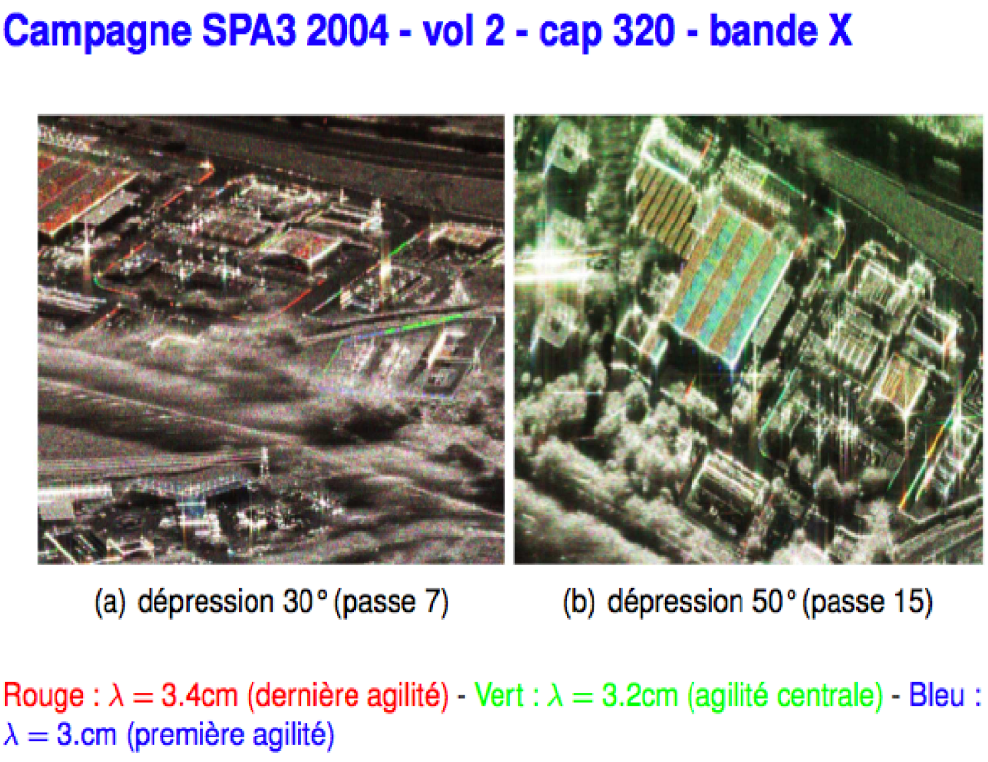


FIG. 4.6 – Mise en évidence de la dispersion des diffuseurs sur des images THR

Sur ces images THR, figures 4.6 et 4.7 on constate que certains diffuseurs sont colorés, leur réponse est donc dispersive. On en conclut donc que les hypothèses retenues pour l'imagerie SAR deviennent obsolètes et que l'imagerie SAR n'est pas adaptée aux diffuseurs dispersifs.

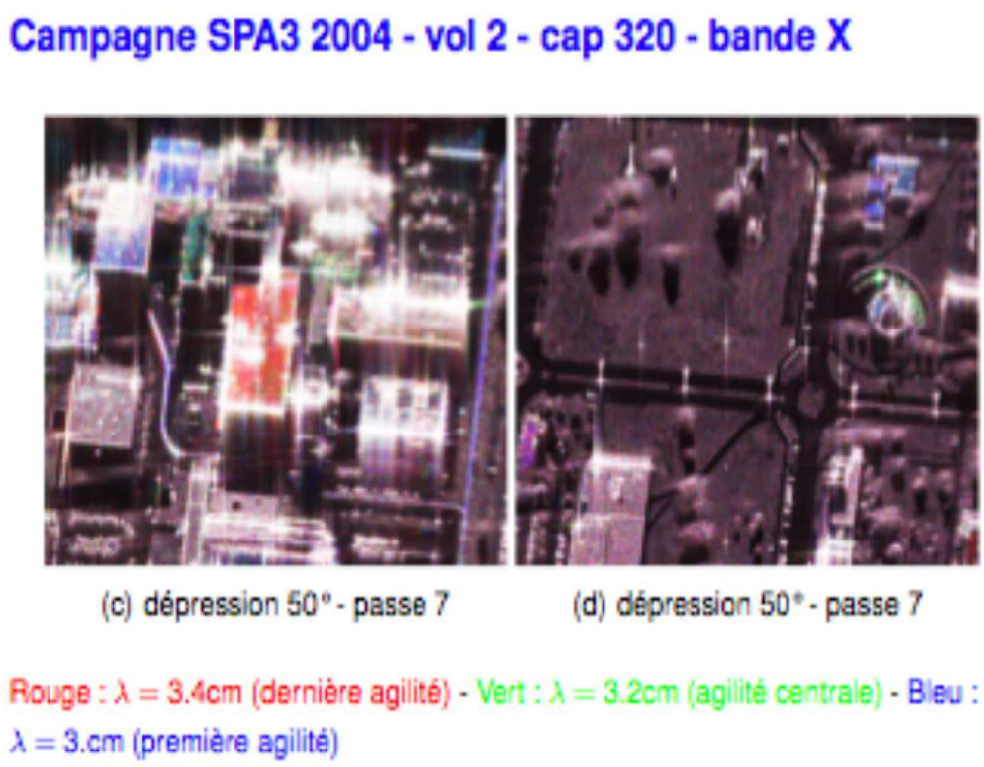


FIG. 4.7 – Mise en évidence de la dispersion des diffuseurs sur des images THR

4.4 Concept d'hyperimages

Si la cible est illuminée en utilisant une large bande et une forte excursion angulaire, il est raisonnable de penser que les diffuseurs ne seront plus isotropes et non-dispersifs. Cette non-stationnarité est causée par la géométrie, l'orientation, la nature de la cible. L'hypothèse de stationnarité devient donc obsolète. Ainsi, la répartition spatiale des diffuseurs $I(\overrightarrow{r})$ doit dépendre aussi du vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$ et sera noté $I(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{k})$. L'analyse temps-fréquence permet de construire de telles images [OVC+03],[JZC06],[FFRP05]. La dimension de ces images, appelés hyperimages est le produit des dimensions du vecteur $\overrightarrow{r}$ par les dimensions du vecteur $\overrightarrow{k}$. Ainsi, elles permettent de représenter le comportement fréquentiel et angulaire d'un diffuseur localisé en $\overrightarrow{r}$. Tout comme elles donnent la répartition spatiale des diffuseurs à une fréquence émise et un angle d'illumination donnés.

4.4.1 Ondelettes bidimensionnelles

Construction de l'hyperimage

Considérons le coefficient de rétrodiffusion $\phi(\vec{k})$ d'une cible de référence. Cette cible est supposée localisée autour de $\vec{r} = \vec{0}$ et réfléchir essentiellement dans la direction $\theta = 0$ et la fréquence f donnée par $k = \frac{2f}{c} = 1$. La fonction $\phi(\vec{k}) \equiv \phi(k, \theta)$ est donc localisée autour de $\vec{r} = \vec{0}$ et $(k, \theta) = (1, 0)$.
On construit alors, une famille de fonctions $\Psi_{\vec{r}_0,\vec{k}_0}$ à partir de $\phi(\vec{k})$ par le groupe des similitudes [BB96], [OVC+03] :

$$\Psi_{\vec{r}_o,\vec{k}_o}(\vec{k}) = \frac{1}{k_o}\, e^{-j2\pi\vec{k}.\vec{r}_o}\phi\left(\frac{1}{k_o}\mathcal{R}_{\theta_o}^{-1}\,\vec{k}\right) \tag{4.20}$$

$$= \frac{1}{k_o}\, e^{-j2\pi\vec{k}.\vec{r}_o}\ \phi\left(\frac{k}{k_o}, \theta-\theta_o\right). \tag{4.21}$$

Cet ensemble de fonctions constitue une famille d'ondelettes et la fonction de référence $\phi(\vec{k})$ définit l'ondelette mère. Du fait qu'elle soit construite par le groupe des similitudes, cette base d'ondelettes est identique pour tous les observateurs définis dans ce groupe et ne dépend que du choix de l'ondelette mère.
Le coefficient d'ondelette $C_H(\vec{r}_o,\vec{k}_o)$ est défini comme le produit scalaire entre le coefficient de rétrodiffusion H et l'ondelette $\Psi_{\vec{r}_o,\vec{k}_o}$:

$$C_H(\vec{r}_o,\vec{k}_o) =< H, \Psi_{\vec{r}_o,\vec{k}_o} > \tag{4.22}$$

Ce qui revient à :

$$C_H(\vec{r}_o,\vec{k}_o) = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{+\infty} k\ H(k,\theta)\ \frac{1}{k_o}\ e^{+j2\pi\vec{k}.\vec{r}_o}\phi^*\left(\frac{k}{k_o}, \theta-\theta_o\right)\ dk \tag{4.23}$$

Le scalogramme, qui est le module au carré des coefficients d'ondelettes, définit l'hyperimage $I_H(\overrightarrow{r},\overrightarrow{k})$. L'invariance de l'hyperimage par changement de système de référence se traduit par :

$$\begin{array}{ccc} H(\overrightarrow{k}) & \longrightarrow & H'(\overrightarrow{k}) = a\exp(-2i\pi\overrightarrow{k}\cdot\delta\overrightarrow{r})H(a^{-1}R_\theta\overrightarrow{k}) \\ \downarrow & & \downarrow \\ I_H(\overrightarrow{r},\overrightarrow{k}) & \longrightarrow & I'_{H'}(\overrightarrow{r},\overrightarrow{k}) = I_H(a^{-1}R_\theta^{-1}(\overrightarrow{r}-\delta\overrightarrow{r}), aR_\theta^{-1}\overrightarrow{k}) \end{array}$$

Ce processus d'invariance agit sur les variables physiques $\overrightarrow{r}$ et $\overrightarrow{k}$ par rotation R_θ, dilatation a et translation $\delta\overrightarrow{r}$.

Propriétés de la transformée en ondelettes continues

La transformée en ondelettes continues possèdent deux propriétés intéressantes, la première est la reconstruction. Il est possible de reconstruire le coefficient de rétrodiffusion $H(\vec{k})$ à partir de ses coefficients d'ondelette $C_H(\vec{r}_o,\vec{k}_o)$ suivant :

$$H(\vec{k}) = \frac{1}{K_\phi}\int_S d\vec{r}_o \int C_H(\vec{r}_o,\vec{k}_o)\ \Psi_{\vec{r}_o,\vec{k}_o}(\vec{k})\ d\vec{k}_o \tag{4.24}$$

avec K_ϕ défini comme le *coefficient d'admissibilité* de l'ondelette mère qui doit, pour reconstruire $H(\vec{k})$ à partir des coefficients d'ondelette, vérifier :

$$K_\phi = \int \left|\phi(\vec{k})\right|^2\ \frac{d\vec{k}}{k^2} < +\infty \tag{4.25}$$

La seconde propriété est l'isométrie. La relation d'isométrie donne au carré du module du coefficient d'ondelette sur le coefficient d'admissibilité de l'ondelette un sens probabiliste :

$$\frac{1}{K_\phi}\ \int_S d\vec{r}_o \int \left|C_H(\vec{r}_o,\vec{k}_o)\right|^2\ d\vec{k}_o = \|H\|^2 \tag{4.26}$$

Interprétation

La construction de l'hyperimage par ondelettes continues peut s'obtenir soit par une approche probabiliste, soit par une approche par régularisation d'une distribution [OVC+03]. Cependant, ces deux approches mènent à la même interprétation. Ainsi, en approximant que le vecteur d'onde est à deux dimensions, pour une fréquence et un angle d'observation donnés, l'hyperimage décrit la réponse spatiale des diffuseurs qui répondent à cette fréquence et à cet angle d'observation. Réciproquement, pour un diffuseur localisé spatialement, l'hyperimage décrit la réponse fréquentielle et angulaire du diffuseur. Dans ce dernier cas la réponse se rapproche de la surface équivalente radar.

Limitation

Dans sa formulation, la transformée en ondelettes continues peut s'interpréter comme une analyse à banc de filtres à surtension constante. De ce point de vue et en contraste avec la transformée de Fourier à court terme qui offre une résolution identique en tout point du plan, la transformée en ondelettes continues présente une résolution qui dépend du point d'évaluation et varie en fonction de la fréquence et de l'angle. Ainsi, quel que soit le point temps-fréquence considéré, un compromis de type Heisenberg entre les résolutions spatiales et fréquentielles-angulaires est bien sûr toujours présent, mais il prend une forme locale fonctionnellement dépendante de la fréquence et de l'angle d'observation [Fla98].

4.4.2 Transformée de Fourier à court terme bidimensionnelle

Construction de l'hyperimage

A partir de l'image SAR $I(\overrightarrow{r})$, par application de la transformée de Fourier à court terme 2D classique on définit l'hyperimage suivante :

$$F_I(\overrightarrow{r_0}, \overrightarrow{k_0}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(\overrightarrow{r})\, w^*(\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_0})\, \exp(-2i\pi \overrightarrow{k_0} \cdot \overrightarrow{r})\, \overrightarrow{dr} \tag{4.27}$$

Ce qui aboutit au spectrogramme suivant :

$$S_I(\overrightarrow{r_0}, \overrightarrow{k_0}) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(\overrightarrow{r})\, w^*(\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_0})\, \exp(-2i\pi \overrightarrow{k_0} \cdot \overrightarrow{r})\, \overrightarrow{dr} \right|^2 \tag{4.28}$$

A partir du coefficient complexe de rétrodiffusion $H(\overrightarrow{k})$, par application de la transformée de Fourier à court terme bidimensionnelle classique on définit l'hyperimage suivante :

$$F_H(\overrightarrow{r_0}, \overrightarrow{k_0}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\overrightarrow{k})\, W^*(\overrightarrow{k} - \overrightarrow{k_0})\, \exp(2i\pi \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r_0})\, \overrightarrow{dk} \tag{4.29}$$

Ce qui aboutit au spectrogramme suivant :

$$S_H(\overrightarrow{r_0}, \overrightarrow{k_0}) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\overrightarrow{k})\, W^*(\overrightarrow{k} - \overrightarrow{k_0})\, \exp(2i\pi \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r_0})\, \overrightarrow{dk} \right|^2 \tag{4.30}$$

Interprétation

Le spectrogramme définit pour chaque fréquence émise et chaque angle d'illumination, une répartition spatiale des diffuseurs qui répondent à cette fréquence et cet angle. Inversement, le

spectrogramme permet d'analyser pour chaque diffuseur, leur comportement fréquentiel et angulaire. Le spectrogramme permet donc de représenter le comportement anisotrope et dispersif de certains diffuseurs.

Limitation

L'inconvénient majeur de cette approche réside dans l'obligation préalable d'adopter un compromis entre la résolution spatiale σ_x et σ_y, et la résolution fréquentielle σ_{k_x} et σ_{k_y}. Ces paramètres sont liés à la fenêtre d'analyse et vérifient conjointement l'inégalité d'Heisenberg [Ova98] :

$$\sigma_{k_x}\sigma_x \geqslant \frac{1}{4\pi} \tag{4.31}$$

$$\sigma_{k_y}\sigma_y \geqslant \frac{1}{4\pi} \tag{4.32}$$

Ainsi, une fenêtre d'analyse large en bande fréquentielle aura une bonne résolution spatiale alors que la résolution fréquentielle sera d'autant dégradée. A contrario, une fenêtre d'analyse en bande étroite permettra une bonne résolution fréquentielle alors que la résolution spatiale sera détériorée. Il est à noter que l'inégalité d'Heisenberg est minimisée par une fenêtre d'analyse gaussienne.

4.4.3 Transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle

Construction de l'hyperimage

A partir de l'image SAR $I(\overrightarrow{r})$, par application de la transformée de Wigner-Ville 2D classique on définit l'hyperimage suivante :

$$W_I(\overrightarrow{r_0}, \overrightarrow{k_0}) = \int_{-\infty}^{+\infty} I\left(\overrightarrow{r_0} + \frac{\overrightarrow{r}}{2}\right) I^*\left(\overrightarrow{r_0} - \frac{\overrightarrow{r}}{2}\right) \exp(-2i\pi\overrightarrow{k_0} \cdot \overrightarrow{r})\, \overrightarrow{dr} \tag{4.33}$$

A partir du coefficient complexe de rétrodiffusion $H(\overrightarrow{k})$, par application de la transformée de Wigner-Ville 2D classique on définit l'hyperimage suivante :

$$W_H(\overrightarrow{r_0}, \overrightarrow{k_0}) = \int_{-\infty}^{+\infty} H\left(\overrightarrow{k_0} + \frac{\overrightarrow{k}}{2}\right) H^*\left(\overrightarrow{k_0} - \frac{\overrightarrow{k}}{2}\right) \exp(2i\pi\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r_0})\, \overrightarrow{dk} \tag{4.34}$$

Interprétation

La transformée de Wigner-Ville 2D permet d'obtenir une pseudo distribution d'énergie (elle peut être négative) répartie spatialement, des diffuseurs, à une fréquence émise et un angle d'observation donné. De même, La transformée de Wigner-Ville 2D représente la réponse des diffuseurs en fonction de la fréquence émise et de l'angle de visée.

Limitation

Contrairement à la transformée en ondelettes continues et la transformée de Fourier à court terme, la transformée de Wigner-Ville n'est pas limitée par le principe d'incertitude dit d'Heisenberg. Cependant, la transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle crée des interactions dans l'hyperplan $(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{k})$, entre les composantes du signal. En effet, soit le coefficient de rétrodiffusion H reçu par le radar et résultant de la somme des coefficients H_1 et H_2 rétrodiffusés par deux

réflecteurs : $H(\overrightarrow{k}) = H_1(\overrightarrow{k}) + H_2(\overrightarrow{k})$. Ainsi la distribution de Wigner-Ville d'un tel signal se déduit :

$$W_H(\vec{r},\vec{k}) = W_{H_1}(\vec{r},\vec{k}) + W_{H_2}(\vec{r},\vec{k}) + 2\mathcal{R}_e\left[\int_{\mathbb{R}^2} H_1\left(\vec{k}+\frac{\vec{\xi}}{2}\right)\ H_2^*\left(\vec{k}-\frac{\vec{\xi}}{2}\right)\ e^{j2\pi\vec{\xi}\vec{r}}\,d\vec{\xi}\right] \quad (4.35)$$

En conclusion, deux réflecteurs séparés spatialement généreront des termes d'interférences de nature oscillantes concentrés en leur barycentre. Un réflecteur dont la réponse fréquence-angle est composée de plusieurs composantes créera des termes d'interférences entre ces composantes de nature oscillante. Par conséquent, la transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle risque d'être illisible rapidement. La solution est la transformée de Pseudo Wigner-Ville lissée bidimensionnelle.

4.4.4 Transformée de Pseudo-Wigner-Ville lissée bidimensionnelle

Construction de l'hyperimage

A partir de l'image SAR $I(\overrightarrow{r})$, par application de la transformée de pseudo Wigner-Ville lissée 2D classique, on définit l'hyperimage suivante :

$$PWL_I(\overrightarrow{r_0},\overrightarrow{k_0}) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} h(\overrightarrow{r_2})\,g(\overrightarrow{r_1}-\overrightarrow{r_0})\,I\left(\overrightarrow{r_1}+\frac{\overrightarrow{r_2}}{2}\right)\ I^*\left(\overrightarrow{r_1}-\frac{\overrightarrow{r_2}}{2}\right)\exp(2i\pi\overrightarrow{k_0}\cdot\overrightarrow{r_2})\,d\overrightarrow{r_1}\,d\overrightarrow{r_2} \quad (4.36)$$

Interprétation

Ainsi, nous disposons d'une représentation de la répartition spatiale des diffuseurs à une fréquence émise et un angle d'observation donnée, et d'une description de l'évolution de la réponse des réflecteurs en fonction de la fréquence et de l'angle de visée.

Limitation

L'utilisation de fonctions séparables permet ainsi, un contrôle progressif et indépendant du lissage appliqué à la distribution de Wigner-Ville, à l'opposé du spectrogramme qui repose sur une fonction de lissage dont l'encombrement temps-fréquence est incompressible au delà d'une valeur seuil fixée par l'inégalité d'Heisenberg-Gabor. Dans le cas du spectrogramme, un compromis inévitable existait entre les résolutions temporelle et fréquentielle de l'analyse ; dans le cas séparable ce compromis est déplacé entre la résolution temps-fréquence conjointe et le niveau des termes interférentiels [Fla98].

4.5 Résultats des Hyperimages en simulation

4.5.1 Scénario de simulation

Les différentes distributions temps-fréquence ont été testées sur l'image SAR simulé de diffuseurs anisotropes et dispersifs, figure 4.5. Le scénario de simulation est récapitulé dans le tableau suivant :

Diffuseurs	**Type de comportement**	**Localisation en distance**	**Localisation en azimut**	θ_0	f_0	σ_θ	σ_f
1	Gaussien	-2.5	-2.5	0°	9 GHz	1°	0.1 GHz
2	Gaussien	2.5	2.5	-1°	9.25 GHz	0.5°	0.1 GHz
3	Gaussien	2.5	2.5	1°	8.75 GHz	0.5°	0.1 GHz
4	Sinus cardinal	1.5	-2	-2°	8.9 GHz	2°	0.5 GHz
5	Sinus cardinal	-1.5	2	2°	9.1 GHz	2°	1 GHz

Diffuseurs	**Type de comportement**	**Localisation en distance**	**Localisation en azimut**	θ_{min}	f_{min}	θ_{max}	f_{max}
6	Porte	-1	-1	-2°	8.5 GHz	-1°	9.5 GHz
7	Porte	1	1	-3°	8.75 GHz	3°	9.25 GHz

4.5.2 Ondelettes bidimensionnelles

La transformée en ondelettes continue 2D a été testée sur l'image SAR simulée de diffuseurs anisotropes et dispersifs. L'ondelette mère qui a été utilisée est une gaussienne bidimensionnelle. Sur la figure 4.8, l'image SAR pleine résolution associée aux descriptifs des réponses des diffuseurs, en fonction de la fréquence émise et de l'angle de visée, obtenus par la transformée en ondelettes continues 2D, a été représentée. Les comportements gaussiens des diffuseurs 1, 2 et 3 , sont parfaitement retrouvés. Les comportements "porte" des diffuseurs 6 et 7, sont identifiés. Quant aux comportements en sinus cardinal des diffuseurs 4 et 5, ils sont bien reconnus par la transformée en ondelettes continues 2D.

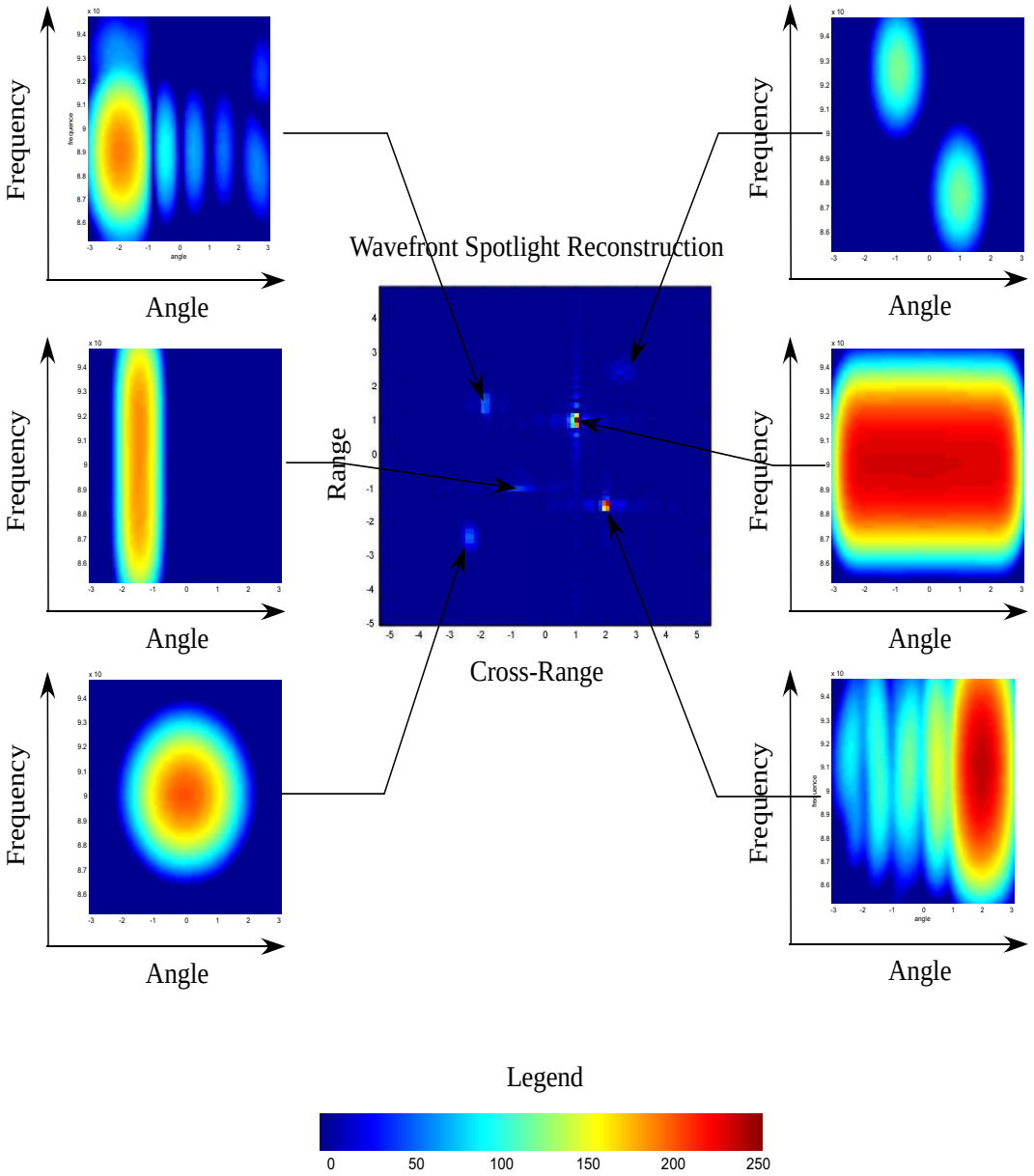


FIG. 4.8 – Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par la transformée en ondelettes 2D

4.5.3 Transformée de Fourier à court terme bidimensionnelle

Le spectrogramme 2D a été testé sur l'image SAR simulée de diffuseurs anisotropes et dispersifs. La fenêtre d'analyse utilisée pour l'obtention du spectrogramme 2D est une gaussienne bidimensionnelle. Sur la figure 4.9, l'image SAR pleine résolution associée aux descriptifs des réponses des diffuseurs, en fonction de la fréquence émise et de l'angle de visée, obtenus par le spectrogramme 2D, a été représentée. Les comportements gaussiens des diffuseurs 1, 2 et 3, sont parfaitement mis en valeur. Les comportements "portes" des diffuseurs 6 et 7, sont parfaitement identifiés. Quant aux comportements en sinus cardinal des diffuseurs 4 et 5, ils sont bien reconnus par le spectrogramme 2D.

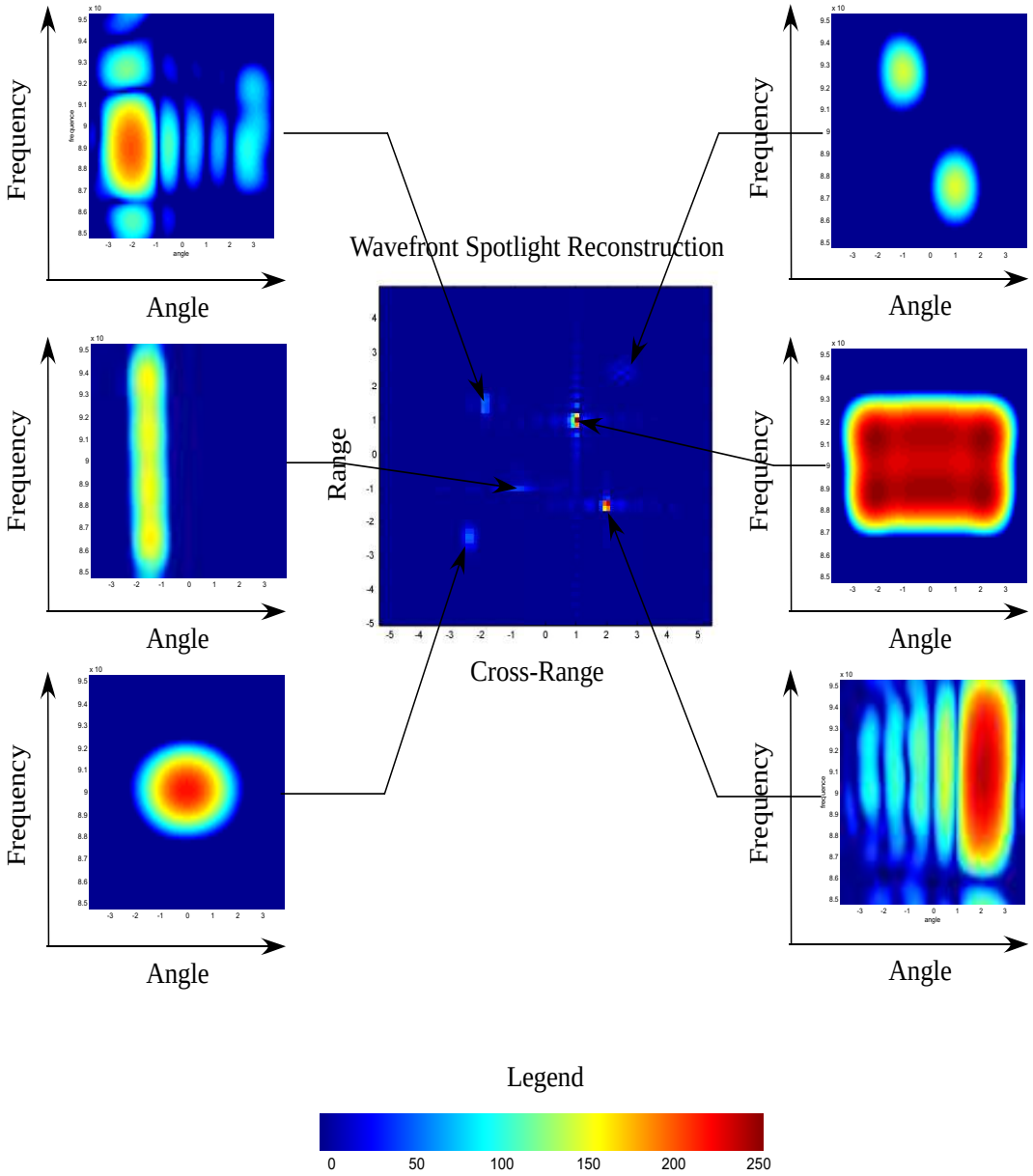


FIG. 4.9 – Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par le spectrogramme 2D

Ces résultats sur une image simulée, montre le potentiel du spectrogramme 2D qui offre une représentation énergétique du comportement fréquentiel et angulaire des diffuseurs. Ces résultats préfigurent une généralisation de l'emploi des transformées temps-fréquence 2D pour ce type de représentation. Le choix de la transformée temps-fréquence dépendra de l'application à laquelle on destine ces représentations et des propriétés que l'on voudra obtenir.

4.5.4 Transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle

La transformée de Wigner-Ville 2D a été testée sur l'image SAR simulée de diffuseurs anisotropes et dispersifs. Sur la figure 4.10, l'image SAR pleine résolution associée aux descriptifs des réponses des diffuseurs, en fonction de la fréquence émise et de l'angle de visée, obtenus par la transformée de Wigner-Ville 2D, a été représentée.Le comportement gaussien du diffuseur 1. Les diffuseurs 2 et 3 mettent en évidence les limitations de la transformée de Wigner-Ville 2D. En effet on peut constater que le couple de gaussienne est identifié, cependant en leur barycentre, se trouve une autre réponse ce sont les termes d'interférences. Ces termes peuvent entraîner une fausse interprétation en considérant que ce diffuseur répond autour de la fréquence centrale 9 GHz. Cette réponse crée d'ailleurs des interférences sur la représentation spatiale des diffuseurs. La problématique des interférences est d'autant plus importante que nous travaillons dans un espace de quatre dimensions. Ainsi sur la répartition spatiale des diffuseurs, deux diffuseurs créent des termes d'interférences spatiales qui ont une réponse fréquentielle et angulaire. Donc, la représentation temps-fréquence devient vite illisible. C'est d'ailleurs le cas des diffuseurs localisés aux coordonnées (1.5 ;-2) et (-1.5 ;2) qui ont un comportement en sinus cardinal, et dont la réponse fréquentielle et angulaire est noyée par les interférences. Par contre, malgré la présence des interférences, le comportement "porte" des diffuseurs 6 et 7, reste lisible.
Il est difficile d'envisager des applications pour la transformée de Wigner-Ville 2D, dans la mesure où les interférences rendent illisibles la représentation. L'un des moyens d'éliminer les interférences est de filtrer la transformée de Wigner-Ville 2D, c'est à dire d'utiliser la transformée de pseudo Wigner-Ville lissée.

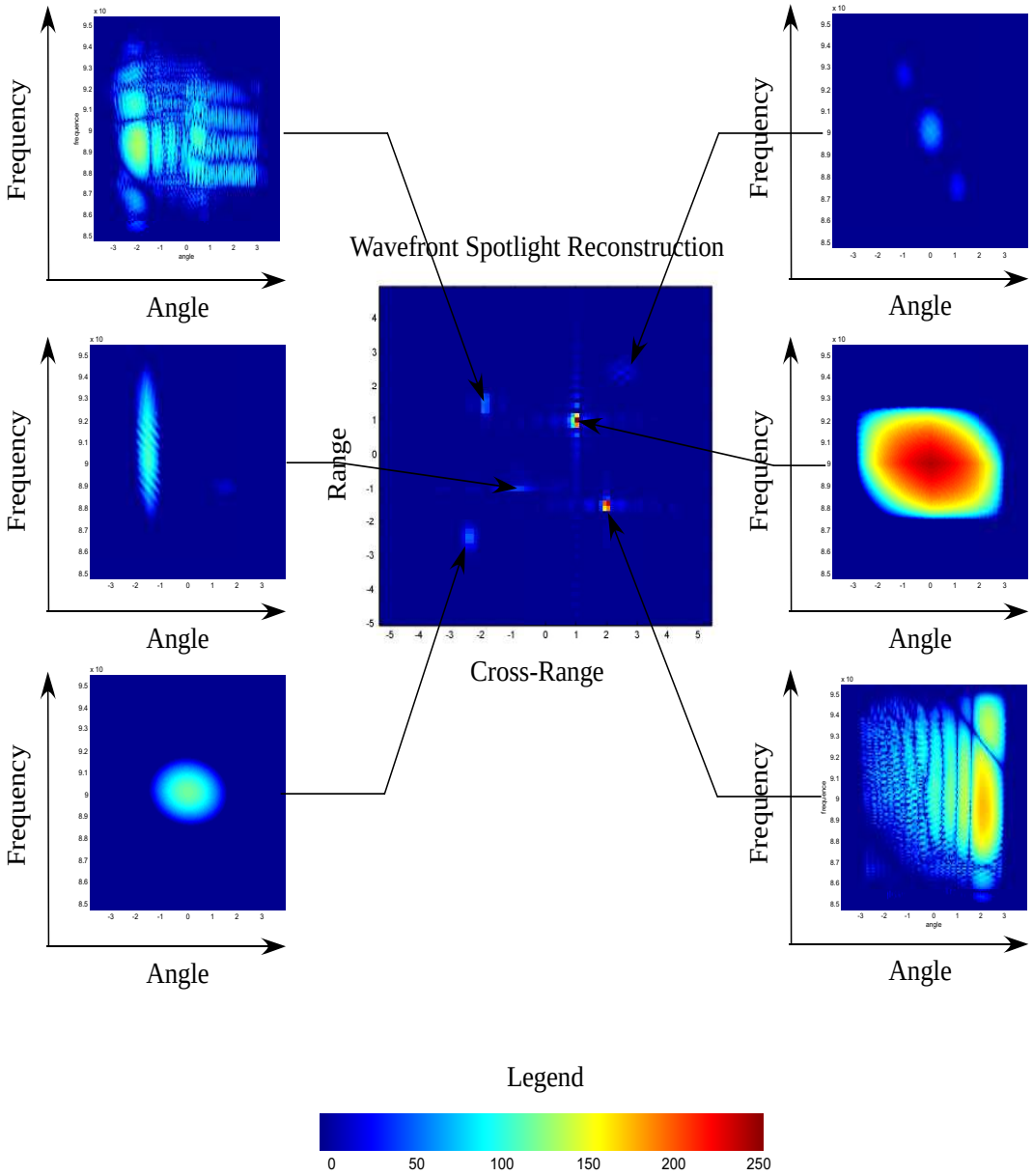


FIG. 4.10 – Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par la transformée de Wigner-Ville 2D

4.5.5 Transformée de Pseudo-Wigner-Ville lissée bidimensionnelle

La transformée de pseudo Wigner-Ville lissée 2D a été testée sur l'image SAR simulée de diffuseurs anisotropes et dispersifs. Les fenêtres d'analyse qui ont été utilisées sont des gaussiennes bidimensionnelles. Sur la figure 4.11, l'image SAR pleine résolution associée aux descriptifs des réponses des diffuseurs, en fonction de la fréquence émise et de l'angle de visée, obtenus par la transformée de pseudo Wigner-Ville lissée 2D, a été représentée.
Les comportements gaussiens des diffuseurs 1, 2 et 3, sont parfaitement retrouvés. Les interférences présentes sur la distribution de Wigner-Ville 2D ont été supprimés. Les comportements "porte" des diffuseurs 6 et 7, sont identifiés. Quant aux comportements en sinus cardinal des

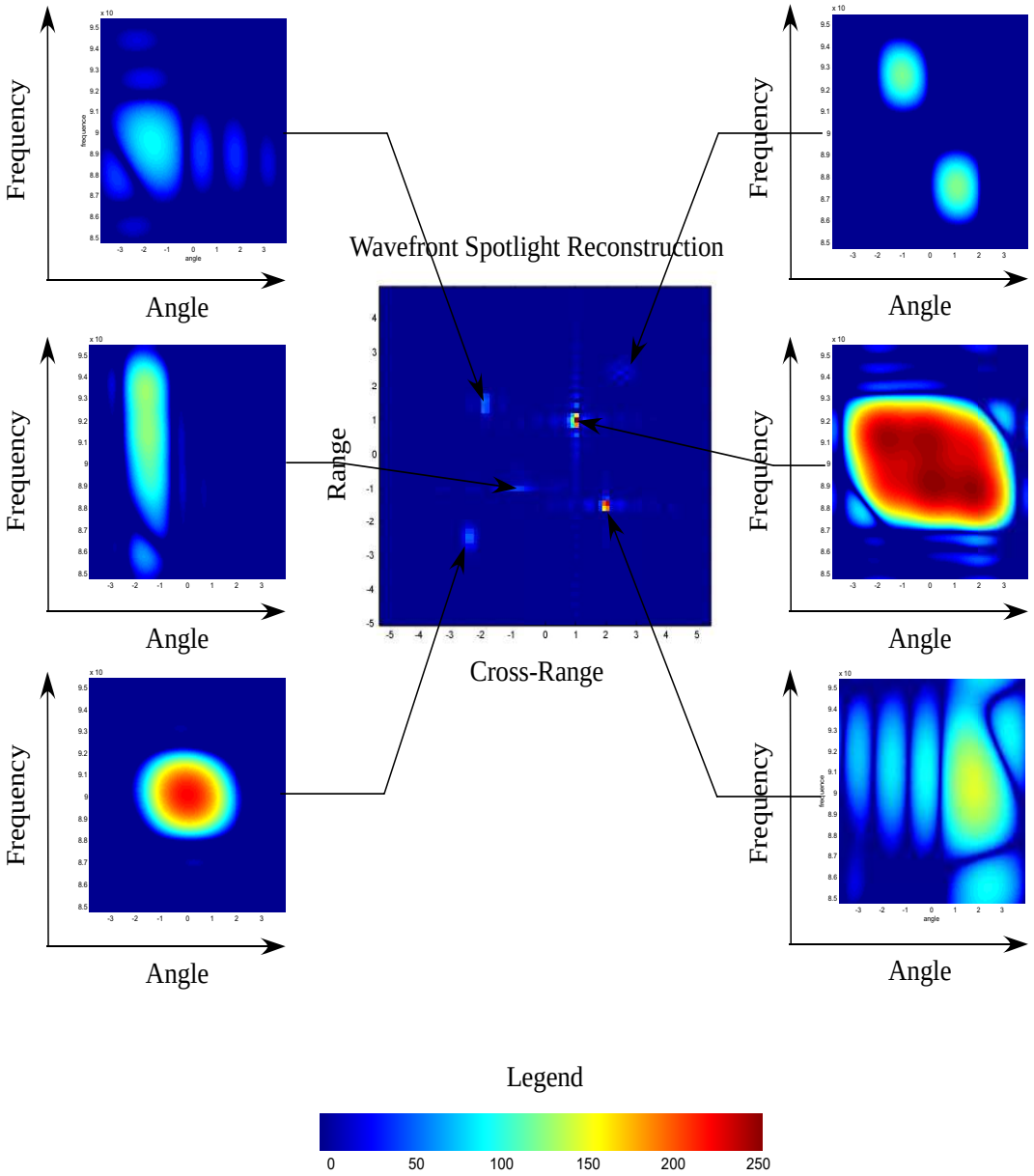


FIG. 4.11 – Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par la transformée de pseudo Wigner-Ville Lissée 2D

diffuseurs 4 et 5, ils sont bien reconnus par la pseudo Wigner-Ville lissée 2D.

4.5.6 Spectrogramme réalloué bidimensionnel

Le spectrogramme réalloué 2D a été testé sur l'image SAR simulée de diffuseurs anisotropes et dispersifs. La fenêtre d'analyse utilisée pour l'obtention du spectrogramme 2D est une gaussienne bidimensionnelle. Ce choix est motivé pour minimiser l'inégalité d'Heisenberg-Gabor. Sur la figure 4.12, l'image SAR pleine résolution associée aux descriptifs des réponses des diffuseurs, en fonction de la fréquence émise et de l'angle de visée, obtenus par le spectrogramme réalloué 2D, a été représentée. Les comportements gaussiens des diffuseurs 1, 2 et 3, sont parfaitement mis en valeur. Les comportements "portes" des diffuseurs 6 et 7, sont parfaitement identifiés. Quant aux comportements en sinus cardinal des diffuseurs 4 et 5, sont bien reconnus par le spectrogramme réalloué 2D.

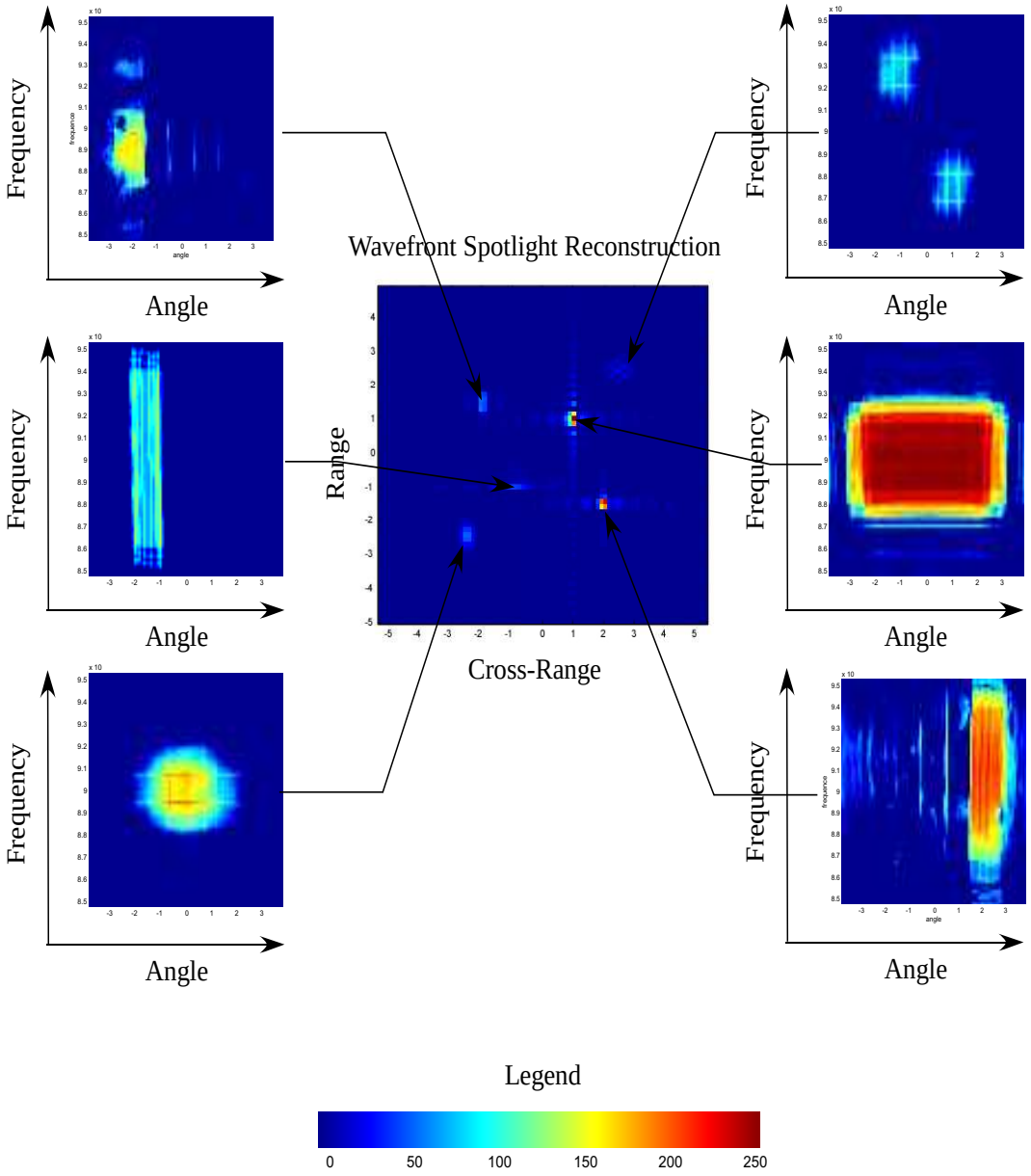


FIG. 4.12 – Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par le spectrogramme réalloué 2D

4.6 Applications des hyperimages sur des données THR

Les simulations montrent que l'on retrouve l'information d'anisotropie et de dispersivité des diffuseurs selon les propriétés des distributions temps-fréquence multidimensionnelles. Il serait donc intéressant de les tester sur des images très haute résolution (THR) afin de mettre en évidence des diffuseurs anisotropes et dispersifs. L'image THR choisie a pour cible un hélicoptère figure 4.13. Le pas d'échantillonnage en portée est de 10 cm et en azimut de 10 cm. La bande de

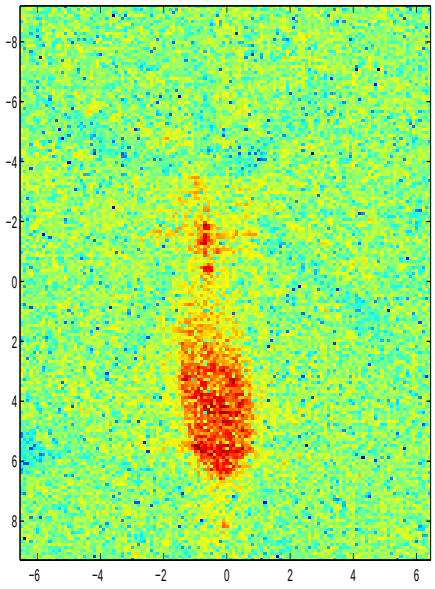


FIG. 4.13 – Image très haute résolution d'un hélicoptère

fréquence utilisée pour élaborer cette image est de 1.4 GHz et l'excursion angulaire est de l'ordre de 8 degrés.

4.6.1 Ondelettes bidimensionnelles

L'emploi des ondelettes continues bidimensionnelles dépend du choix de l'ondelette mère. Une ondelette mère gaussienne semble être une bonne solution. En effet, d'une part une gaussienne présente une multitude de propriétés intéressantes (elle est dérivable,...), d'autre part elle a déjà fait ses preuves [Vig03]. Il reste donc à choisir l'étalement en angle et en fréquence de l'ondelette mère. Ici on cherche à mettre en évidence le comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, on souhaite donc être précis en fréquence et en angle. Ainsi, il a été opté pour des étalements de un dixième de bande fréquentielle et d'écart angulaire. La discussion sur le choix de l'étalement de l'ondelette mère sera plus précise dans le chapitre suivant.
Les ondelettes bidimensionnelles ont été appliquées sur l'image THR 4.13. L'image SAR pleine résolution et les comportements fréquence-angle des diffuseurs sélectionnés manuellement ont été représentés sur la figure 4.14.
Que ce soit au niveau du cockpit de l'hélicoptère ou du rotor arrière, on constate que les diffuseurs sont anisotropes et dispersifs sur la bande de fréquence émise (1.4 GHz) et sur l'excursion angulaire de 8 degrés. Cette étude met en évidence que les hypothèses sur lesquelles l'imagerie

SAR reposent, deviennent obsolètes. De plus, les ondelettes bidimensionnelles semblent adaptées à retrouver l'information d'anisotropie et de dispersivité des diffuseurs comme le suggéraient les résultats en simulations.

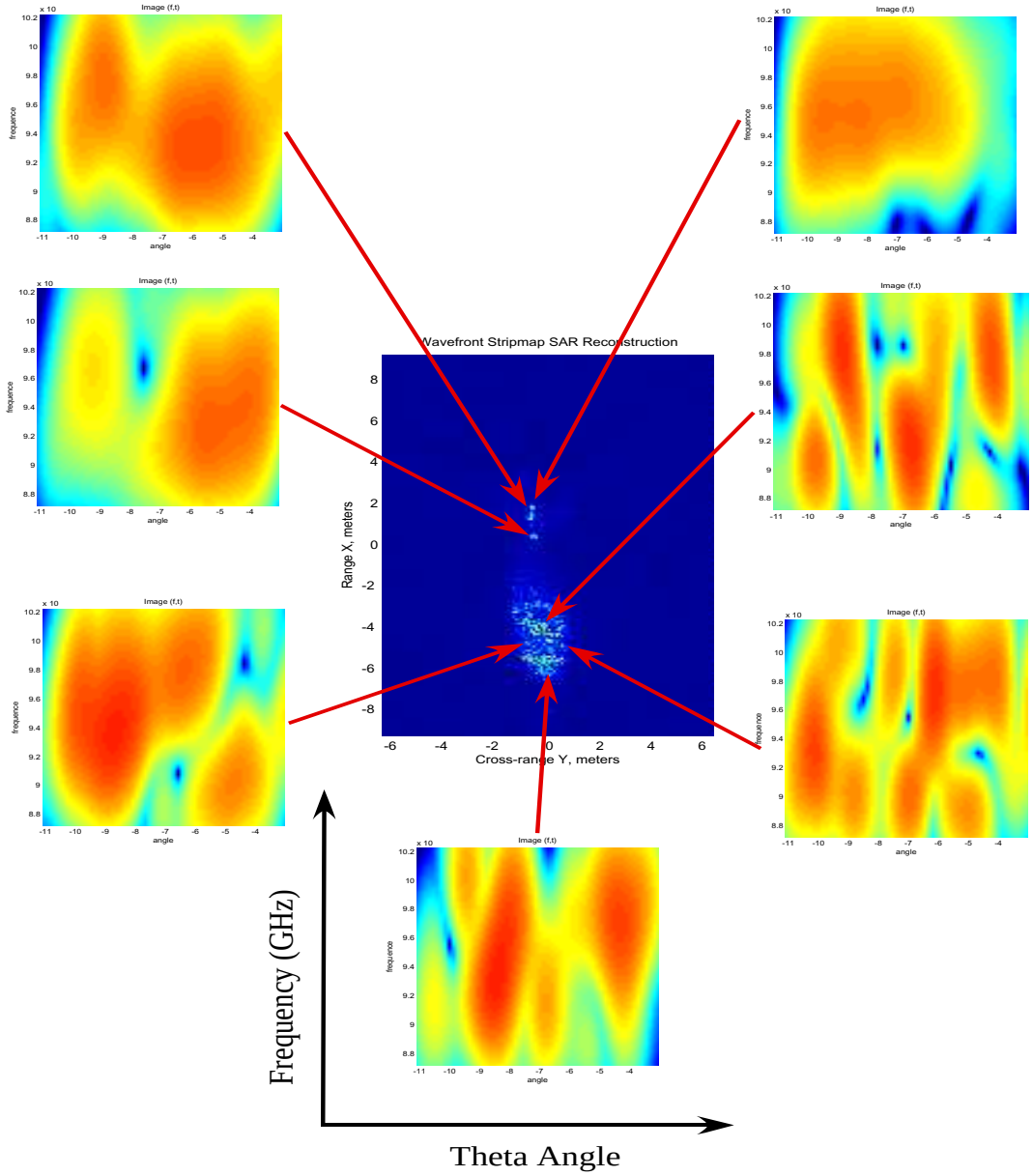


FIG. 4.14 – Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par la transformée en ondelettes continues 2D

4.6.2 Transformée de Fourier à court terme bidimensionnelle

L'application de la transformée de Fourier à court terme afin d'obtenir le spectrogramme dépend du choix de la fenêtre d'analyse. Afin de minimiser l'inégalité d'Heisenberg, le choix s'est orienté pour une fenêtre d'analyse gaussienne, ce qui se rapproche de la transformée de Gabor. Il reste donc à choisir l'étalement en angle et en fréquence de la fenêtre d'analyse. Ici c'est le comportement fréquence-angle qui est intéressant, il faut donc être précis en fréquence et en angle. Ainsi, il a été opté pour des étalements d'un dixième de bande fréquentielle et d'écart angulaire. La discussion sur le choix de l'étalement de la fenêtre d'analyse sera plus précise dans le chapitre suivant.
Le spectrogramme bidimensionnelle a été appliqué sur l'image THR 4.13. L'image SAR pleine résolution et les comportements fréquence-angle des diffuseurs sélectionnés manuellement ont été représentés sur la figure 4.15.
Que ce soit au niveau du cockpit de l'hélicoptère ou du rotor arrière, on constate que les diffuseurs sont anisotropes et dispersifs sur la bande de fréquence émise (1.4 GHz) et sur l'excursion angulaire de 8 degrés. Tout comme les ondelettes continues, cette étude met en évidence que les hypothèses sur lesquelles l'imagerie SAR reposent, deviennent obsolètes. De plus, le spectrogramme bidimensionnelle semble adapté à retrouver l'information d'anisotropie et de dispersivité des diffuseurs comme le suggéraient les résultats en simulations.

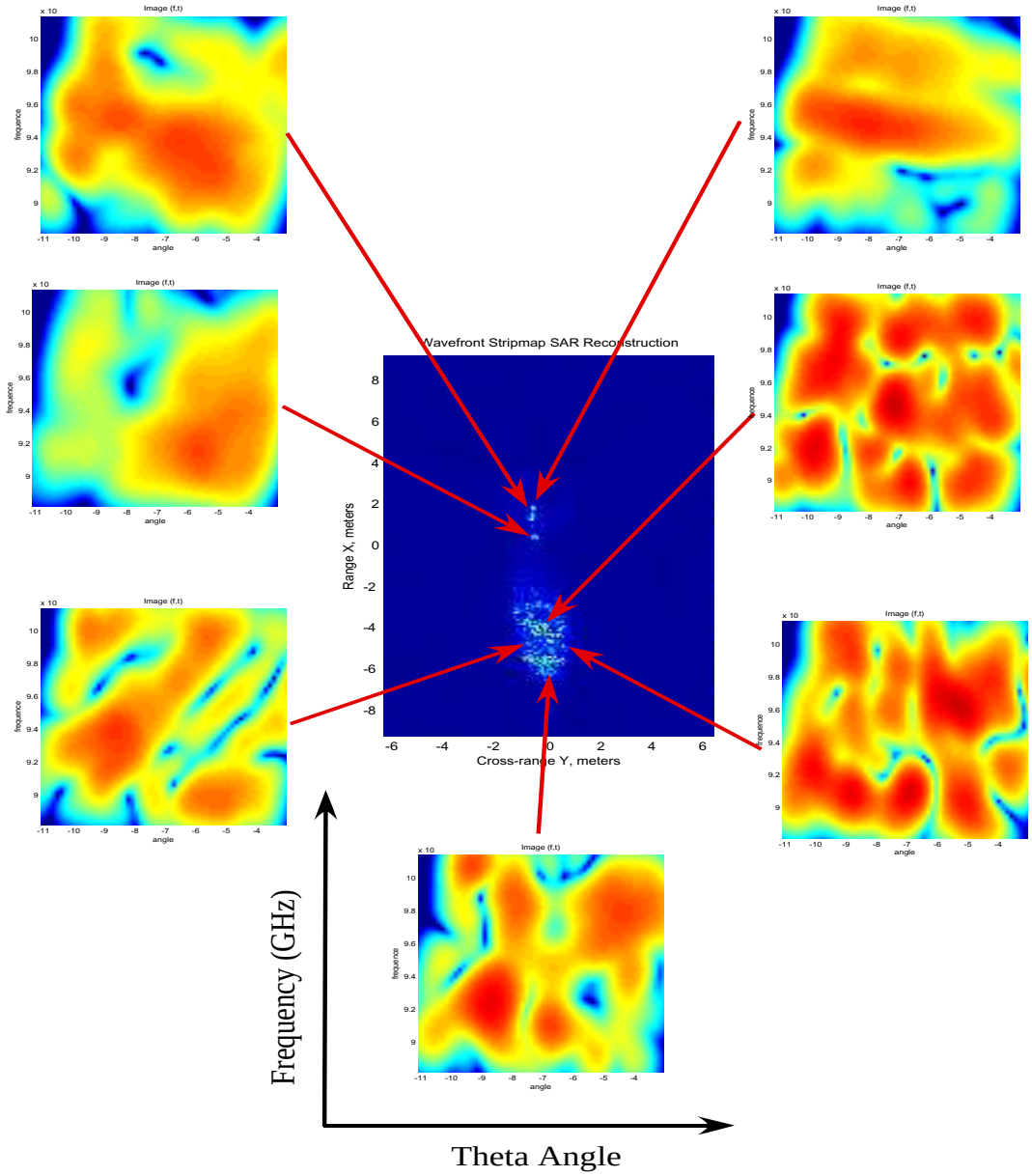


FIG. 4.15 – Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par le spectrogramme bidimensionnelle

4.6.3 Transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle

La transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle a été appliquée sur l'image THR 4.13. L'image SAR pleine résolution et les comportements fréquence-angle des diffuseurs sélectionnés manuellement ont été représentés sur la figure 4.16.
Les résultats ne sont pas aussi bons que l'on pouvait l'espérer. En effet, la transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle n'est pas limitée par un compromis de résolution géré par l'inégalité d'Heisenberg. Cependant elle est victime d'interférences entre les composantes du signal. Ici, on constate que les interférences de nature oscillante rendent illisible le résultat. La conclusion qui s'impose, est que la transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle n'est pas adaptée à

l'application d'hyperimage sur des données réelles.

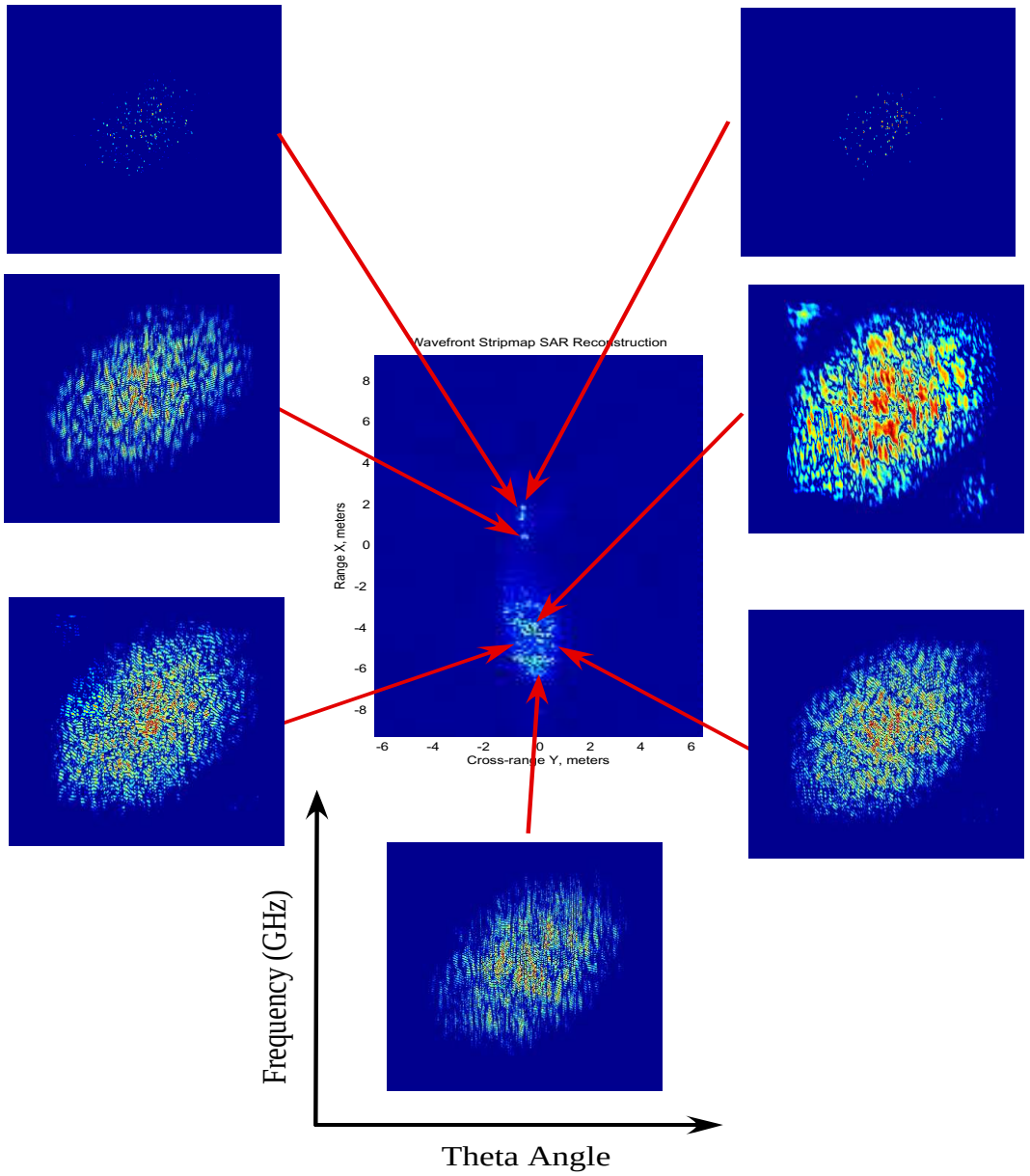


FIG. 4.16 – Evolution du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs, obtenue par la transformée de Wigner-Ville bidimensionnelle

4.7 Conclusion

L'imagerie SAR repose sur le modèle des points brillants. Ce modèle est loin d'être réaliste comme le montre la surface équivalente radar. Pour enfoncer le clou, un modèle de phénomène de rétro-diffusion, la diffraction, contribuant à la SER, montre que la réponse des diffuseurs est anisotrope et dispersive. Le principe d'inversion de l'imagerie SAR n'est pas adapté à ce phénomène comme le montre les résultats de simulation. Cependant, l'imagerie SAR a fait ses preuves en bande étroite. Il s'agit de voir si les hypothèses sur lesquelles reposent l'imagerie SAR ne deviennent pas obsolètes pour les nouvelles applications radars telles que les images très haute résolution (THR) qui utilisent une large bande et une forte excursion angulaire. Une simple application, en découpant en sous bandes de fréquence des images THR, nous montre que certains diffuseurs sont dispersifs. L'image spatiale des diffuseurs dépendent donc du vecteur d'onde, c'est à dire de la fréquence émise et de l'angle d'observation. Ce qui revient à étudier une non-stationnarité du comportement énergétique. L'outil usuel pour étudier les non-stationnarités est l'analyse temps-fréquence. Pour construire des images spatiales dépendantes du vecteur d'onde, soit des images à quatre dimensions, l'analyse temps-fréquence multidimensionnelle semble être la solution. C'est le concept d'hyperimage. Les résultats en simulations nous montrent que l'on retrouve l'information d'anisotropie et de dispersivité des diffuseurs selon les propriétés de l'analyse temps-fréquence utilisée. L'application des hyperimages sur des données THR nous montre que la plupart des diffuseurs d'une cible déterministes sont anisotropes et dispersifs. Il s'agit d'utiliser maintenant cette nouvelle source d'information afin de caractériser les diffuseurs.

5

Caractérisation des diffuseurs par l'analyse temps-fréquence et la polarimétrie

Sommaire

5.1 Deux approches possibles 110
5.1.1 Approche par fusion de données 110
5.1.2 Approche par hyperimages polarimétriques 111
5.2 Application aux données polarimétriques de l'analyse temps-fréquence 112
5.3 Description des mesures de la cible test 114
5.4 Représentations du comportement polarimétrique des diffuseurs 116
5.4.1 Le Span étendu 116
5.4.2 Hyperimages polarimétriques de Pauli 118
5.4.3 Hyperimages polarimétriques de Krogager 120
5.4.4 Hyperimages polarimétriques de Cameron 121
5.5 Interprétation des hyperimages polarimétriques 123
5.5.1 Le span étendu : une représentation énergétique 123
5.5.2 Les hyperimages de Krogager, Pauli, et Cameron : des représentations du comportement polarimétrique 125
5.6 Interprétation de la formation d'images par le Span étendu . . 128
5.7 Compromis de résolution : Principe d'incertitude dit d'Heisenberg 129
5.8 Conclusion 132

Le chapitre 3 met en avant le potentiel de la polarimétrie radar cohérente. Ainsi, les décompositions cohérentes mettent en évidence les mécanismes de rétrodiffusion des diffuseurs et peuvent renseigner sur la nature géométrique des diffuseurs et leur orientation dans le plan vertical (orientation de Huynen).
Dans le cadre du chapitre 4, on a mis en avant le concept d'hyperimage. Celui-ci, repose sur l'emploi de distributions temps-fréquence bidimensionnelles et permet de générer une base de sous-images à une fréquence émise et à un angle d'observation donnés, ou de représenter le comportement angulaire et fréquentiel d'un diffuseur. Ces représentations mettent en valeur

l'information d'anisotropie et de dispersivité des diffuseurs. Cependant, elles sont limitées par les propriétés de chaque distribution temps-fréquence.
Il s'agit ici, d'utiliser ces deux sources d'information afin, d'une part, de relier l'information d'anisotropie et de dispersivité aux caractéristiques de la cible, d'autre part, de caractériser globalement les diffuseurs.

5.1 Deux approches possibles

Deux approches sont possibles pour caractériser les diffuseurs : Soit utiliser les deux sources d'information séparément et fusionner les données, soit utiliser conjointement les deux sources d'information.

5.1.1 Approche par fusion de données

La première consiste à utiliser séparément la polarimétrie et l'analyse temps-fréquence puis de fusionner les informations (figure 5.1).

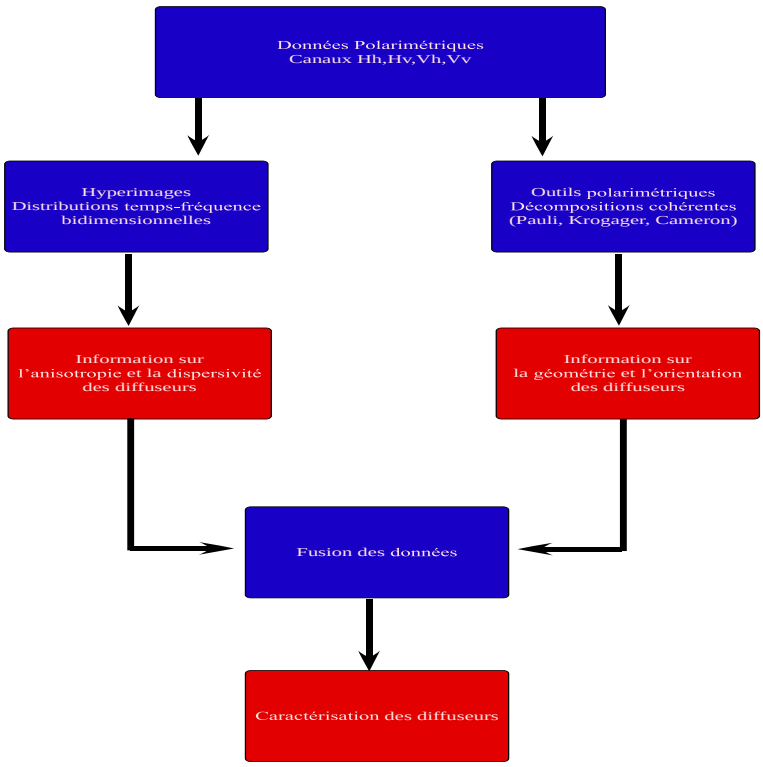


FIG. 5.1 – Approche par fusion de données.

Deux problèmes se posent pour cette approche. D'une part, les résultats fournis par la polarimétrie et l'analyse temps-fréquence peuvent être redondants. Par exemple, un diffuseur peut être classé comme ayant le comportement d'une sphère dans la décomposition de Krogager et avoir un comportement isotrope et non-dispersif dans l'analyse temps-fréquence. Dans ce cas, fusionner les données n'apporte aucun élément pertinent. D'autre part, cette approche ne permet pas d'étudier la stationnarité polarimétrique. Dans le cadre de notre étude cette approche n'a donc pas été priviliégiée.

5.1.2 Approche par hyperimages polarimétriques

La seconde approche consiste à utiliser conjointement l'analyse temps-fréquence et la polarimétrie. Le but est de construire de nouvelles représentations, que l'on appelle hyperimages polarimétriques, qui concentrent toute l'information fournie par les deux sources d'information (figure 5.2).

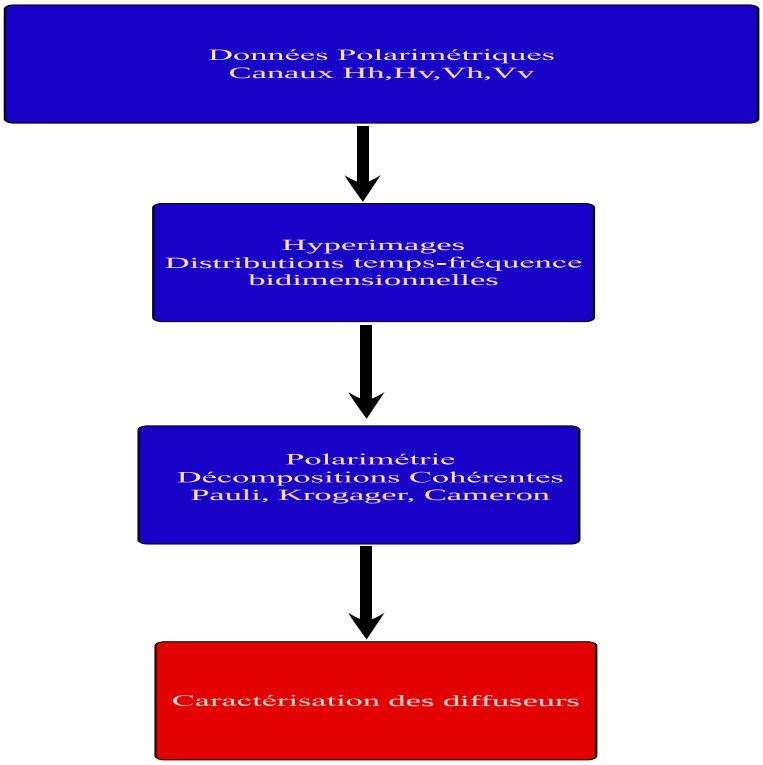


FIG. 5.2 – Approche par hyperimages polarimétriques.

Ces représentations doivent permettre de répondre à diverses questions. Tout d'abord, relier les informations d'anisotropie et de dispersivité à certains caractéristiques de la cible. Pour cela les hyperimages polarimétriques sont testées sur des images de chambre anéchoïque où la vérité cible est connue. D'autre part, il s'agit de savoir si le comportement polarimétrique est stationnaire, c'est-à-dire, si le comportement polarimétrique est constant pour toute fréquence émise et angle d'illumination. Selon ces derniers résultats, on peut envisager de caractériser les diffuseurs s'ils sont dispersifs ou non, s'ils sont anisotropes ou non, s'ils sont polarimétriquement stationnaires ou non. Cette caractérisation se limite à un aspect phénoménologique, dans la mesure où la réponse donnée par l'analyse temps-fréquence est fonction de l'angle d'observation dans un repère lié au radar, et dépend donc de l'orientation de la cible.
Notre principal objectif est donc de construire de nouvelles représentations qui synthétisent les données fournies par la polarimétrie et l'analyse temps-fréquence. Il s'agit dans un premier temps d'appliquer l'analyse temps-fréquence aux données polarimétriques.

5.2 Application aux données polarimétriques de l'analyse temps-fréquence

L'usage des transformées temps-fréquence aux données polarimétriques doit permettre de conserver l'information sur la phase relative afin de pouvoir utiliser les outils polarimétriques développés dans le chapitre 3. D'ambler, les distributions d'énergie qui sont quadratiques ne conservent pas la phase. L'utilisation de la transformée de Wigner-Ville semble donc compromis dans la mesure où elle est réelle. Il en est de même de la transformée de pseudo Wigner-Ville lissée. En réalité, seules les distributions temps-fréquence, basées sur la projection sur une famille de signaux élémentaires, semblent convenir. Les solutions envisageables sont les décompositions atomiques. Le choix d'utilisation des transformées temps-fréquence pour les appliquer aux données polarimétriques se pose donc, entre la transformée de Fourier à court terme et la transformée en ondelettes continues. Bien entendu le spectrogramme et le scalogramme qui sont réels et positifs ne conviennent pas.
Chacune de ces transformées dispose de propriétés intéressantes. L'une des propriétés les plus importantes est le principe de covariance. Dans le chapitre 2, il a été rappelé que la transformée de Fourier à court terme respectait le diagramme de covariance des translations alors que la transformée en ondelettes continues bidimensionnelles tient compte de toutes les transformations usuelles (rotation, translation, dilatation). De par ce fait, la transformée en ondelettes continues semble la plus intéressante. De plus, cette distribution est connue pour être adaptée aux signaux larges bandes. Or, il semble évident que les phénomènes d'anisotropie et de dispersivité sont d'autant conséquents que la bande de fréquence émise est large et que l'excursion angulaire est grande. La transformée en ondelettes continues répond donc à nos attentes.
Cependant des études diverses ont été réalisées avec d'autres transformées. Ainsi, certaines études utilisant conjointement l'analyse temps-fréquence et la polarimétrie ont opté pour la transformée de Fourier à court terme [Led06]. Ce choix a été motivé par le souhait de disposer d'un pavage du plan temps-fréquence constant. D'autres études n'utilisant pas la polarimétrie ont préféré la transformée de pseudo Wigner-Ville lissée en optant pour le meilleur compromis de résolution temps-fréquence [JZC06]. Cependant, dans ce dernier cas, la même solution ne peut être envisagée pour les raisons évoquées précédemment. Dans le cadre de notre étude, il a été opté pour la transformée en ondelettes continues bidimensionnelle, motivés par les propriétés intéressantes qu'elle propose.
Le principe des ondelettes continues bidimensionnelles a été présenté au chapitre 4. L'imagerie radar par ondelettes continues permet de représenter le coefficient de réflexion d'une cible à l'aide d'une fonction à quatre dimensions appelée hyperimage. Une hyperimage correspond à une série d'images bidimensionnelles qui dépendent de la fréquence et de la direction d'éclairement du radar. Il s'agit d'appliquer ce principe d'hyperimage aux données polarimétriques. Il est entendu par données polarimétriques, la matrice de Sinclair $[S]$. En effet, comme il a été suggéré précédemment, notre centre d'intérêt convergera sur l'étude des cibles déterministes car il est attendu de celles-ci, des phénomènes anisotropes et dispersifs significatifs. Or, la matrice de Sinclair définit totalement les interactions déterministes ou cohérentes. Il s'agit donc d'appliquer les ondelettes bidimensionnelles à la matrice de Sinclair.
Rappelons que le modèle utilisé généralement en imagerie radar est le modèle des points brillants. L'objet sous analyse peut être vu comme un ensemble de points brillants, c'est à dire, un ensemble de sources ponctuelles indépendantes qui renvoient la même énergie quel que soit l'angle sous lequel ils sont vus et quelle que soit la fréquence émise. Soit $I_H(\vec{r})$ l'amplitude des points brillants localisés à $\vec{r} = (x; y)$ dans un jeu de repère cartésien lié à la cible. Sous les conditions de champ

lointain, décomposition en ondes planes, le coefficient de rétrodiffusion complexe pour l'ensemble de l'objet est alors donné par la sommation cohérente des contributions de chaque réflecteur :

$$H(\vec{k}) = \int I_H(\vec{r})\, e^{-2i\pi\vec{k}.\vec{r}}\, d\vec{r}. \tag{5.1}$$

Après la transformée de Fourier, la distribution spatiale des réflecteurs pour une fréquence moyenne et un angle moyen peut être obtenue.

$$I_H(\vec{r}) = \int H(\vec{k})\, e^{2i\pi\vec{k}.\vec{r}}\, d\vec{k}. \tag{5.2}$$

Quand l'objet est illuminé par un signal large bande et/ou par une forte excursion angulaire, il est réaliste de considérer que l'amplitude de la répartition spatiale $I(\vec{r})$ des réflecteurs dépendent de la fréquence émise f et de l'angle d'observation θ. Cette répartition dépend alors du vecteur d'onde $\vec{k}$ et peut être notée $I_H(\vec{r},\vec{k})$.
Comme il a été montré dans le cadre du chapitre 4, de telles représentations peuvent être construites par les ondelettes bidimensionnelles. Par applications de ces ondelettes continues les coefficients d'ondelettes se définissent :

$$C_H(\vec{r}_0,\vec{k}_0) = \int H(\vec{k})\, \Psi^*_{\vec{r}_0,\vec{k}_0}(\vec{k})\, d\vec{k}\,, \tag{5.3}$$

où $\Psi_{\vec{r}_0,\vec{k}_0}(\vec{k})$ est une famille d'ondelettes générées à partir d'une ondelette mère, localisée autour $(k,\theta) = (1,0)$ et positionnée spatialement à $\vec{r} = \vec{0}$ selon :

$$\Psi_{\vec{r}_0,\vec{k}_0}(\vec{k}) \;=\; \frac{1}{k_0}\, e^{-2i\pi\vec{k}.\vec{r}_0}\, \phi\left(\frac{k}{k_0}, \theta - \theta_0\right). \tag{5.4}$$

Comme les coefficients des ondelettes sont complexes, l'information sur les phases relatives est conservée et peuvent donc être utilisés pour une analyse polarimétrique. Ces coefficients peuvent être interprétés comme une analyse multi-vues dans le domaine angulaire et comme une analyse en sous-bande dans le domaine spectral.
Comme il a été étudié précédemment un radar polarimétrique transmet et reçoit des ondes électromagnétiques polarisées horizontalement (H) ou verticalement (V). Dans le cadre d'une étude déterministe, la représentation des interactions polarimétriques est la matrice de Sinclair (cf. chapitre 3). Pour chaque position spatiale, cette matrice est composée de quatre coefficients complexes représentant le coefficient de diffusion pour chaque combinaison de polarisation, Hh, Hv, Vh, et Vv (les lettres majuscules indiquent la polarisation de l'onde transmise et les lettres minuscules indiquent celle reçue).

$$[S]\,(\vec{r}) = \begin{bmatrix} I_{H_{\mathrm{hH}}}(\vec{r}) & I_{H_{\mathrm{hV}}}(\vec{r}) \\ I_{H_{\mathrm{vH}}}(\vec{r}) & I_{H_{\mathrm{vV}}}(\vec{r}) \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

A partir de l'application des coefficients des ondelettes sur la matrice de diffusion ou de Sinclair, une hyper-matrice de diffusion peut être définie.

$$\left[\tilde{S}\right](\vec{r},\vec{k}) = \begin{bmatrix} I_{H_{\mathrm{hH}}}(\vec{r},\vec{k}) & I_{H_{\mathrm{hV}}}(\vec{r},\vec{k}) \\ I_{H_{\mathrm{vH}}}(\vec{r},\vec{k}) & I_{H_{\mathrm{vV}}}(\vec{r},\vec{k}) \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

L'hyper-matrice de diffusion dépend maintenant du vecteur d'onde. Elle traduit, pour un diffuseur localisé spatialement, l'évolution de la matrice de Sinclair en fonction de la fréquence émise et de

l'angle d'observation. Pour un vecteur d'onde donné, elle explicite la matrice de Sinclair à cette fréquence émise et cet angle d'observation.
L'hyper-matrice de diffusion, donne accès à une nouvelle source d'information. Il s'agit donc d'établir des représentations qui synthétisent cette information et de les tester sur des données de chambre anéchoïque afin d'établir l'apport d'information de ces représentations.

5.3 Description des mesures de la cible test

Les mesures de chambre anéchoïque consistent à évaluer le coefficient complexe de rétrodiffusion pour différents angles d'observation et différentes fréquences émises. Ainsi, le coefficient de rétrodiffusion a été mesuré sur une bande fréquentielle de 12 à 16 GHz, avec un pas fréquentiel de 7.5 MHz, et sur une excursion angulaire de -25° à 25° avec un pas angulaire de 0.5°. La cible étudiée est une maquette de missile dont les caractéristiques sont présentées sur la figure 5.3.

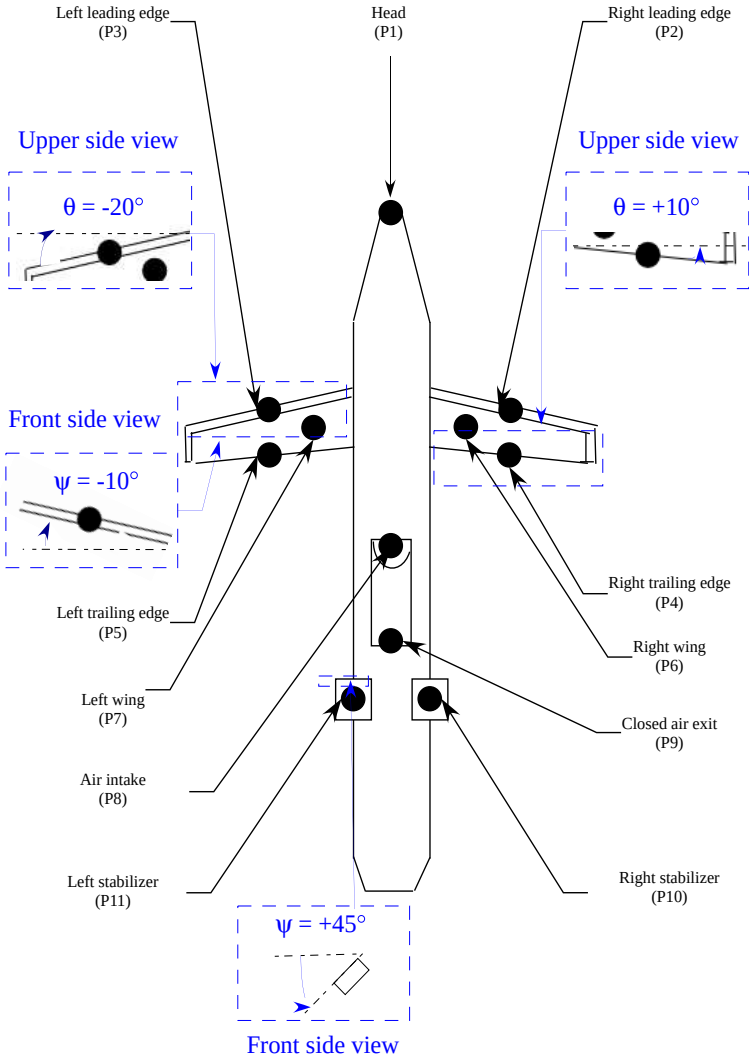


FIG. 5.3 – Schéma de la maquette de missile "Cyrano".

A partir de ces données une image bidimensionnelle peut être obtenue selon (5.1) et (5.2), et représentée figure 5.4.

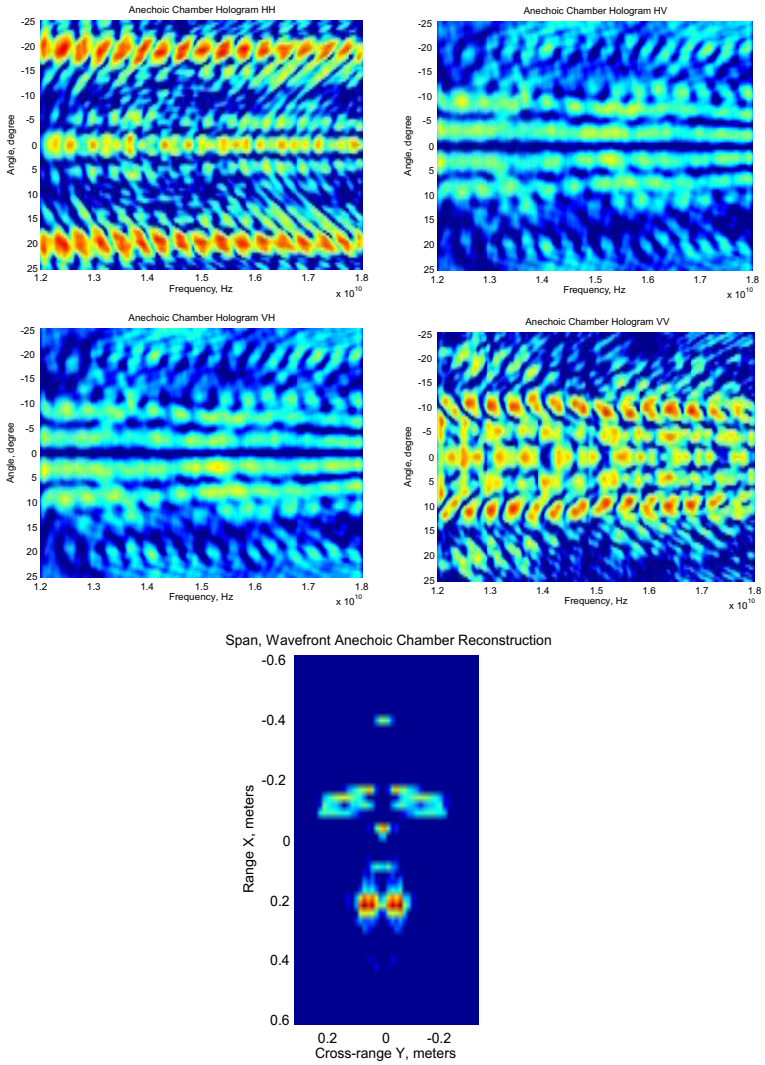


FIG. 5.4 – Données de chambre anechoïque et image du missile "Cyrano".

Dans le cadre de cette étude, il a été décidé d'étudier le comportement fréquence-angle des diffuseurs. Pour cela, l'outil utilisé est les ondelettes continues bidimensionnelles. Le choix des ondelettes est d'autant plus justifié que son principe de covariance tient compte du facteur d'échelle, ce qui est intéressant pour des applications en chambre anéchoïque. Reste à discuter le choix du type d'ondelette mère et de son étalement. On a opté pour une ondelette de type gaussienne, dans la mesure où la gaussienne présente des propriétés intéressantes et des études précédentes ont montré qu'elle était tout à fait adaptée à cette problématique [Vig03]. Concernant l'étalement de l'ondelette mère c'est l'information fréquentielle que l'on souhaite mettre en évidence. En conclusion, on a opté pour une largeur de bande de 10% de telle manière à être sélectif dans le domaine fréquentiel quitte à détériorer la résolution spatiale.

5.4 Représentations du comportement polarimétrique des diffuseurs

L'utilisation conjointe de la polarimétrie et de l'analyse temps-fréquence conduit à la construction de nouvelles représentations, c'est à dire à la représentation du comportement polarimétrique en fonction de la fréquence émise et de l'angle d'observation. Ces distributions, que l'on appelle hyperimages polarimétriques, doivent permettre de synthétiser l'information fournie par la polarimétrie, géométrie, orientation dans le plan vertical (cf. chapitre 3) et par l'analyse temps-fréquence, anisotropie, dispersivité.
L'application de l'analyse temps-fréquence sur les données polarimétriques a défini une hyper-matrice de diffusion. Les outils polarimétriques usuels d'étude d'une matrice de diffusion sont les décompositions cohérentes (cf. chapitre 3). Il s'agit d'appliquer ces dernières à l'hyper-matrice de diffusion, figure (5.5). L'application des décompositions cohérentes sur l'hyper-matrice de

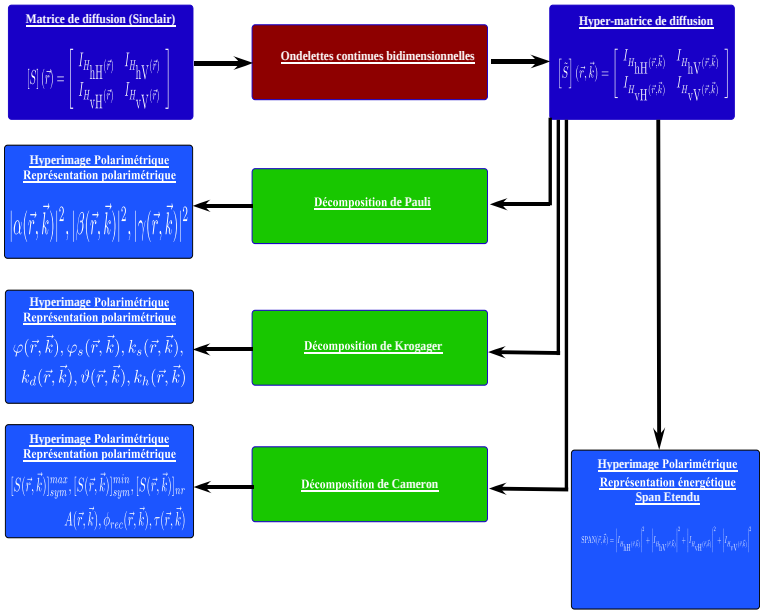


FIG. 5.5 – Algorithme de construction des hyperimages polarimétriques.

diffusion conduit à un jeu de paramètres, caractéristiques des phénomènes de rétrodiffusion [DOFF+06a], [DOFF+06b]. Ce jeu de paramètres dépend de la méthode utilisée et leur interprétation physique diffère. Ces paramètres sont détaillés par la suite.

5.4.1 Le Span étendu

Définition

Pour des données polarimétriques, l'énergie est définie par le Span. Ce dernier se calcule par la somme du module au carré des composantes de la matrice de Sinclair (cf. chapitre 3).

$$\mathrm{SPAN}(\vec{r}) = \left|I_{H_{\mathrm{hH}}(\vec{r})}\right|^2 + \left|I_{H_{\mathrm{hV}}(\vec{r})}\right|^2 + \left|I_{H_{\mathrm{vH}}(\vec{r})}\right|^2 + \left|I_{H_{\mathrm{vV}}(\vec{r})}\right|^2 \tag{5.7}$$

Par extension, à partir de l'hyper-matrice de diffusion, un Span étendu peut être défini. Il se calcule comme la somme du module au carré des composantes de l'hyper-matrice de diffusion.

$$\mathrm{SPAN}(\vec{r},\vec{k}) = \left|I_{H_{\mathrm{hH}}(\vec{r},\vec{k})}\right|^2 + \left|I_{H_{\mathrm{hV}}(\vec{r},\vec{k})}\right|^2 + \left|I_{H_{\mathrm{vH}}(\vec{r},\vec{k})}\right|^2 + \left|I_{H_{\mathrm{vV}}(\vec{r},\vec{k})}\right|^2 \tag{5.8}$$

Interprétation

Réécrivons $\mathrm{SPAN}(\vec{r},\vec{k})$ en $\mathrm{SPAN}(x,y,\theta,f)$. Pour chaque fréquence f_0 et chaque angle d'illumination radar θ_0, $\mathrm{SPAN}(x,y,\theta_0,f_0)$ représente une répartition spatiale d'énergie des diffuseurs qui répondent à cette fréquence et à cet angle.
Inversement, pour chaque diffuseur localisé à $\vec{r_0} = (x_0; y_0)$, sa réponse énergétique $\mathrm{SPAN}(x_0,y_0,\theta,f)$ en fréquence f et en angle θ peut être extrait.

Résultats

Le span étendu, a été calculé sur les données de chambre anéchoïque de la maquette "Cyrano". Les diffuseurs d'intérêt ont été sélectionnés manuellement et leur comportement énergétique en fonction de la fréquence émise et de l'aspect angulaire a été représenté, sur la figure 5.6.

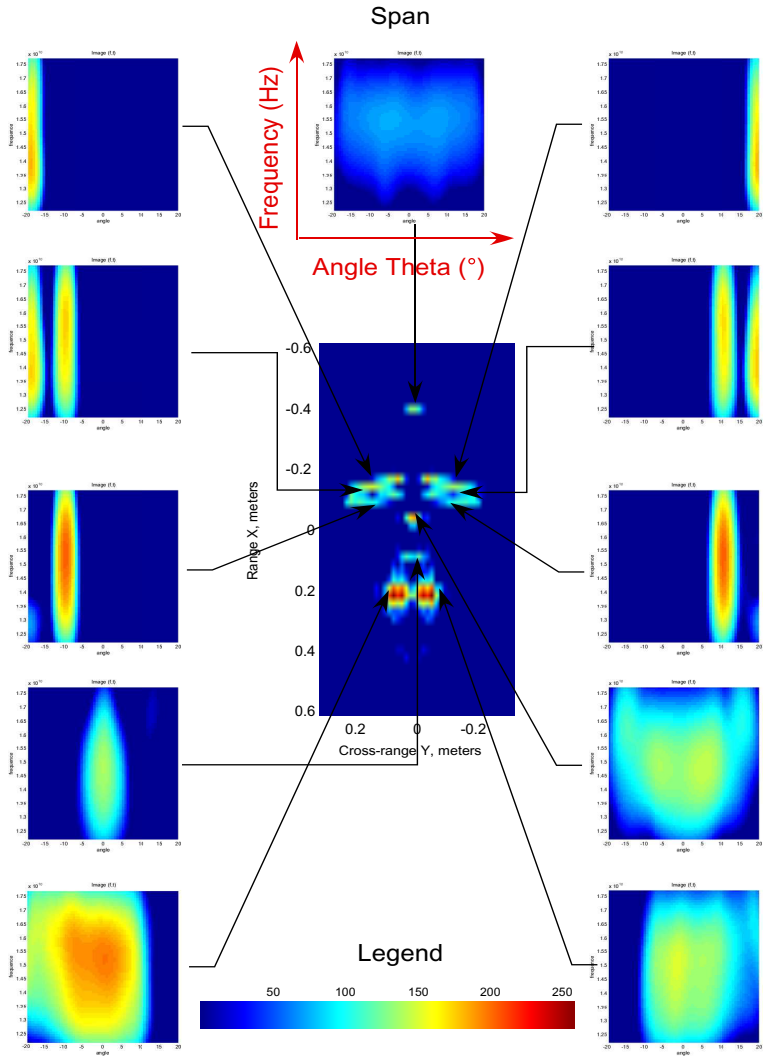


FIG. 5.6 – Evolution de la réponse énergétique fréquence/angle des diffuseurs, obtenue par le Span étendu.

5.4.2 Hyperimages polarimétriques de Pauli

Définition

Par application de la décomposition de Pauli sur l'hyper-matrice de diffusion, la relation suivante peut être établie :

$$[\tilde{S}](\vec{r},\vec{k}) = \alpha(\vec{r},\vec{k})[S]_{sphere} + \beta(\vec{r},\vec{k})[S]_{diplane(0)} + \gamma(\vec{r},\vec{k})[S]_{diplane(45)} \tag{5.9}$$

Cette décomposition fournit un jeu de trois paramètres présentant une signification physique : simple rebond, double rebond et diffusion de volume.

Interprétation

Pour chaque vecteur d'onde donné, $\vec{k_0}$, c'est à dire pour une fréquence émise et un angle d'observation donnés, $|\alpha(\vec{r},\vec{k_0})|^2$ (respectivement $|\beta(\vec{r},\vec{k_0})|^2$, $|\gamma(\vec{r},\vec{k_0})|^2$) représente la répartition spatiale

des cibles caractérisées par la diffusion directe (respectivement le double rebond, la diffusion de volume).
Pour chaque localisation spatiale $\vec{r_0}$, $|\alpha(\vec{r_0}, \vec{k})|^2$ (respectivement $|\beta(\vec{r_0}, \vec{k})|^2$, $|\gamma(\vec{r_0}, \vec{k})|^2$) représente l'évolution de la réponse de diffusion directe (respectivement de double rebond, de diffusion de volume) en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, du diffuseur localisé à $\vec{r_0}$.

Resultats

L'hyperimage polarimétrique de Pauli, a été calculée sur les données de chambre anéchoïque de la maquette "Cyrano". Les diffuseurs d'intérêt ont été sélectionnés manuellement et leur comportement polarimétrique en fonction de la fréquence émise et de l'aspect angulaire a été représenté sur la figure 5.7.

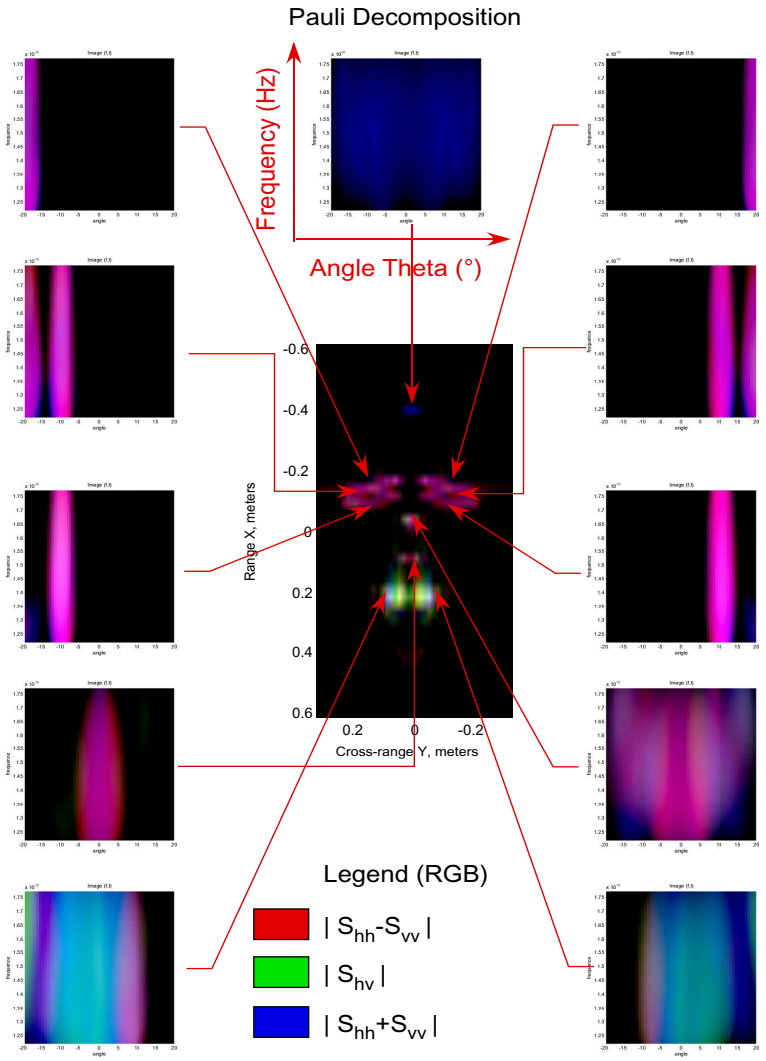


FIG. 5.7 – Evolution de la réponse polarimétrique des diffuseurs, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite de la décomposition de Pauli appliquée à l'hyper-matrice de diffusion. Codage RGB : α en bleu, β en rouge, γ en vert.

5.4.3 Hyperimages polarimétriques de Krogager

Définition

Une première série de représentation a été établie par application de la décomposition de Pauli sur l'hyper-matrice de diffusion. Cependant la décomposition de Pauli n'est pas le seul outil pour étudier une matrice de diffusion. Une autre méthode est la décomposition de Krogager. Il s'agit donc d'appliquer cette méthode à l'hyper-matrice de diffusion. Ainsi, en évaluant l'hyper-matrice de diffusion par la décomposition de Krogager, la relation suivante peut être établie :

$$[S(\vec{r},\vec{k})] = e^{i\varphi(\vec{r},\vec{k})}\left\{e^{i\varphi_s(\vec{r},\vec{k})}k_s(\vec{r},\vec{k})[S]_{sphere} + k_d(\vec{r},\vec{k})[S]_{diplane(\vartheta(\vec{r},\vec{k}))} + k_h(\vec{r},\vec{k})[S]_{helix(\vartheta(\vec{r},\vec{k}))}\right\} \tag{5.10}$$

Interprétation

Pour chaque vecteur d'onde donné, $\vec{k_0}$, c'est à dire pour une fréquence émise et un angle d'observation donnés, $|K_s(\vec{r},\vec{k_0})|^2$ (respectivement $|K_d(\vec{r},\vec{k_0})|^2$, $|K_h(\vec{r},\vec{k_0})|^2$) représente la répartition spatiale des cibles caractérisées par la diffusion de type sphère (respectivement de type dièdre, de type hélice).
Pour chaque localisation spatiale $\vec{r_0}$, $|K_s(\vec{r_0},\vec{k})|^2$ (respectivement $|K_d(\vec{r_0},\vec{k})|^2$, $|K_h(\vec{r_0},\vec{k})|^2$) représente l'évolution de la réponse de type sphère (respectivement de type dièdre, de type hélice) en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, du diffuseur localisé à $\vec{r_0}$.

Resultats

L'hyperimage polarimétrique de Krogager, a été calculée sur les données de chambre anéchoïque de la maquette "Cyrano". Les diffuseurs d'intérêt ont été sélectionnés manuellement et leur comportement polarimétrique en fonction de la fréquence émise et de l'aspect angulaire a été représenté sur la figure 5.8.

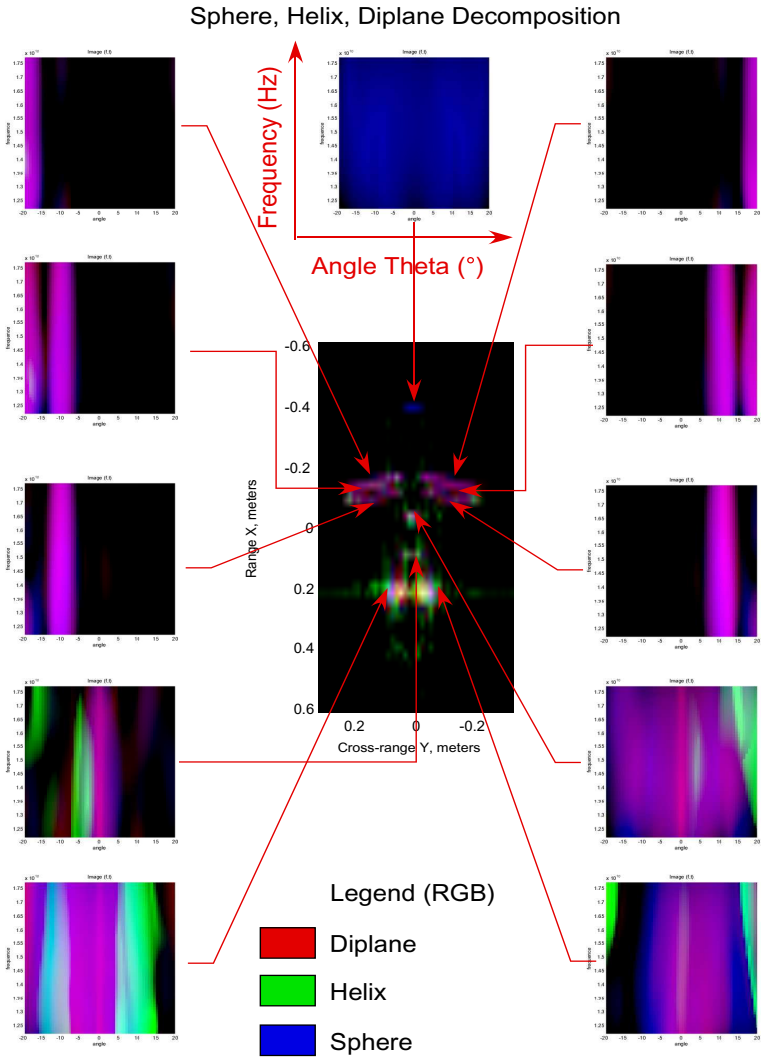


FIG. 5.8 – Evolution de la réponse polarimétrique des diffuseurs, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite de la décomposition de Krogager appliquée à l'hypermatrice de diffusion. Codage RGB : K_s en bleu, K_d en rouge, K_h en vert.

5.4.4 Hyperimages polarimétriques de Cameron

Définition

Tout comme pour les décompositions de Pauli et de Krogager, il s'agit d'appliquer à l'hypermatrice de diffusion la décomposition de Cameron afin d'obtenir de nouvelles hyperimages polarimétriques. La décomposition de Cameron est donnée par :

$$\begin{aligned}[S(\vec{r},\vec{k})] &= A(\vec{r},\vec{k})\left\{\cos(\phi_{rec}(\vec{r},\vec{k}))\left(\cos(\tau(\vec{r},\vec{k}))[S(\vec{r},\vec{k})]^{max}_{sym} + \sin(\tau(\vec{r},\vec{k}))[S(\vec{r},\vec{k})]^{min}_{sym}\right)\right. \\ &+ \sin(\phi_{rec}(\vec{r},\vec{k}))[S(\vec{r},\vec{k})]_{nr}\end{aligned} \tag{5.12}$$

Ce qui conduit à l'extraction d'une hyperimage de classification, $Class(\vec{r}, \vec{k})$ et à l'obtention de l'orientation de Huynen pour les cibles symétriques, $\psi(\vec{r}, \vec{k})$ (cf chapitre 3).

Interprétation

Pour chaque vecteur d'onde donné, $\vec{k_0}$, c'est à dire pour une fréquence émise et un angle d'observation donnés, $Class(\vec{r}, \vec{k_0})$ (respectivement $\psi(\vec{r}, \vec{k_0})$) représente la répartition spatiale de la nature polarimétrique (respectivement de l'orientation de Huynen).
Pour chaque localisation spatiale $\vec{r_0}$, $Class(\vec{r_0}, \vec{k})$ (respectivement $\psi(\vec{r_0}, \vec{k})$) représente l'évolution de la réponse de la nature polarimétrique (respectivement de l'orientation de Huynen), du diffuseur localisé à $\vec{r_0}$.

Resultats

Les hyperimages polarimétriques de Cameron ont été calculées sur la cible pour simuler les interactions qui se produisent sur un missile, Cyrano. Pour n'afficher que l'information significative, ces hyperimages ont été seuillées par le Span étendu, ce qui explique que l'on retrouve en partie l'information issue du Span étendu. Ainsi, le comportement des diffuseurs en fonction de la fréquence émise et de l'angle d'observation, est représenté sur les figures 5.9 et 5.10. Ces diffuseurs ont été sélectionnés manuellement et leur comportement peut être interprété en termes de caractéristiques physiques de la cible.

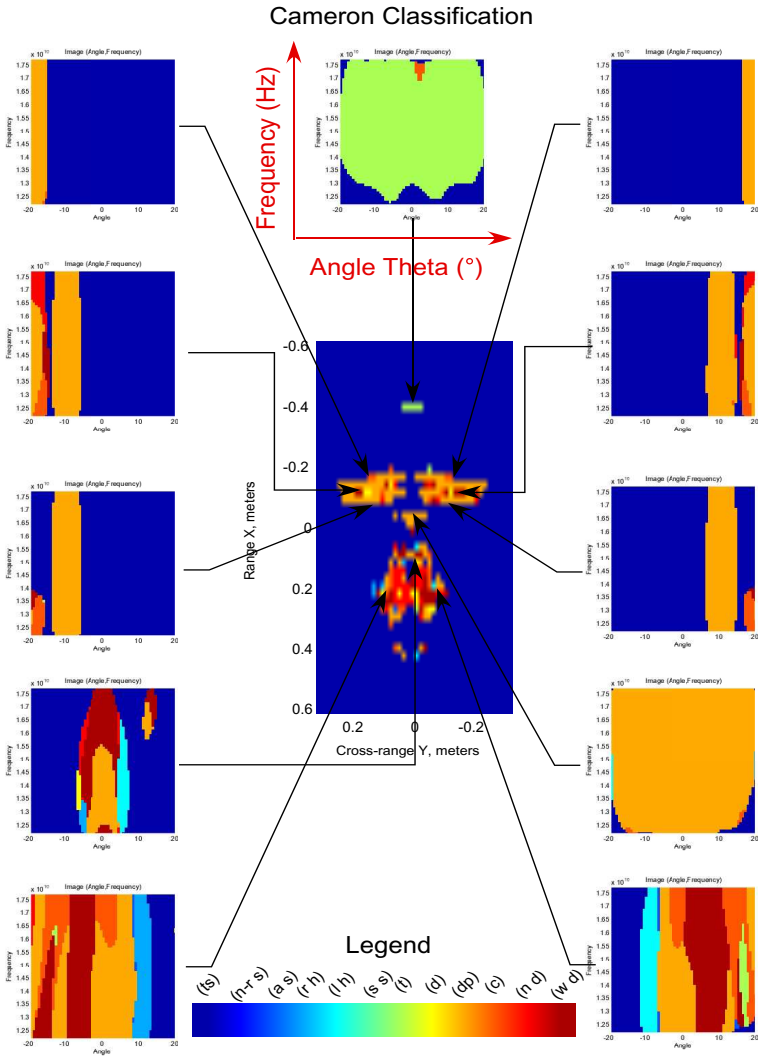


FIG. 5.9 – Evolution de la réponse polarimétrique des diffuseurs, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite de la décomposition de Cameron appliquée à l'hypermatrice de diffusion.

5.5 Interprétation des hyperimages polarimétriques

5.5.1 Le span étendu : une représentation énergétique

Interprétation

▮ Tête de Cyrano (P1) : La réponse du nez du missile est constante pour toutes les fréquences émises et pour tous les angles d'observation. Cette réponse semble stationnaire, c'est à dire que le comportement de ce diffuseur est isotrope et non-dispersif. Ce comportement correspond à la vérité cible dans la mesure où la tête du missile est une demi-sphère.
▮ Bord d'attaque des ailes (P2, P3) : Le comportement du bord d'attaque des ailes est non-stationnaire. En effet ce dernier est marqué par une réponse anisotrope qui se traduit par un comportement directif centré sur les angles d'observation $\theta = 20^\circ$ ou $\theta = -20^\circ$. La connaissance de la vérité cible, permet de conclure que c'est l'arête de l'aile qui répond et qui se traduit par

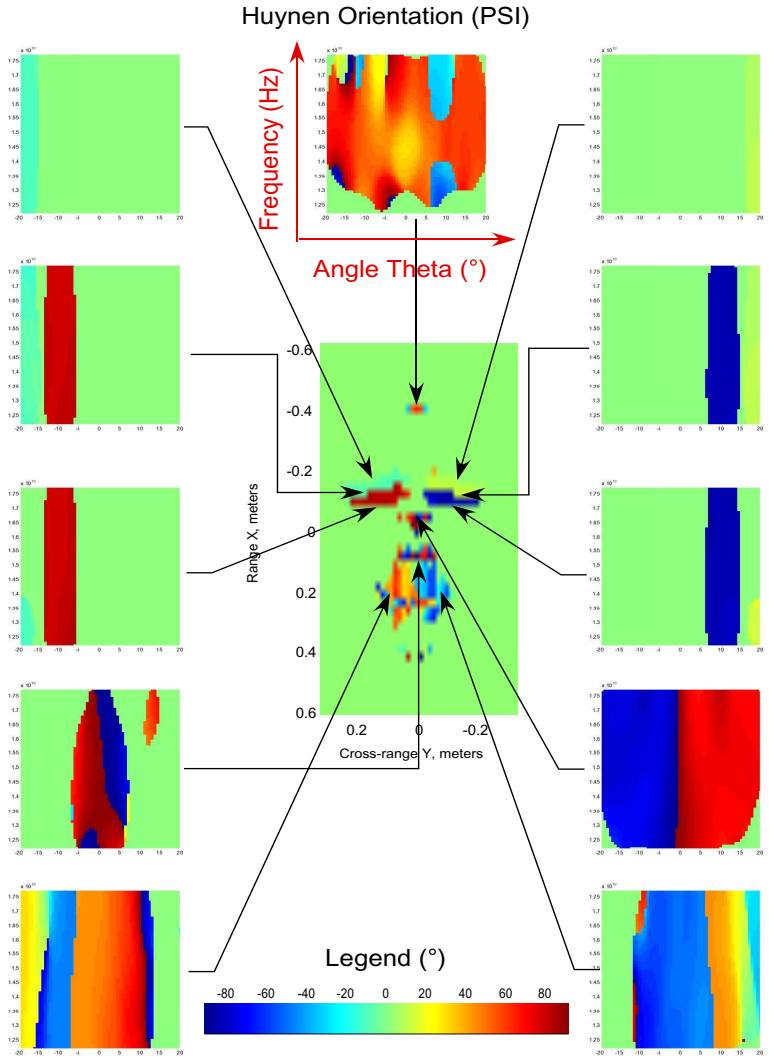


FIG. 5.10 – Evolution de l'orientation de Huynen des diffuseurs, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite de la décomposition de Cameron appliquée à l'hypermatrice de diffusion.

un phénomène de diffraction. D'ailleurs des simulations sur un modèle GTD (cf chapitre 4), traduisent un comportement fréquence/angle similaire. L'orientation sur laquelle est centrée ce comportement permet de retrouver l'orientation dans le plan horizontal du bord d'attaque des ailes $\theta = 20^{\circ}$ ou $\theta = -20^{\circ}$.

▮ Bord de fuite des ailes (P4, P5) : Tout comme le comportement des bords d'attaque des ailes, la réponse fréquence/angle des bords de fuite est représentée par un comportement anisotrope. En effet, il est marqué par une réponse directive centrée sur $\theta = 10^{\circ}$ ou $\theta = -10^{\circ}$. L'interprétation de ce comportement est identique à celles des bords d'attaque, c'est à dire, que ce phénomène directif traduit une diffraction (c'est l'arête de l'aile qui répond) et l'angle d'observation central $\theta = 10^{\circ}$ ou $\theta = -10^{\circ}$ est à relier à l'orientation du bord de fuite de l'aile dans le plan horizontal.

▮ Les ailes (P6, P7) : Comme on peut le constater sur l'image pleine résolution, les ailes ne répondent pas. Cependant avec le Span étendu, les ailes disposent d'un comportement anisotrope marqué par deux réponses directives centrées sur $\theta = 20^{\circ}$ ou $\theta = -20^{\circ}$ et $\theta = 10^{\circ}$ ou $\theta = -10^{\circ}$.

Ce comportement traduit les limitations de la transformée en ondelettes continues. En effet, comme on s'intéresse au comportement fréquence/angle, on a choisi des étalements d'ondelettes discriminants dans le domaine angulaire ou le domaine fréquentiel. Cependant, par le compromis antagoniste de résolution, ou principe d'incertitude dit d'Heisenberg, notre résolution spatiale s'est dégradée. Ainsi, les réponses des bords d'attaque et de fuite se sont mélangées spatialement. Donc en sélectionnant les diffuseurs des ailes, on a choisi le mélange de contributions des bords d'attaque et de fuite. La réponse des ailes traduit alors la réponse du bord d'attaque, réponse directive centrée sur $\theta = 20^{\circ}$ ou $\theta = -20^{\circ}$ et la réponse du bord de fuite, comportement directif centré sur $\theta = 10^{\circ}$ ou $\theta = -10^{\circ}$. Cette limitation est à prendre en considération pour les applications.

- Entrée d'air (P8) : Le comportement de l'entrée d'air semble anisotrope et dispersif. Cependant, ce comportement complexe est difficilement interprétable en termes de phénoménologies de mécanisme de rétrodiffusion ou en termes de caractéristiques physiques.
- Sortie d'air (P9) : La réponse fréquence/angle de la sortie d'air est anisotrope. Ce comportement se traduit par une réponse directive centrée sur $\theta = 0^{\circ}$. Dans ce cas, cette réponse exprime une réflexion spéculaire de la sortie d'air. En effet, l'entrée d'air et la sortie d'air forment un guide d'onde. L'onde électromagnétique pénètre dans le guide d'onde lorsque le radar est en face de l'entrée d'air, c'est à dire pour $\theta = 0^{\circ}$. Puis elle est réfléchie par la sortie d'air. Dans le cas présent, la réponse directive ne traduit pas un phénomène de diffraction mais un mécanisme de réflexion.
- Stabiliseurs (P10, P11) : La réponse des stabiliseurs est anisotrope. En effet, ils répondent sur un certain domaine angulaire. Ce phénomène est explicable par le fait qu'ils sont vus par le radar sur un certain domaine angulaire, puis ils sont masqués par le corps du missile "Cyrano". Ce dernier ne répondant pas, la réponse des stabiliseurs est inexistante à partir d'une certaine excursion angulaire. Le reste du comportement est complexe et est difficilement interprétable. Néanmoins, le comportement symétrique de ces diffuseurs, qui traduit la diffusion par une même géométrie mais symétrique, est parfaitement retrouvé.

Conclusion

Le Span étendu permet, entre autres, de représenter le comportement énergétique des diffuseurs en fonction de la fréquence émise et de l'angle d'observation. L'étude sur la maquette de missile "Cyrano" en chambre anéchoïque a permis de mettre en évidence différents phénomènes. D'une part, elle a montré que certains diffuseurs avaient un comportement stationnaire, c'est à dire, isotrope et non-dispersif, tel que la tête du missile. Ce type de diffuseur répond aux hypothèses émises en imagerie SAR. D'autre part, elle a caractérisé des phénomènes de diffusion non-stationnaires, c'est à dire anisotropes et dispersifs. En particulier, l'anisotropie semble significative car des phénomènes directifs ont été mis en évidence et dans le cas présent, traduisent des mécanismes de diffraction et de réflexion. Dans l'hypothèse de diffraction, il a été montré que l'orientation centrale du mécanisme correspondait à l'orientation des diffuseurs dans le plan horizontal. En résumé cette source d'information permet de mettre en évidence les non-stationnarités et peut être interprétable dans certains cas en termes de caractéristiques de cible.

5.5.2 Les hyperimages de Krogager, Pauli, et Cameron : des représentations du comportement polarimétrique

Les hyperimages polarimétriques de Pauli et de Krogager permettent de retrouver les caractéristiques du Span étendu. En effet dans la décomposition de Pauli, le Span étendu peut se calculer

de la façon suivante :

$$\mathrm{SPAN}(\vec{r},\vec{k}) = \left|\alpha(\vec{r},\vec{k})\right|^2 + \left|\beta(\vec{r},\vec{k})\right|^2 + \left|\gamma(\vec{r},\vec{k})\right|^2 \tag{5.13}$$

Quant à l'hyperimage de Krogager, les coefficients respectifs $\left|K_s(\vec{r},\vec{k})\right|^2$, $\left|K_d(\vec{r},\vec{k})\right|^2$ et $\left|K_h(\vec{r},\vec{k})\right|^2$ correspondent à l'énergie diffusée des cibles canoniques respectivement de type sphère, dièdre et hélice.
Pour l'hyperimage de Cameron, cette dernière a été seuillée par le Span étendu afin d'afficher que les réponses significatives. Ainsi, les domaines de réponse du Span étendu sont retrouvés sur cette représentation.
Ce qui est intéressant ici est d'étudier l'évolution du comportement polarimétrique en fonction de la fréquence émise et de l'angle de visée. Ces représentations permettent d'étudier la stationnarité polarimétrique. Un diffuseur sera stationnaire polarimétriquement, si sa réponse polarimétrique est constante dans le domaine de réponse fréquence/angle, sinon le diffuseur sera polarimétriquement non-stationnaire.

Interprétation

▮ Tête de Cyrano (P1) : Au niveau polarimétrique, dans la décomposition de Pauli, le comportement de la tête du missile est dominé par la simple diffusion. Par rapport au comportement polarimétrique dans la décomposition de Krogager, la tête du missile répond de manière dominante dans la contribution sphère quelle que soit la fréquence émise et quel que soit l'angle d'observation. Quant à la décomposition de Cameron, la tête du missile est classifiée comme trièdre. C'est à dire que le diffuseur renvoie la même énergie quelle que soit la fréquence émise et quel que soit l'angle de visée. Les résultats des trois hyperimages sont concordants et correspondent à la vérité cible dans la mesure où le nez du missile est une demie-sphère. Il est à noter que le comportement polarimétrique est constant à travers le domaine angulaire et fréquentiel. Ainsi, la conclusion s'impose : le nez du missile est polarimétriquement stationnaire sur les trois hyperimages polarimétriques.
▮ Bord d'attaque des ailes (P2, P3) : Le comportement polarimétrique sur l'hyperimage de Pauli, est un mélange de contribution de mécanismes de simple diffusion et de double rebond. Cette réponse polarimétrique est constante dans tout le domaine où le diffuseur est actif. Ainsi, le comportement polarimétrique est stationnaire pour la décomposition de Pauli. Sur l'hyperimage polarimétrique de Krogager, le comportement polarimétrique est un mélange de contribution de mécanismes de contribution sphère et de contribution dièdre constant sur toute la réponse du diffuseur. Les résultats de l'hyperimage de Pauli et celle de Krogager sont concordants. Dans la décomposition de Cameron, le bord d'attaque des ailes est caractérisé par une réponse en dipôle, ce qui confirme l'aspect diffraction du phénomène. Les bords d'attaque des ailes sont très affûtés. Au niveau de l'orientation de Huynen, on trouve une inclinaison $\psi = 10^\circ$ ou $\psi = -10^\circ$. Cette inclinaison, correspond à l'orientation dans le plan vertical du diffuseur. Dans le cas présent, les hyperimages polarimétriques issues de la décomposition de Cameron permettent de décrire globalement les phénomènes de rétrodiffusion (orientation relative dans le plan horizontal, orientation absolue dans le plan vertical et nature du phénomène de rétrodiffusion). De plus, tout comme les hyperimages de Pauli et Krogager, ce diffuseur est polarimétriquement stationnaire sur l'hyperimage de Cameron.
▮ Bord de fuite des ailes (P4, P5) : Le phénomène directif se retrouve sur les décompositions de Pauli, de Krogager et de Cameron de l'hyper-matrice de diffusion. Sur cette réponse directive, le comportement polarimétrique sur l'hyperimage polarimétrique de Pauli composé d'un mélange

de contributions de mécanismes de simple diffusion ou de double rebond est constant. Dans la décomposition de Krogager, le comportement polarimétrique composé d'un mélange de contributions de mécanismes de type sphère et de type dièdre est également constant. Ce résultat est concordant avec ceux obtenus par la décomposition de Pauli. Sur l'hyperimage polarimétrique de Cameron, le comportement polarimétrique dipôle est constant. Le comportement polarimétrique est donc stationnaire, ce qui correspond aux résultats obtenus par les décompositions de Pauli et Krogager. Au niveau de l'orientation de Huynen, cette réponse est marquée par une inclinaison à $\psi = \frac{\pi}{2}$ ou $\psi = -\frac{\pi}{2}$. Ceci est explicable par le fait que le radar ne voit pas l'inclinaison des ailes, (vue de dessus).

▮ Les ailes (P6, P7) : L'étude sur le Span étendu a montré que la réponse des ailes était en réalité le mélange des contributions des bords d'attaque et des bords de fuite des ailes. Cette limitation causée par le principe d'incertitude, dit d'Heisenberg, se retrouve sur ces représentations. En effet le comportement des ailes est caractérisé par deux réponses directives dont le comportement polarimétrique est constant.

▮ Entrée d'air (P8) : Le comportement polarimétrique en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise traduit un mélange de phénomènes de simple diffusion et de double rebond sur l'hyperimage de Pauli. Dans la décomposition de Krogager, le comportement polarimétrique en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise traduit un mélange de phénomènes de type sphère et de type dièdre. Cette réponse semble constante à travers les domaines d'observation. Le comportement polarimétrique de ce diffuseur est donc stationnaire. Les résultats de Pauli et de Krogager sont concordants. Dans la décomposition de Cameron appliquée à l'hypermatrice de diffusion, le comportement polarimétrique en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise traduit une réponse en dipôle. Cette réponse semble constante à travers les domaines d'observation. Le comportement polarimétrique de ce diffuseur est donc stationnaire, ce qui correspond aux résultats obtenus par les décompositions de Pauli et Krogager. Au niveau de l'inclinaison, la réponse est symétrique en $\theta = 0^{\circ}$, ce qui traduit la symétrie de la géométrie.

▮ Sortie d'air (P9) : Cette réponse est composée au niveau polarimétrique sur l'hyperimage de Pauli, d'un mélange de simple diffusion et de double rebond. Ce comportement polarimétrique est constant, le diffuseur est stationnaire. Contrairement aux résultats de la décomposition de Pauli sur l'hyper-matrice de diffusion, la réponse polarimétrique de la sortie d'air semble non-stationnaire. En effet, dans la décomposition de Krogager, le comportement polarimétrique est anisotrope. Il est caractérisé par une bande angulaire au comportement dominant de type hélice et d'une bande angulaire au comportement dominant de type dièdre. Tout comme les résultats issus de la décomposition de Krogager, la réponse polarimétrique de la sortie d'air sur l'hyperimage polarimétrique de Cameron semble non-stationnaire. En effet, dans la décomposition de Cameron, le comportement polarimétrique est anisotrope et dispersif. Cette phénoménologie est difficilement interprétable en termes de caractéristiques physiques de la cible et l'orientation de Huynen n'apporte rien de plus, si ce n'est qu'elle montre un phénomène anisotrope.

▮ Stabiliseurs (P10, P11) : Les stabiliseurs répondent sur une partie du domaine angulaire. Ce comportement a été interprété lors de l'étude du Span étendu. Par contre, l'étude du comportement polarimétrique est plus intéressante. En effet, le comportement polarimétrique semble anisotrope. Comme on peut le constater, la nature polarimétrique des mécanismes diffère par des bandes de différente couleur que ce soit sur l'hyperimage de Pauli, de Krogager et de Cameron. Ce phénomène est difficilement interprétable. Cependant cette représentation met en évidence un comportement polarimétrique non-stationnaire et en particulier dans le cas présent anisotrope. Les hyperimages de classification de Cameron et d'orientation de Huynen permettent une interprétation. Ainsi, le comportement hélice pour $\theta = 10^{\circ}$ traduit la réponse du coin du stabiliseur. En effet, deux dipôles dans la même cellule de résolution donne un comportement

hélice. Le comportement en dipôle avec une orientation de Huynen de $\psi = 45^\circ$ pour $\theta = 0^\circ$, correspond à la réponse du bord du déflecteur. Ainsi, l'orientation du bord du déflecteur dans le plan vertical est parfaitement retrouvée. Quant à la réponse quart d'onde et le mélange cylindre et dipôle traduisent le mélange des interactions entre le corps de Cyrano (un cylindre) et le stabiliseur (un plan incliné). Dans ces conditions, la non-stationnarité polarimétrique est causée par le fait que le radar ne voit pas la même géométrie au cours du processus d'acquisition de l'image.

Conclusion

Les hyperimages polarimétriques que sont les hyperimages de Pauli, de Krogager et de Cameron, mettent en évidence deux types de diffuseur : les diffuseurs polarimétriquement stationnaires, c'est à dire dont la réponse polarimétrique est constante quels que soit la fréquence émise et l'angle d'observation et les diffuseurs polarimétriquement non-stationnaires, c'est à dire dont la réponse polarimétrique varie en fonction de l'angle de visée et de la fréquence émise. Cette non stationnarité polarimétrique peut être causée soit par le mélange des contributions polarimétriques causé par le principe d'incertitude dit d'Heisenberg, soit par le fait que le radar ne voit pas la même géométrie pour tous les angles de visée : phénomène anisotrope.
Il est à noter que les hyperimages polarimétriques et en particulier celles issues de la décomposition de Cameron permettent de décrire globalement les mécanismes de rétrodiffusion dans certains cas. En effet, elles renseignent sur la nature, l'orientation relative dans le plan horizontal, l'orientation absolue dans le plan vertical.

5.6 Interprétation de la formation d'images par le Span étendu

Le Span étendu permet d'expliquer la formation d'images. En effet, on a construit diverses images du Span de Cyrano sur différents domaines angulaires figure 5.11. C'est à dire que l'on a fait varié la résolution en azimut.

- Image $-25^\circ < \theta < 25^\circ$: Sur cette image l'ensemble de l'information du Span étendu est prise en compte. Tous les diffuseurs sont donc retrouvés.
- Image $-15^\circ < \theta < 15^\circ$: Sur cette image, les bords d'attaque des ailes ont disparu dans la mesure où d'après le Span étendu ces derniers répondent pour une orientation de 20°. Le caractère anisotrope et dispersif de ces diffuseurs a donc changé les propriétés de l'image pour une résolution différente.
- Image $-5^\circ < \theta < 5^\circ$: Sur cette image, les bords d'attaque des ailes et les bords de fuite ont disparu dans la mesure où d'après le Span étendu ces derniers répondent pour une orientation de 20° et 10°. Le caractère anisotrope et dispersif de ces diffuseurs a donc changé les propriétés de l'image pour une résolution différente.
- Image $5^\circ < \theta < 25^\circ$: Sur cette image, la sortie d'air a disparu dans la mesure où d'après le Span étendu cette dernière répond pour une orientation de 0°. De plus on n'a qu'une face de Cyrano dans la mesure où on a supprimé le domaine négatif.

Quand on change le domaine d'intégration en azimut, c'est à dire lorsque l'on modifie la résolution, les propriétés de l'image change si le diffuseur est anisotrope et dispersif. Le span étendu permet d'interpréter ce phénomène et d'expliquer la formation d'images. En parlant de résolution, il s'agit de revenir maintenant sur notre choix de l'étalement de l'ondelette mère.

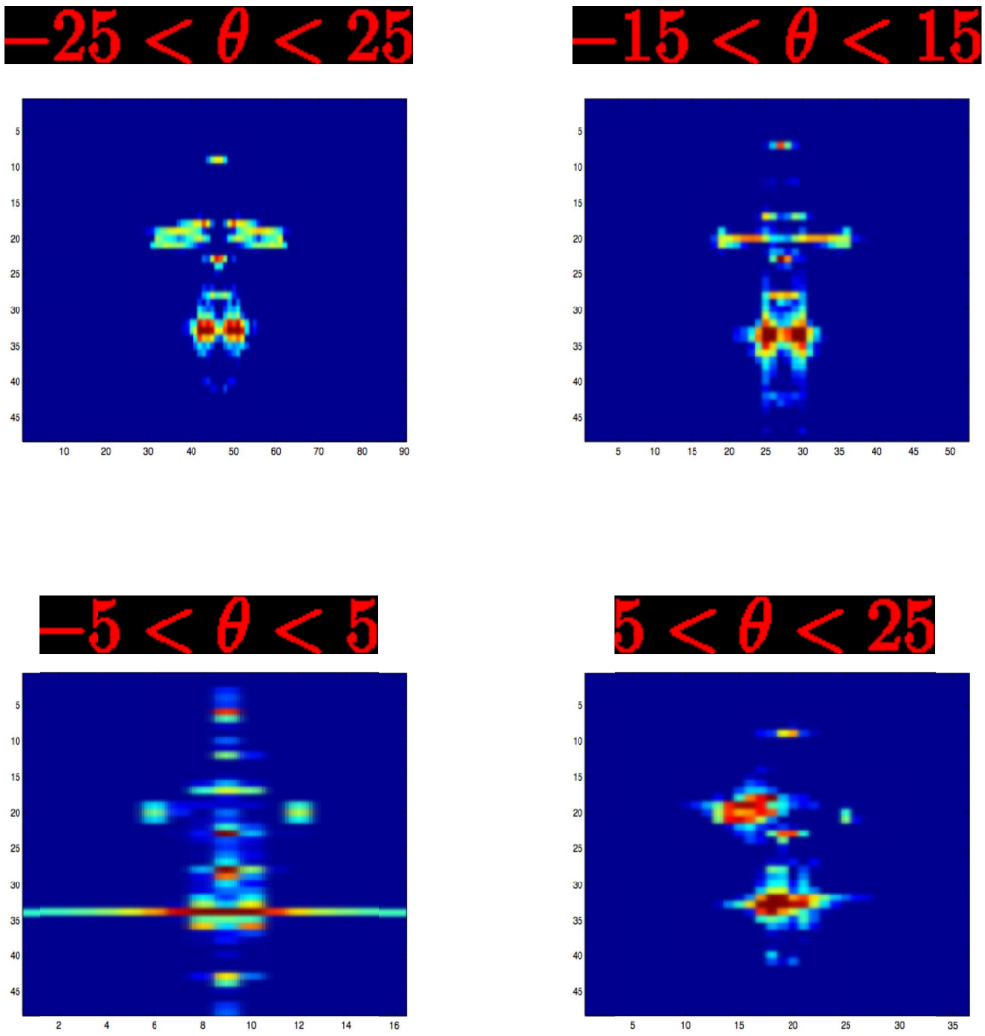


FIG. 5.11 – Images du span de Cyrano obtenues pour différents domaines d'intégration et donc pour différentes résolutions.

5.7 Compromis de résolution : Principe d'incertitude dit d'Heisenberg

Il s'agit ici, d'étudier l'influence de la largeur de bande de l'ondelette mère sur le Span étendu. Pour cela, le Span étendu a été calculé pour une largeur de bande de 33%, pour une largeur de bande de 16.5% et pour une largeur de bande de 10%. Sur la figure 5.12, les résultats sont présentés par largeur de bande décroissante de gauche à droite. On constate que plus on est sélectif plus on est précis dans le domaine fréquentiel. Cependant pour une largeur de bande de 10% on commence à être victime du mélange des contributions dans le domaine spatial comme le montre le bord de fuite de l'aile où l'on commence à avoir une réponse à 20° qui correspond au bord d'attaque de l'aile. On retrouve donc bien le principe d'incertitude dit d'Heisenberg.
Tout comme le Span étendu, on a décidé d'étudier l'influence de largeur de bande de l'ondelette mère. Pour cela, l'hyperimage de classification de Cameron a été calculée, respectivement, pour une ondelette de largeur 33%, 16.5% et 10% de la bande. Les résultats sont représentés sur la

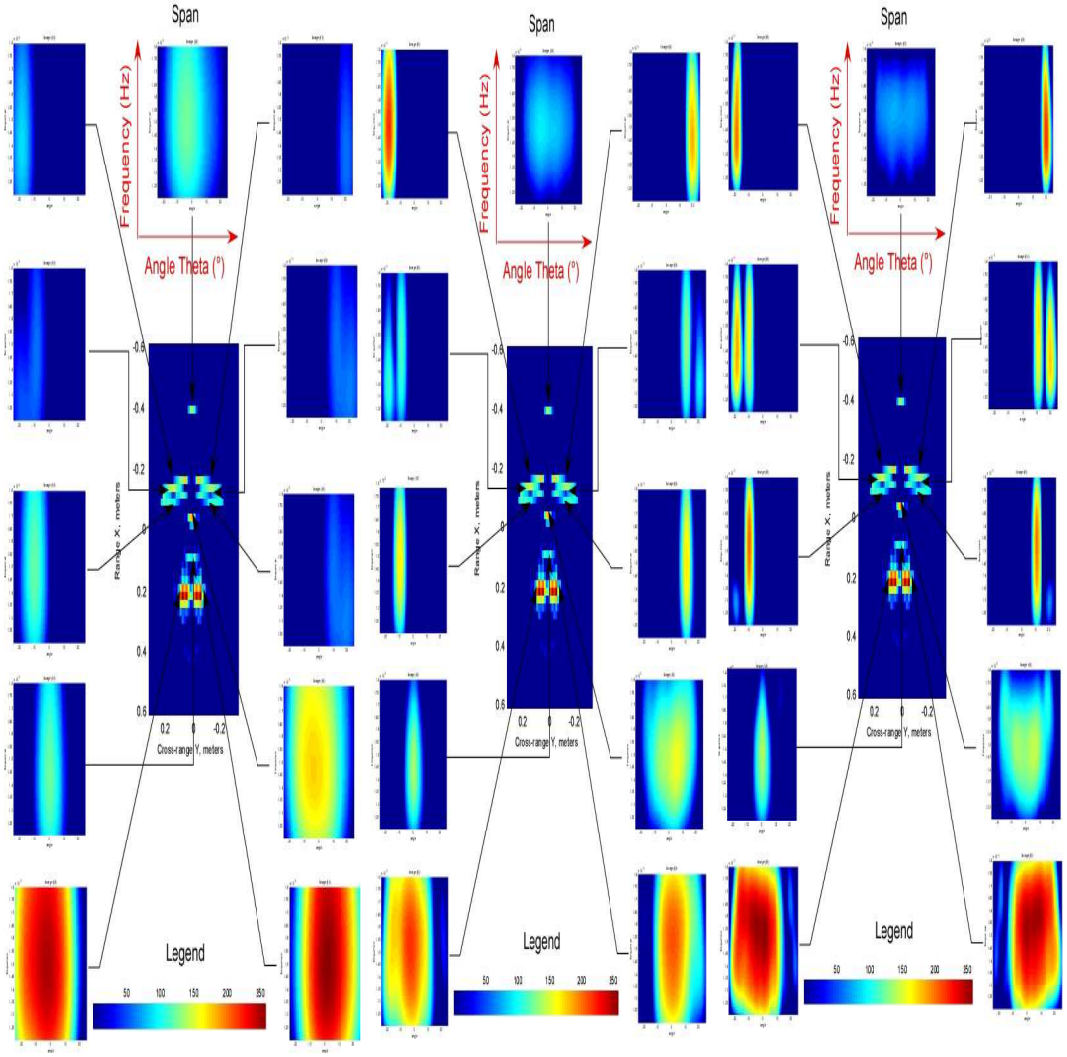


FIG. 5.12 – Evolution de la réponse énergétique fréquence/angle des diffuseurs, obtenue par le Span étendu avec différentes ondelettes.

figure 5.13 où l'on a classé de gauche à droite, de la bande la plus large à la bande la plus étroite. Seuls les coefficients d'ondelettes significatifs ont été affichés. Ainsi, pour l'ondelette mère de largeur 33% de la bande, l'excursion angulaire varie de $+8^\circ$ à -8°, pour celle de largeur de bande 16.5%, l'excursion angulaire varie de -15° à 15° et enfin pour celle de largeur de bande 10%, l'excursion angulaire varie de -20° à 20°.
On constate sur la figure 5.13 que les diffuseurs identifiés comme polarimétriquement stationnaire, sur l'hyperimage de l'ondelette mère de 10% de largeur de bande sont stationnaires et de même nature polarimétrique pour des largeurs de bande supérieure.
Les cas intéressants sont les diffuseurs qui sont polarimétriquement non-stationnaires pour une ondelette mère de largeur 10%. Il s'agit de la sortie d'air et des déflecteurs.
La sortie d'air est stationnaire pour une ondelette mère de largeur 30% de la bande alors qu'elle est non-stationnaire pour des largeurs inférieures. Sa nature est identifiée comme quart d'onde. On peut expliquer ce phénomène par le mélange des contributions spatiales contenues dans la même cellule de résolution.

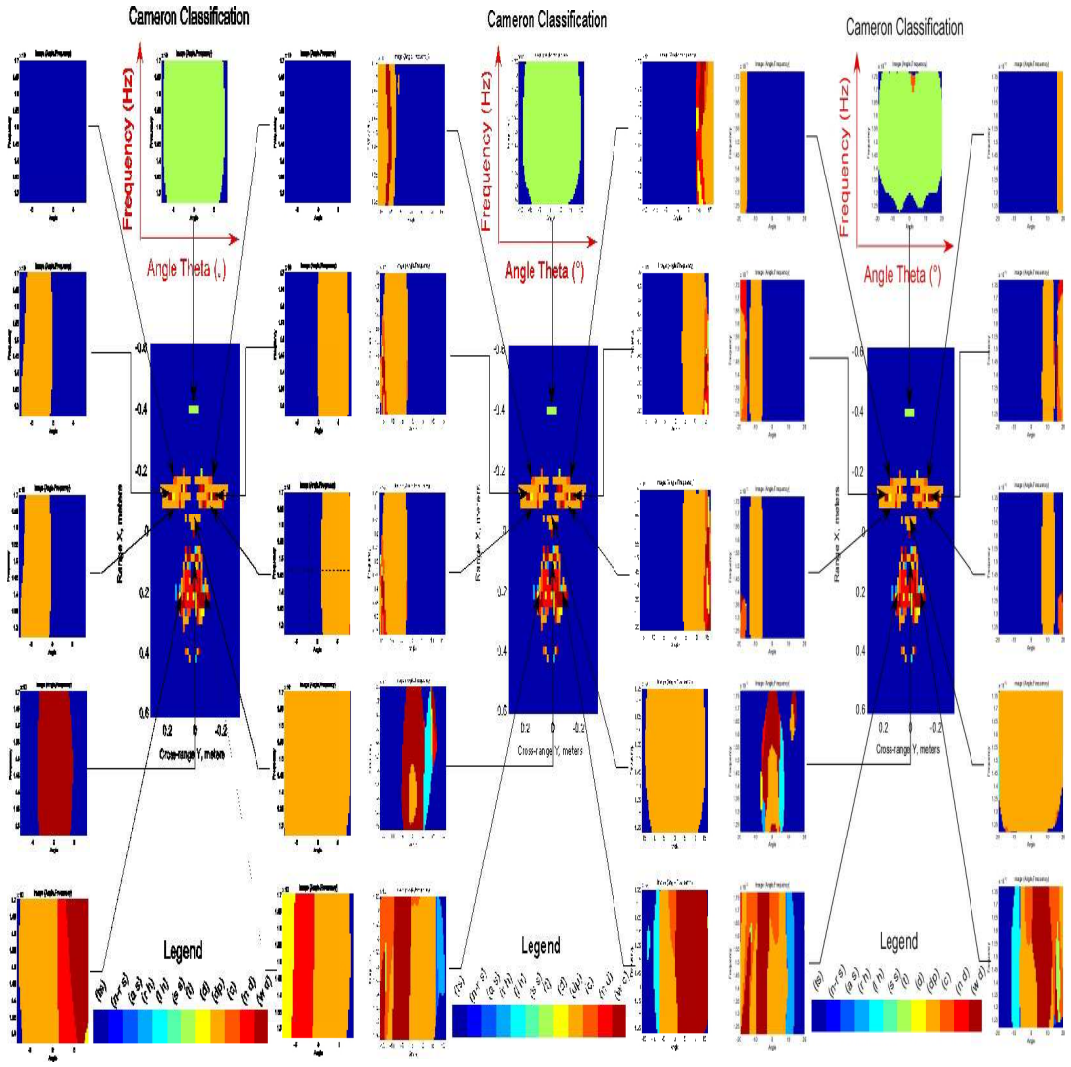


FIG. 5.13 – Evolution de la réponse polarimétrique fréquence/angle des diffuseurs, obtenue par l'hyperimage de Cameron avec différentes ondelettes.

Quant aux déflecteurs ils sont anisotropes quelle que soit la largeur de bande utilisée. Seule la nature polarimétrique change. Ainsi, pour une ondelette mère de 30% de largeur de bande, les bandes anisotropes sont de nature dièdre, dièdre étroit et dipôle. Ce qui explique que le radar voit une géométrie différente pour diverses orientations dans la même cellule de résolution. La réponse en dipôle constitue le mécanisme de rétrodiffusion du bord du déflecteur quant aux réponses en dièdre ils constituent la géométrie du stabiliseur avec le corps du missile, un cylindre. Pour des largeurs de bande inférieures on se retrouve dans le cas étudié précédemment.
On peut en conclure que la non-stationnarité polarimétrique a deux origines. D'une part, le mélange des contributions spatiales causé par le principe d'incertitude d'Heisenberg. D'autre part, le fait que le radar ne voit pas la même géométrie (anisotrope) dans la même cellule de résolution.

5.8 Conclusion

L'application des ondelettes continues sur la matrice de Sinclair permet de générer une hyper-matrice de diffusion. A partir de cette hyper-matrice de diffusion une première représentation énergétique des diffuseurs a été définie. Il s'agit du Span étendu. Son application, sur des données de chambre anéchoïque, a permis de mettre en évidence des diffuseurs anisotropes et dispersifs. En particulier, il a mis en évidence des réponses directives dont l'orientation correspond à l'orientation dans le plan horizontal du diffuseur. De plus, le Span étendu permet d'expliquer la formation d'image. Ainsi, si on modifie la résolution de l'image par changement des domaines d'intégration, les propriétés de l'image changent si les diffuseurs sont anisotropes et dispersifs.
A partir de l'hyper-matrice de diffusion, par application des décompositions cohérentes, une nouvelle série de représentations a été construite. Ces représentations synthétisent l'apport d'information de la polarimétrie radar et de l'analyse temps-fréquence. Dans le cas des hyperimages de Cameron, elles peuvent permettre de décrire le diffuseur par sa nature, son orientation dans le plan vertical (orientation de Huynen) et son orientation relative dans le plan horizontal.
De plus ces représentations permettent d'étudier la stationnarité des paramètres polarimétriques. Ainsi, sur des données des chambres anéchoïques il a été mis en évidence des diffuseurs polarimétriques stationnaires et non-stationnaires. Par une analyse multi-résolution la non stationnarité polarimétrique a pu être interprétée. D'une part, il s'agit des limitations des hyperimages et du principe d'incertitude d'Heisenberg. En effet, le mélange des contributions causé par l'application des ondelettes continues peut entraîner une non stationnarité polarimétrique. D'autre part, un cas d'anisotropie a été révélé. Dans ce cas, la non-stationnarité polarimétrique s'interprète par le fait que le radar ne voit pas la même géométrie dans une même cellule de résolution.
On a donc relié dans certains cas l'information d'anisotropie et de dispersivité à certains caractéristiques de la cible. De plus il a été mis en évidence une non-stationnarité polarimétrique. Il s'agit maintenant d'utiliser cette source d'information que sont les hyperimages polarimétriques afin de classifier et d'identifier automatiquement les diffuseurs.

6

Classifications basées sur les représentations hyperimages polarimétriques

Sommaire

6.1 Paramètres caractéristiques de l'anisotropie et de la dispersivité au sens énergétique du terme 134
6.1.1 Densité marginale en fréquence 135
6.1.2 Densité marginale en angle 137
6.2 Paramètres caractéristiques de la non-stationnarité polarimétrique 139
6.2.1 Entropie définie à l'aide des hyperimages polarimétriques de Krogager 139
6.2.2 Entropie définie à l'aide des hyperimages polarimétriques de Cameron 141
6.2.3 Répartition énergétique des contributions polarimétriques des hyperimages polarimétriques de Krogager 143
6.2.4 Répartition énergétique des classes polarimétriques des hyperimages polarimétriques de Cameron 146
6.3 Classification supervisée établie à partir de la répartition énergétique des classes polarimétriques des hyperimages polarimétriques de Cameron 148
6.4 Classification comportementale des diffuseurs, ... 148
6.5 Conclusion 152

Comme le chapitre 5 l'a démontré, les hyperimages polarimétriques sont des sources d'information des caractéristiques des diffuseurs. Ainsi, l'étude énergétique du Span étendu a permis de mettre en évidence des diffuseurs stationnaires, c'est à dire isotropes et non-dispersifs au sens énergétique du terme, mais aussi des diffuseurs non-stationnaires, c'est à dire soit anisotropes, soit dispersifs, soit anisotropes et dispersifs. Le Span étendu a montré que parmi les diffuseurs anisotropes certains avaient une réponse directive et d'autres non-directive. On peut imaginer, même si cela n'a pas été constaté que certains diffuseurs dispersifs peuvent avoir une réponse résonnante, c'est à dire qu'ils ne répondent que sur une certaine bande de fréquence, et d'autres non-résonnante. Il est donc intéressant d'établir une classification de ces différents états, résumés sur la figure 6.1 à partir du Span étendu.

Un raisonnement similaire peut être mené à partir des autres hyperimages polarimétriques, (Pauli, Krogager, Cameron), au sujet de la non-stationnarité polarimétrique. En effet, ces hyperimages ont mis en évidence des diffuseurs stationnaires polarimétriquement, c'est à dire des diffuseurs dont le comportement polarimétrique ne varie pas quelle que soit la fréquence émise et quel que soit l'angle sous lequel il est vu ; mais aussi des diffuseurs non-stationnaires polarimétriquement, soit anisotropes, soit dispersifs, soit anisotropes et dispersifs. Ici, par contre, il est plus difficile d'imaginer des sous-classes telles que directives ou non-directives ou encore résonnantes ou non-résonnantes. Ces classes sont résumées sur la figure 6.1.

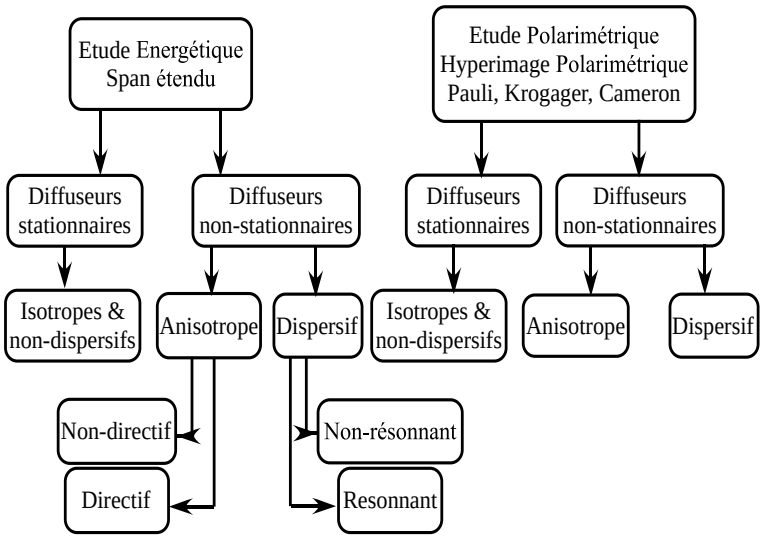


FIG. 6.1 – Différents états possibles d'un diffuseur mis en évidences par les hyperimages polarimétriques.

La problématique réside ici dans le fait que les hyperimages polarimétriques sont des représentations et ne peuvent être utilisées pour établir une classification. Il s'agit donc d'extraire des paramètres caractéristiques des classes mises en évidence ci-dessus, afin d'établir une classification sur ces paramètres. Ces paramètres doivent s'affranchir de l'orientation relative dans le plan horizontal, afin que la classification ne dépende pas de l'orientation de la cible, qui est un problème majeur dans la méthode de corrélation utilisée dans [Tri05].

6.1 Paramètres caractéristiques de l'anisotropie et de la dispersivité au sens énergétique du terme

Il s'agit ici de caractériser l'anisotropie et la dispersivité au sens énergétique du terme. Le but est donc d'extraire des paramètres à partir du Span étendu. L'idée est d'établir des représentations d'énergie soit en fonction de la fréquence émise, soit en fonction de l'angle d'observation. De telles distributions sont normalisées de telle façon à fournir une densité de répartition d'énergie.

6.1.1 Densité marginale en fréquence

Définition

A partir du Span étendu, la densité marginale en fréquence C_f, se définit par :

$$C_f(x,y,f) = \frac{\int_\theta \text{Span}(x,y,f,\theta)d\theta}{\int_\theta \int_f \text{Span}(x,y,f,\theta)d\theta df} \tag{6.1}$$

De cette densité marginale, la valeur moyenne et l'écart type, ont été estimés afin de caractériser plus précisément le comportement des diffuseurs.

Application sur des données de chambre anéchoïque

Cette densité marginale a été calculée sur l'image de chambre anéchoïque de la maquette de missile "Cyrano". De la même manière que pour le Span étendu, des diffuseurs d'intérêt ont été sélectionnés manuellement et leur comportement en fonction de la fréquence émise figure 6.2, a été représenté.

- Tête de Cyrano (P1) : La réponse du nez du missile semble non-dispersive. En effet, la répartition de l'énergie en fonction de la fréquence a une allure gaussienne, centrée sur la fréquence $15.2GHz$ (valeur moyenne) ce qui correspond à la fréquence centrale de $15GHz$ en réalité, et présente un fort écart type de $1.3GHz$.
- Bord d'attaque des ailes (P2, P3) : Tout comme le nez du missile, le comportement des bords d'attaque des ailes est non-dispersif. Il est caractérisé par une allure gaussienne dont la valeur moyenne se situe à $14.8GHz$, et un écart type élevé de $1.4GHz$ qui traduit le fait que les bords d'attaque des ailes répondent à toutes les fréquences.
- Bord de fuite des ailes (P4, P5) : Le comportement des bords de fuite des ailes est similaire au comportement des bords d'attaque des ailes. Ainsi, la même conclusion s'impose, la réponse des bords de fuite des ailes est non-dispersive (réponse à l'allure gaussienne, centrée sur la fréquence centrale et présentant un écart type élevé).
- Les ailes (P6, P7) : Comme il a été évoqué précédemment, la réponse des ailes est inexistante en réalité. Il s'agit ici, du mélange des contributions des bords d'attaque et des bords de fuite des ailes. Ainsi, le résultat de la réponse des ailes est un comportement non-dispersif.
- Entrée d'air (P8) : Comme les autres diffuseurs, la réponse en fréquence de l'entrée d'air est caractérisée par les mêmes phénomènes. Ainsi, ce comportement peut être considéré comme non-dispersif.
- Sortie d'air (P9) : La sortie d'air se prête aux remarques établies précédemment sur les autres diffuseurs. Elle est donc caractérisée par un comportement non-dispersif.
- Stabiliseurs (P10, P11) : La réponse des stabiliseurs a un comportement semblable à celui des autres diffuseurs. Elle est caractérisée par un comportement à l'allure gaussienne, de fréquence moyenne $15.1GHz$, d'écart type élevé $1.4GHz$. La conclusion s'impose, le comportement des stabiliseurs est non-dispersif.

La densité marginale en fréquence n'a pas permis de mettre en évidence des phénomènes dispersifs significatifs lors de cette étude. On aurait pu imaginer exhiber des phénomènes de résonance, ce n'est pas le cas. En effet, le comportement des diffuseurs, en général, présente une allure gaussienne, centrée sur la fréquence centrale et un écart type élevé qui traduit une réponse à toutes les fréquences d'émission. L'information sur la dispersivité ne semble pas significatif sur la bande de fréquence utilisée, elle est de l'ordre de 6 GHz. Il est ici nécessaire de s'interroger,

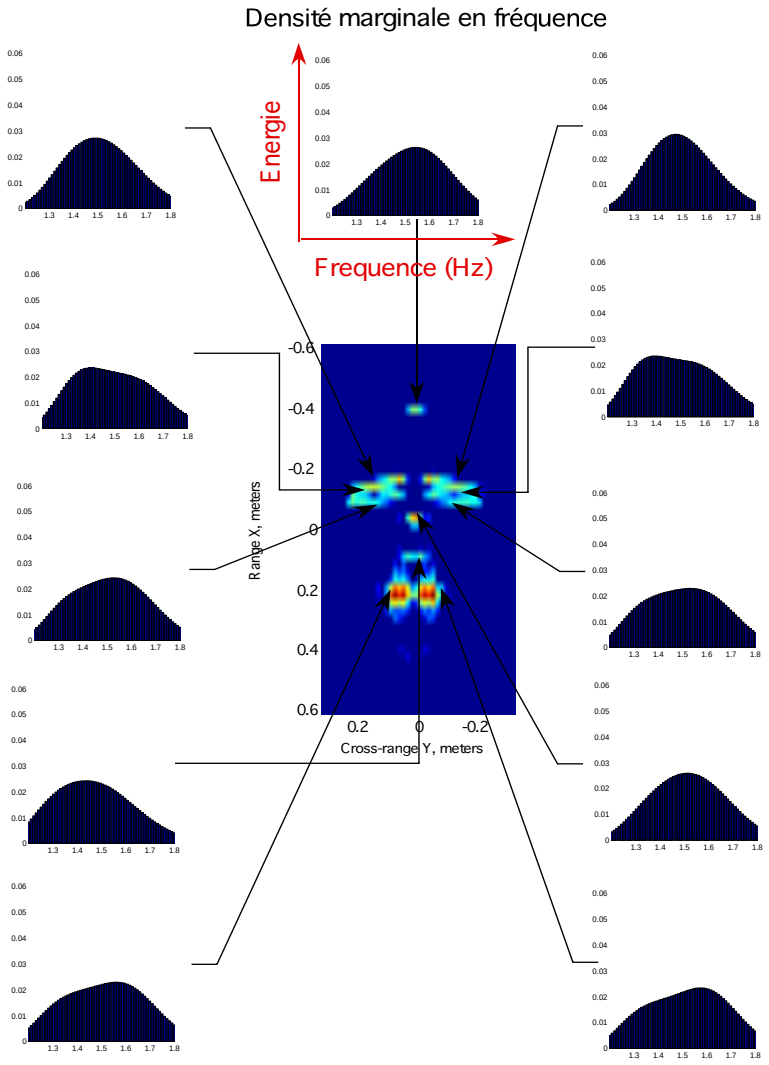


FIG. 6.2 – Evolution de la réponse énergétique des diffuseurs, en fonction de la fréquence émise, extraite de la densité marginale en fréquence.

sur l'utilité de l'information de dispersivité en imagerie SAR, dans la mesure où les bandes de fréquence utilisées sont bien plus faibles. Cependant les paramètres statistiques issus de la densité marginale en fréquence, peuvent permettre une classification des signaux. Un signal non-dispersif sera caractérisé par une valeur moyenne se situant à la fréquence centrale et par un fort écart type traduisant l'étalement de la réponse fréquentiel. L'écart type ici permettrait de distinguer les phénomènes de résonance (faible écart type) d'autres types de réponses fréquentielles. En conclusion, la densité marginale en fréquence apporte un complément d'information au Span étendu et semble être un paramètre caractéristique de la dispersivité.

6.1.2 Densité marginale en angle

Définition

A partir du Span étendu, la densité marginale en angle C_θ, se définit par :

$$C_\theta(x,y,\theta) = \frac{\int_f \text{Span}(x,y,f,\theta)df}{\int_\theta \int_f \text{Span}(x,y,f,\theta)d\theta df} \tag{6.2}$$

De cette densité marginale, la valeur moyenne et l'écart type, ont été estimés afin de caractériser plus précisément le comportement des diffuseurs.

Application sur des données de chambre anéchoïque

Cette densité marginale a été calculée sur l'image de chambre anéchoïque de la maquette de missile "Cyrano". De la même manière que pour le Span étendu, des diffuseurs d'intérêt ont été sélectionnés manuellement et leur comportement en fonction de l'angle d'observation figure 6.3 a été représenté.
L'étude de l'anisotropie peut être envisagée à partir de la densité marginale en angle. Dans ce travail, on s'attachera à montrer ce qu'apporte la densité marginale en angle au Span étendu, et on ne reviendra pas sur l'interprétation physique effectuée précédemment.
▮ Tête de Cyrano (P1) : La réponse du nez du missile semble constante pour tous les angles d'observation. Ainsi, la tête du missile est isotrope. En effet, elle présente une valeur moyenne de -1.93°, soit pratiquement au centre de l'excursion angulaire et un écart type de 11.42°. Cet écart type élevé, traduit le fait que l'énergie est répartie uniformément sur tout le domaine angulaire et traduit ici l'isotropie.
▮ Bord d'attaque des ailes (P2, P3) : Le comportement du bord d'attaque des ailes est anisotrope. En effet, ce dernier est marqué par une réponse à l'allure gaussienne dont la valeur moyenne est, pour le bord d'attaque gauche de $-18,44^\circ$, pour le bord d'attaque droit de $19,17^\circ$. Cette valeur moyenne semble correspondre à l'orientation dans le plan horizontal des diffuseurs, puisque cette dernière est en réalité de $\theta = 20^\circ$ ou $\theta = -20^\circ$. Leur faible écart type, c'est à dire une valeur aux alentours de 5.7° traduit la directivité de ce phénomène.
▮ Bord de fuite des ailes (P4, P5) : Tout comme le comportement des bords d'attaque des ailes, la réponse angulaire des bords de fuite est représentée par un comportement anisotrope. En effet, il est centré sur les valeurs moyennes -10.06° ou 10.95°. Ces valeurs moyennes expriment l'orientation du diffuseur dans le plan horizontal dans la mesure où cette dernière est de $\theta = 10^\circ$ ou $\theta = -10^\circ$. De même que pour les bords d'attaque, la valeur de l'écart type est faible (autour de 3°), et représente la directivité du phénomène.
▮ Les ailes (P6, P7) : Comme l'interprétation du Span étendu l'a montré, les ailes ne répondent pas en réalité. Ce phénomène traduit le principe d'incertitude dit d'Heisenberg et est donc une limitation de l'emploi des ondelettes continues. Ainsi, la densité marginale en angle est marquée par deux réponses directives gaussiennes, centrées s'il s'agit de l'aile droite ou gauche sur $\theta = 10^\circ$ ou $\theta = -10^\circ$ et $\theta = 20^\circ$ ou $\theta = -20^\circ$. Donc la valeur moyenne se place au centre de ces phénomènes puisqu'elle est de l'ordre de 15° et l'écart type reste assez faible et traduit la forte directivité des mécanismes puisqu'il se situe aux alentours de 6°.
▮ Entrée d'air (P8) : Le comportement de l'entrée d'air semble isotrope. La valeur moyenne est pratiquement à l'origine du domaine angulaire puisqu'elle est de -1.68° et l'écart type est assez élevé, de l'ordre de 10° et exprime le fait que l'énergie est répartie sur toute l'excursion angulaire.

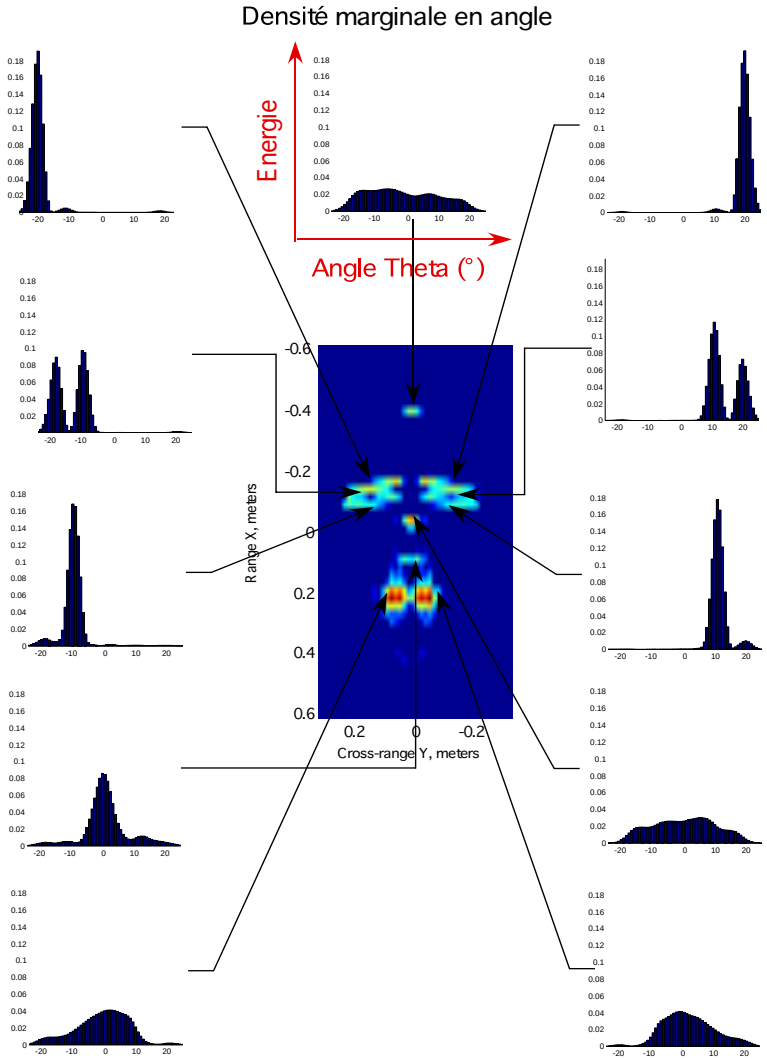


FIG. 6.3 – Evolution de la réponse énergétique des diffuseurs, en fonction de l'angle d'observation, extraite de la densité marginale en angle.

- Sortie d'air (P9) : Même si la réponse de la sortie d'air est centrée sur l'origine du domaine angulaire, elle traduit un phénomène d'anisotropie. En effet, cette réponse est directive comme le montre l'écart type de l'ordre de 7.37°.
- Stabiliseurs (P10, P11) : La réponse des stabiliseurs est anisotrope. En effet la densité marginale montre que les stabiliseurs répondent seulement sur une partie du domaine angulaire. Ce qui explique que la valeur moyenne, autour de 4.5°, est décalée par rapport à l'origine du domaine angulaire. Cependant, l'écart type est assez élevé, 8.5°, et traduit le fait que les stabiliseurs répondent sur une bonne partie du domaine angulaire.

La densité marginale en angle est complémentaire au Span étendu. Elle permet d'étudier les phénomènes d'anisotropie ou d'isotropie. Ainsi, sur cette étude de la maquette de missile "Cyrano", elle a mis en évidence deux types de diffuseurs, les diffuseurs isotropes, et les diffuseurs anisotropes. Les statistiques extraites de cette distribution permettent d'affiner la caractérisation de ces phénomènes. Ainsi, un diffuseur isotrope sera caractérisé par une valeur moyenne centrée à l'origine de l'excursion angulaire et par un fort écart type. Autrement, on pourra déduire que le

diffuseur sera anisotrope. Parmi, les diffuseurs anisotropes, elle a mis en évidence une sous-classe de diffuseurs qui ont une réponse directive. Ces derniers sont caractérisés par un faible écart type qui traduit la directivité. Dans certain cas de directivité, la valeur moyenne exprime l'orientation relative dans le plan horizontal des diffuseurs. Ces remarques sont importantes dans la mesure où elles permettent de traduire la phénoménologie des mécanismes de rétrodiffusion.

6.2 Paramètres caractéristiques de la non-stationnarité polarimétrique

Le but est d'extraire un paramètre caractéristique de la non-stationnarité polarimétrique afin d'identifier les diffuseurs stationnaires des diffuseurs non-stationnaires. Notre recherche s'est d'abord orientée vers la définition d'une entropie. L'objectif étant de savoir si un mécanisme de rétrodiffusion est prédominant, entropie faible ou si une réponse est constituée de plusieurs mécanismes de rétrodiffusion, entropie élevée.

6.2.1 Entropie définie à l'aide des hyperimages polarimétriques de Krogager

Définition

A partir, des paramètres issus de la décomposition de Krogager appliquée à l'hyper-matrice de diffusion, une entropie des contributions polarimétriques peut être construite. Elle se définit de la manière suivante :

$$P_1(\vec{r},\vec{k}) = \frac{K_s^2(\vec{r},\vec{k})}{K_s^2(\vec{r},\vec{k}) + K_d^2(\vec{r},\vec{k}) + K_h^2(\vec{r},\vec{k})} \tag{6.3}$$

$$P_2(\vec{r},\vec{k}) = \frac{K_d^2(\vec{r},\vec{k})}{K_s^2(\vec{r},\vec{k}) + K_d^2(\vec{r},\vec{k}) + K_h^2(\vec{r},\vec{k})} \tag{6.4}$$

$$P_3(\vec{r},\vec{k}) = \frac{K_h^2(\vec{r},\vec{k})}{K_s^2(\vec{r},\vec{k}) + K_d^2(\vec{r},\vec{k}) + K_h^2(\vec{r},\vec{k})} \tag{6.5}$$

$$H(\vec{r},\vec{k}) = -\sum_{i=1}^{3} P_i(\vec{r},\vec{k}) \log_3(P_i(\vec{r},\vec{k})) \tag{6.6}$$

Interprétation

Si l'une des contribution est dominante alors l'entropie est nulle. Par contre si les trois contributions sont équivalentes l'entropie est maximale et égale à 1.

Application sur des données de chambre anéchoïque

Cette entropie a été testée sur l'image du missile Cyrano. Les diffuseurs ont été sélectionnés manuellement et l'évolution de l'entropie a été représenté sur la figure 6.4.

- Tête de Cyrano (P1) : L'entropie du nez du missile, est quasiment nulle sur tout le domaine angulaire et fréquentiel. Le diffuseur est donc stationnaire et est caractérisé par un seul phénomène de rétrodiffusion. Pour rappel, cela correspond aux hyperimages de Krogager qui avaient identifié le mécanisme de type sphère comme étant prédominant.
- Bord d'attaque des ailes (P2, P3) : Le bord d'attaque des ailes est marqué par une réponse directive centré sur $\theta = 20^\circ$ ou $\theta = -20^\circ$. L'interprétation de ce phénomène directif a été donné

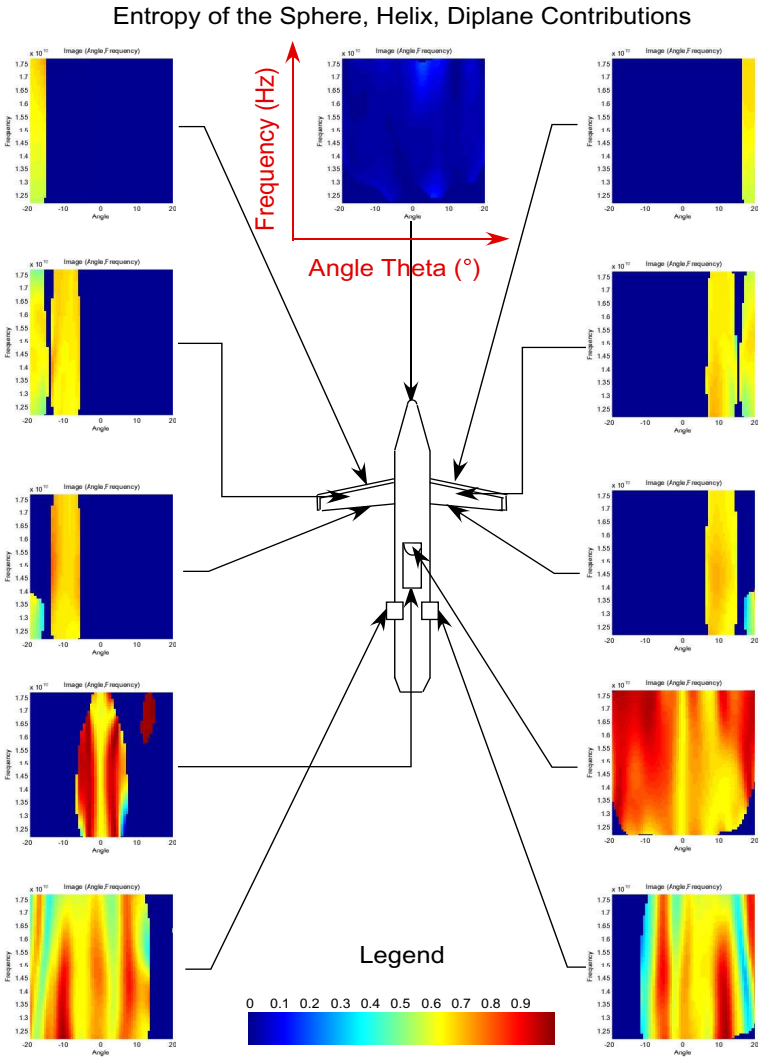


FIG. 6.4 – Evolution de l'entropie, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite des hyperimages polarimétriques de Krogager.

lors de l'étude du Span étendu. Il s'agit d'un phénomène de diffraction dont l'angle central est relié à l'orientation relative dans le plan horizontal du diffuseur. Au niveau de l'entropie, la réponse est stationnaire dans tout le domaine significatif du comportement du diffuseur. En effet, elle est caractérisée par une réponse moyennement élevée qui est constante sur tout le domaine significatif de la réponse. Cela montre que le bord d'attaque des ailes est le siège de plusieurs phénomènes de rétrodiffusion. Pour souvenir la réponse du bord des ailes était constituée d'un mélange des contributions de type dièdre et de type sphère.

▮ Bord de fuite des ailes (P4, P5) : Comme les bords d'attaque des ailes, le comportement des bords de fuite traduit un phénomène de diffraction orienté à $\theta = 10^{\circ}$ ou $\theta = -10^{\circ}$. Ce phénomène directif se retrouve sur l'entropie. Sur cette réponse directive, l'entropie est constante. Le comportement polarimétrique est donc stationnaire. Elle est caractérisée par une entropie moyennement élevée qui confirme le mélange des contributions polarimétriques de type sphère et de type dièdre vu précédemment.

▮ Les ailes (P6, P7) : L'étude sur le Span étendu nous a montré que la réponse des ailes était en réalité le mélange des contributions des bords d'attaque et des bords de fuite des ailes. Cette limitation causée par le principe d'incertitude, dit d'Heisenberg, se retrouve sur cette représentation. En effet l'entropie des ailes est caractérisée par deux réponses directives dont le comportement est constant.
▮ Entrée d'air (P8) : Le comportement de l'entropie en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise traduit une réponse anisotrope et dispersive. En effet, elle alterne entre une entropie très élevée et une entropie moyennement élevée. Le comportement de l'entrée d'air est donc non-stationnaire. Ce résultat ne correspond pas aux résultats obtenus par la décomposition de Krogager appliquée à l'hyper-matrice de diffusion et montre les limites d'un affichage couleur.
▮ Sortie d'air (P9) : La sortie d'air est caractérisée par une réponse directive au niveau de $\theta = 0^{\circ}$. Comme l'a montré le span étendu, elle traduit la réflexion spéculaire du fond du guide d'onde. Le comportement de la sortie d'air est anisotrope. En effet, elle alterne par bandes de couleur entre une entropie très élevée et une entropie moyennement élevée.
▮ Stabiliseurs (P10, P11) : Les stabiliseurs répondent sur une partie du domaine angulaire. Ce comportement a été interprété lors de l'étude du Span étendu. Au niveau de l'entropie, elle alterne par bandes de couleur, variant d'une entropie faible à une entropie élevée. Le comportement polarimétrique est donc non-stationnaire et dans ce cas il est anisotrope.
Les variations de l'entropie permettent de retrouver la non-stationnarité polarimétrique. En effet, une entropie faible indique qu'un seul phénomène de rétrodiffusion est présent alors qu'une entropie élevée indique que tous les mécanismes de rétrodiffusion sont présents. Cependant, ce paramètre ne semble pas satisfaisant pour être utilisé dans un processus de classification. En effet, ce sont les variations de l'entropie qui indiquent une non-stationnarité polarimétrique. Il faudrait donc extraire un nouveau paramètre traduisant ces variations. De plus, ce paramètre dépend toujours de l'orientation relative dans le plan horizontal. Ainsi, il ne permettra pas de classifier des diffuseurs de même nature mais d'orientation différente. Néanmoins, nous avons tenté d'appliquer un raisonnement similaire à la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion.

6.2.2 Entropie définie à l'aide des hyperimages polarimétriques de Cameron

Définition

A partir, des paramètres issus de la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion, une entropie des contributions polarimétriques peut être construite. Elle se définit de la manière suivante :

$$P_1(\vec{r},\vec{k}) = \cos\left(\theta_{rec}(\vec{r},\vec{k})\right)^2 \cos\left(\tau(\vec{r},\vec{k})\right)^2 \tag{6.7}$$

$$P_2(\vec{r},\vec{k}) = \cos\left(\theta_{rec}(\vec{r},\vec{k})\right)^2 \sin\left(\tau(\vec{r},\vec{k})\right)^2 \tag{6.8}$$

$$P_3(\vec{r},\vec{k}) = \sin\left(\theta_{rec}(\vec{r},\vec{k})\right)^2 \tag{6.9}$$

$$H(\vec{r},\vec{k}) = -\sum_{i=1}^{3} P_i(\vec{r},\vec{k}) \log_3(P_i(\vec{r},\vec{k})) \tag{6.10}$$

Interprétation

Si cette entropie est nulle, cela veut dire que l'une des contributions polarimétriques parmi la composante symétrique maximum, la contribution symétrique minimum ou la réponse non-

réciproque, domine la réponse du diffuseur. Si cette entropie est élevée voire égale à un, cela veut dire que les trois contributions polarimétriques sont équivalentes.

Application sur des données de chambre anéchoïque

Cette entropie a été testée sur l'image du missile Cyrano. Les diffuseurs ont été sélectionnés manuellement et l'évolution de l'entropie a été représentée sur la figure 6.5.

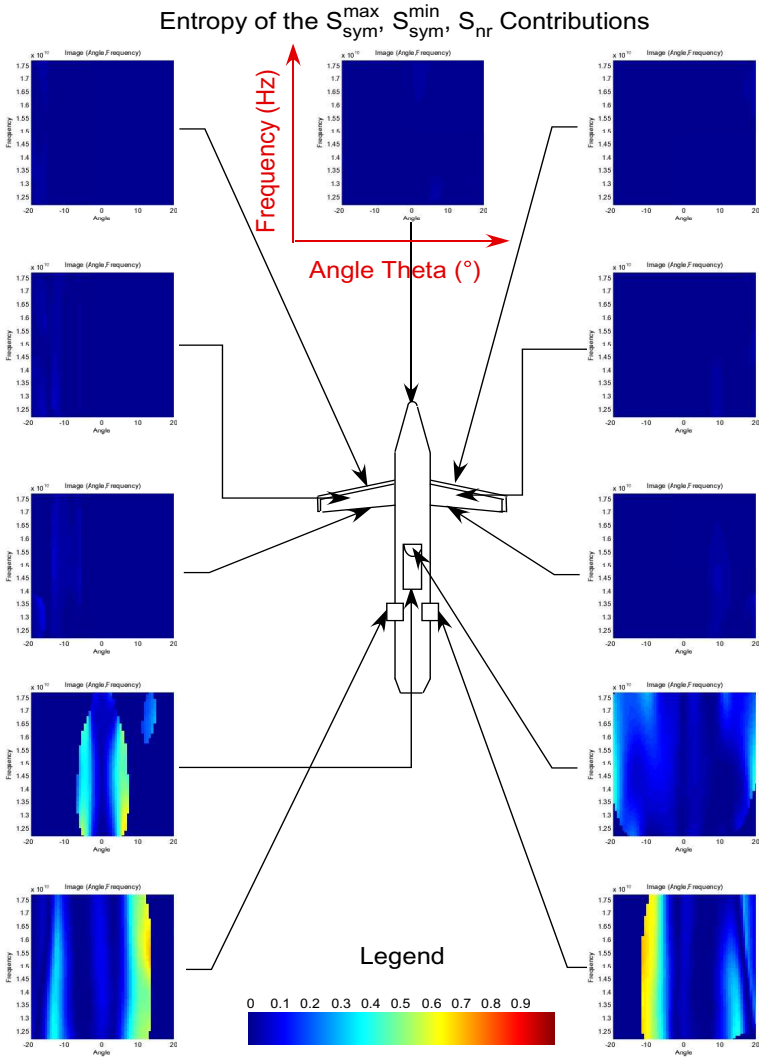


FIG. 6.5 – Evolution de l'entropie, en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence émise, extraite des hyperimages polarimétriques de Cameron.

▮ Tête de Cyrano (P1) : L'entropie du nez du missile, est quasiment nulle sur tout le domaine angulaire et fréquentiel. Cependant, on ne peut pas conclure sur la stationnarité du diffuseur. En effet, si c'est la composante symétrique maximum qui domine, la réponse polarimétrique peut varier du dièdre au quart d'onde. En réalité, le diffuseur est stationnaire car le diffuseur est identifié comme trièdre pour toutes les fréquences émises et pour tous les angles d'observation. On est donc dans le cas où on ne peut pas conclure avec l'entropie, dans la mesure où c'est une réponse d'un diffuseur symétrique maximum qui domine.

▮ Bord d'attaque des ailes (P2, P3) : L'entropie du bord d'attaque des ailes n'est pas marqué par la réponse directive caractéristique d'un phénomène de diffraction. En effet, l'entropie est quasiment nulle sur tous les domaines fréquentiel et angulaire. Ce comportement est explicable car la réponse directive est un dipôle et que sur le reste du domaine, le diffuseur ne répond pas. On se retrouve sur le même cas que le nez du missile. En effet, l'entropie ne permet pas de conclure sur la stationnarité polarimétrique dans la mesure où c'est la composante symétrique maximum qui domine la réponse.
▮ Bord de fuite des ailes (P4, P5) : Comme les bords d'attaque des ailes, le comportement des bords de fuite traduit une entropie nulle sur tous les domaines. La constatation est identique au bord d'attaque des ailes. On ne peut pas conclure.
▮ Les ailes (P6, P7) : L'étude sur le Span étendu nous a montré que la réponse des ailes était en réalité le mélange des contributions des bords d'attaque et des bords de fuite des ailes. Cette limitation causée par le principe d'incertitude, dit d'Heisenberg, se retrouve sur cette représentation. En effet l'entropie des ailes est caractérisée par une entropie quasiment nulle sur tous les domaines.
▮ Entrée d'air (P8) : Comme les bords d'attaque et de fuite des ailes, l'entropie est nulle sur tout le domaine fréquence/angle. De ce fait on ne peut pas conclure sur la stationnarité polarimétrique.
▮ Sortie d'air (P9) : La sortie d'air est caractérisée par une réponse directive au niveau de $\theta = 0^{\circ}$, entropie faible encadré par deux bandes d'entropie élevé. Comme l'a montré le span étendu, elle traduit la réflexion spéculaire du fond du guide d'onde. Le comportement de la sortie d'air est anisotrope. En effet, elle alterne par bandes de couleur entre une entropie très élevée et une entropie faible.
▮ Stabiliseurs (P10, P11) : Les stabiliseurs répondent sur une partie du domaine angulaire. Ce comportement a été interprété lors de l'étude du Span étendu. Au niveau de l'entropie, elle alterne par bandes de couleur, variant d'une entropie faible à une entropie moyennement élevée. Le comportement polarimétrique est donc non-stationnaire et dans ce cas il est anisotrope.
Les résultats fournis par l'entropie extraite de la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusions ne sont pas satisfaisants. D'une part ils ne permettent pas de conclure sur la stationnarité polarimétrique sauf si les diffuseurs sont identifiés comme non-stationnaires (variations significatives de l'entropie). D'autre part, ces résultats dépendent toujours de l'orientation relative dans le plan horizontal. Ainsi, dans un processus de classification, l'entropie ne permet pas de classifier dans une même classe des cibles d'orientation différente.
L'entropie dans le cas des décompositions de Krogager et de Cameron, ne fournit pas de résultats satisfaisants. En effet, si les variations de l'entropie indiquent dans la plupart des cas une non-stationnarité polarimétrique, elle dépend toujours de l'orientation des cibles. De plus, pour la décomposition de Cameron, elle ne permet pas de conclure quand l'entropie est nulle. De ce fait, un raisonnement similaire peut être opéré avec la décomposition de Pauli, mais devant la médiocrité des résultats, on s'est orienté vers des répartitions énergétiques de contribution ou de classe.

6.2.3 Répartition énergétique des contributions polarimétriques des hyper-images polarimétriques de Krogager

Définition

Il s'agit de définir une répartition des contributions polarimétriques issues de la décomposition de Krogager appliquée à l'hyper-matrice de diffusion sur les domaines fréquence/angle, de telle manière à expliciter un comportement polarimétrique moyen qui s'affranchisse de l'orientation

relative. Cette répartition énergétique se définit de la manière suivante :

$$\rho_j(\vec{r}) = \frac{\int_{f,\theta} Span(\vec{r},\vec{k})\delta(K_i(\vec{r},\vec{k}) - K_j)d\vec{k}}{\int_{f,\theta} Span(\vec{r},\vec{k})d\vec{k}} \tag{6.11}$$

Cette répartition peut être visualisée sous forme d'histogramme où chaque classe de celui-ci, représente les différentes contributions de type sphère, dièdre et hélice.

Application sur des données de chambre anéchoïque

C'est ainsi qu'elle a été appliquée sur l'image du missile Cyrano et les histogrammes des diffuseurs sélectionnés manuellement sont décrits sur la figure 6.6.

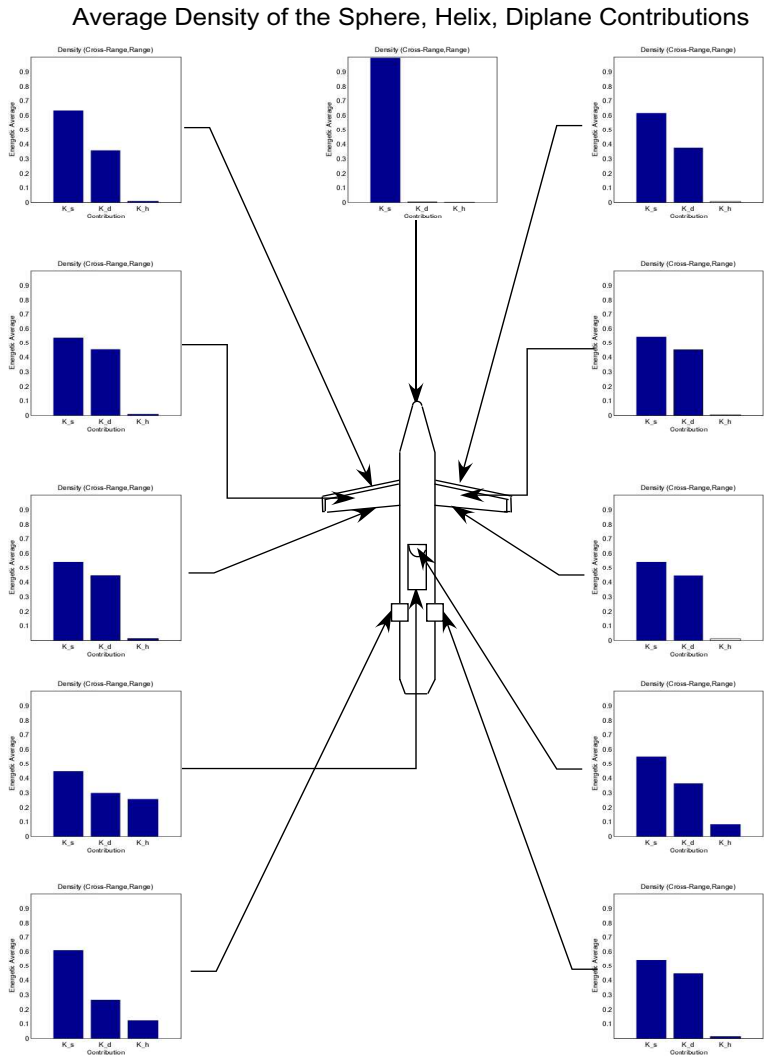


FIG. 6.6 – Répartition énergétique des contributions polarimétriques, extraite des hyperimages polarimétriques de Krogager.

▮ Tête de Cyrano (P1) : La répartition énergétique des contributions est composée d'une réponse dominante de type sphère. Le diffuseur est donc polarimétriquement stationnaire. Ce qui correspond aux résultats obtenus par la décomposition de Krogager appliquée à l'hyper-matrice de diffusion.
▮ Bord d'attaque des ailes (P2, P3) : La répartition énergétique des contributions est constituée de deux composantes, l'une de type sphère qui domine, l'autre de type dièdre. Cependant, on ne peut pas conclure sur la non-stationnarité du diffuseur. En effet, ce mélange constitue peut-être la réponse du diffuseur. En réalité c'est le cas, comme l'a montré la décomposition de Krogager appliquée à l'hyper-matrice de diffusion, ce diffuseur est stationnaire.
▮ Bord de fuite des ailes (P4, P5) : La répartition énergétique des contributions est constituée de deux composantes, l'une de type sphère qui domine, l'autre de type dièdre. Cependant, on ne peut pas conclure sur la non-stationnarité du diffuseur. En effet, ce mélange constitue peut être la réponse du diffuseur. En réalité c'est le cas, comme l'a montré la décomposition de Krogager appliquée à l'hyper-matrice de diffusion, ce diffuseur est stationnaire.
▮ Les ailes (P6, P7) : L'étude sur le Span étendu nous a montré que la réponse des ailes était en réalité le mélange des contributions des bords d'attaque et des bords de fuite des ailes. Cette limitation causée par le principe d'incertitude, dit d'Heisenberg, se retrouve sur cette représentation. En effet, la répartition énergétique de contributions est constituée de deux composantes, l'une de type sphère qui domine, l'autre de type dièdre.
▮ Entrée d'air (P8) : L'entrée d'air est caractérisée par une répartition énergétique des contributions constituée des trois composantes. Par ordre de réponse croissante on peut citer l'hélice, le dièdre et la sphère. Cependant, on ne peut pas conclure à la non-stationnarité du diffuseur. En effet, ce mélange constitue peut-être la réponse du diffuseur.En réalité c'est le cas, comme l'a montré la décomposition de Krogager appliquée à l'hyper-matrice de diffusion, ce diffuseur est stationnaire.
▮ Sortie d'air (P9) : La sortie d'air est caractérisée par une répartition énergétique de contributions constituée des trois composantes. Par ordre de réponse croissante on peut citer l'hélice, le dièdre et la sphère. Cependant, on ne peut pas conclure à la non-stationnarité du diffuseur. En effet, ce mélange constitue peut être la réponse du diffuseur.En réalité ce n'est pas le cas, comme l'a montré la décomposition de Krogager appliquée à l'hyper-matrice de diffusion, ce diffuseur est non-stationnaire.
▮ Stabiliseurs (P10, P11) : Les stabiliseurs sont caractérisés par une répartition énergétique des contributions constituée des trois composantes. Par ordre de réponse croissante on peut citer l'hélice, le dièdre et la sphère. Cependant, on ne peut pas conclure à la non-stationnarité du diffuseur. En effet, ce mélange constitue peut-être la réponse du diffuseur.En réalité ce n'est pas le cas, comme l'a montré la décomposition de Krogager appliquée à l'hyper-matrice de diffusion, ce diffuseur est non-stationnaire.
Ce paramètre est très intéressant. En effet dans le cas où la répartition énergétique est constituée d'une seule composante, elle permet de conclure à la stationnarité polarimétrique du diffuseur. Cependant, elle montre aussi ses limites. Effectivement quand cette répartition est composée de plusieurs contributions polarimétriques, elle ne permet pas de conclure à la non-stationnarité polarimétrique. Certes un raisonnement similaire aurait pu être élaboré avec la décomposition de Pauli. Cependant cela aurait donné des résultats comparables. C'est pourquoi, on s'est orienté vers la définition d'une répartition énergétique de classe à partir de la décomposition de Cameron.

6.2.4 Répartition énergétique des classes polarimétriques des hyperimages polarimétriques de Cameron

Définition

Il s'agit de définir une répartition énergétique de classe à partir de l'hyperimage de classification obtenue par la décomposition de Cameron et à partir du span étendu. L'objectif est d'extraire un paramètre caractéristique de la non-stationnarité polarimétrique. Il est défini de la manière suivante :

$$\rho_j(\vec{r}) = \frac{\int_{f,\theta} Span(\vec{r},\vec{k})\delta(Classification(\vec{r},\vec{k}) - Class_j)d\vec{k}}{\int_{f,\theta} Span(\vec{r},\vec{k})d\vec{k}} \tag{6.12}$$

Interprétation

Ce paramètre peut être représenté sous forme d'histogramme dont les classes sont celles de la classification de Cameron et dont chaque classe est bornée à 1. Si l'histogramme est décrit de telle manière qu'une classe domine la réponse voire atteint le maximum 1, alors le diffuseur est stationnaire polarimétriquement. Sinon, si la répartition énergétique est distribuée selon plusieurs classes, alors le diffuseur sera polarimétriquement non-stationnaire.

Application sur des données de chambre anéchoïque

Ce type de paramètre a été testé sur l'image du missile Cyrano dont les histogrammes des diffuseurs sélectionnés manuellement, ont été représentés sur la figure 6.7.

- Tête de Cyrano (P1) : La répartition énergétique de classes est composée d'une réponse dominante de type trièdre. Le diffuseur est donc polarimétriquement stationnaire. Ce qui correspond aux résultats obtenus par la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion.
- Bord d'attaque des ailes (P2, P3) : La répartition énergétique de classes est constituée d'une composante, de type dipôle. Le diffuseur est donc polarimétriquement stationnaire. Ce qui correspond aux résultats obtenus par la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion.
- Bord de fuite des ailes (P4, P5) : La répartition énergétique de classes est constituée d'une composante, de type dipôle. Le diffuseur est donc polarimétriquement stationnaire. Ce qui correspond aux résultats obtenus par la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion.
- Les ailes (P6, P7) : L'étude sur le Span étendu nous a montré que la réponse des ailes était en réalité le mélange des contributions des bords d'attaque et des bords de fuite des ailes. Cette limitation causée par le principe d'incertitude, dit d'Heisenberg, se retrouve sur cette représentation. En effet, la répartition énergétique de classes est constituée d'une composantes de type dipôle.
- Entrée d'air (P8) : L'entrée d'air est caractérisée par une répartition énergétique de classes constituée d'une composante de type dipôle. Le diffuseur est donc polarimétriquement stationnaire. Ce qui correspond aux résultats obtenus par la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion.
- Sortie d'air (P9) : La sortie d'air est caractérisée par une répartition énergétique de classes constituée des trois composantes. Par ordre de réponse croissante on peut citer l'hélice, le quart d'onde et le dipôle. Ce diffuseur est polarimétriquement non-stationnaire. Ce qui correspond aux

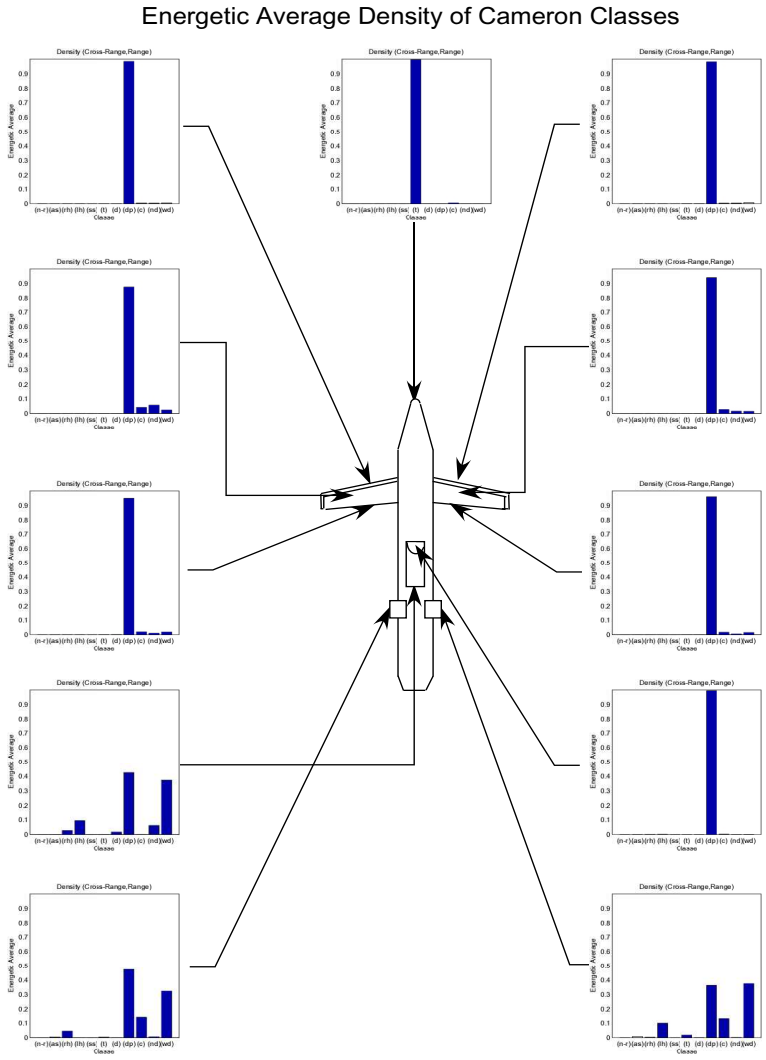


FIG. 6.7 – Répartition énergétique des classes, extraite des hyperimages polarimétriques de Cameron.

résultats obtenus par la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion.

▮ Stabiliseurs (P10, P11) : Les stabiliseurs sont caractérisés par une répartition énergétique de classes constituée des trois composantes. Par ordre de réponse croissante on peut citer l'hélice, le quart d'onde et le dipôle. Ce diffuseur est polarimétriquement non-stationnaire. Ce qui correspond aux résultats obtenus par la décomposition de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion. Cette répartition énergétique de classe s'affranchit de l'orientation relative des diffuseurs. De plus, ce paramètre traduit parfaitement la stationnarité polarimétrique. Ainsi, par seuillage de ce paramètre on pourra séparer les diffuseurs stationnaires des diffuseurs non-stationnaires. Ce seuil qui devrait être strictement fixé à 1 sera en pratique fixé arbitrairement à 50%. En effet, on considère que lorsque plus de la moitié de l'énergie est contenue dans une classe, cette classe est dominante.

6.3 Classification supervisée établie à partir de la répartition énergétique des classes polarimétriques des hyperimages polarimétriques de Cameron

Une classification supervisée a pu être établie [DOV+07a]. Il s'agit de sélectionner des diffuseurs de référence, puis de comparer ceux-ci aux diffuseurs de référence par simple calcul de distance euclidienne sur les histogrammes. Il est à noter que la classification ne présente pas de classe de rejet. En effet, même si la distance est élevée, le diffuseur est affectée à la classe la plus proche. Ce processus de classification a été testé sur l'image SAR représentée sur la figure 6.8.

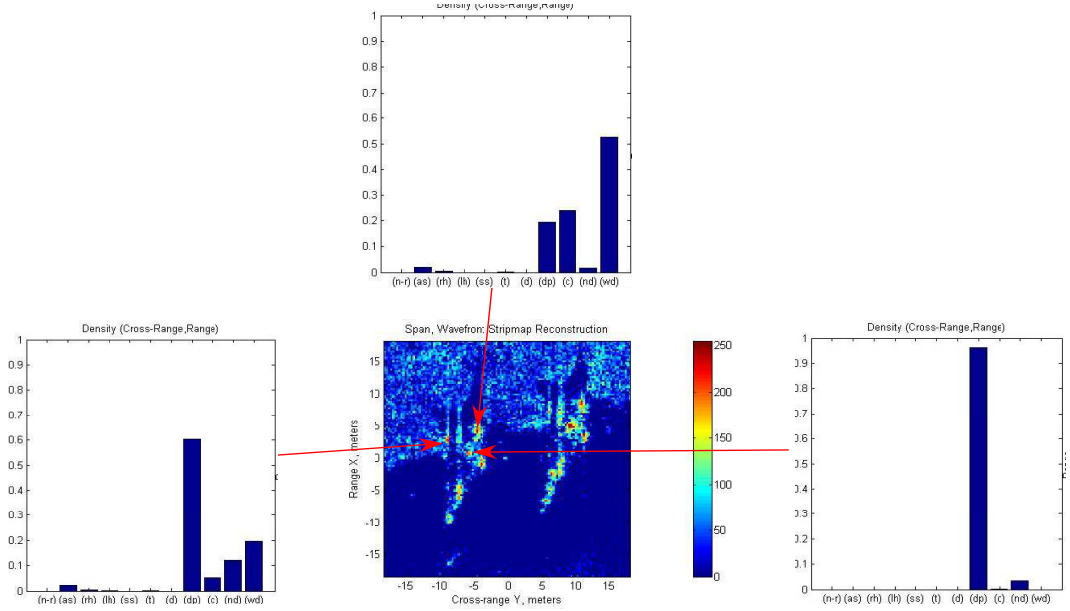


FIG. 6.8 – Répartition énergétique des classes, extraite des hyperimages polarimétriques de Cameron et du test de cohérence de Touzi.

Cette image présente deux avions de chasse français, garés sur le tarmac à proximité d'une végétation. Pour appliquer nos algorithmes valables en chambre anéchoïque sur une image SAR, le test de cohérence de Touzi a été appliqué figure 6.9. Sur cette image, il a été sélectionné sur le premier avion, trois diffuseurs de référence représentant le coeur du fuselage, le bord d'une aile et la dérive. Le but de cette classification est de retrouver ces diffuseurs sur le second avion. Les résultats de la classification sont représentés sur la figure 6.10.
Le coeur du fuselage est parfaitement retrouvé sur les deux avions. Par contre, il y a un mélange entre la dérive et le bord d'aile. Ceci est explicable car ils ont une représentation énergétique de classe assez proche. Notre critère de sélection, c'est à dire, la distance euclidienne, n'est pas capable de les différencier.
L'intérêt de ce paramètre, la densité énergique de classe, pour un processus de classification a été prouvé. Il s'agit, maintenant de l'utiliser dans une classification comportementale des diffuseurs.

6.4 Classification comportementale des diffuseurs,

L'objectif de cette partie est de développer une classification comportementale des diffuseurs. C'est à dire, le but est de classifier les diffuseurs selon s'ils sont anisotropes/isotropes, dispersifs/non-

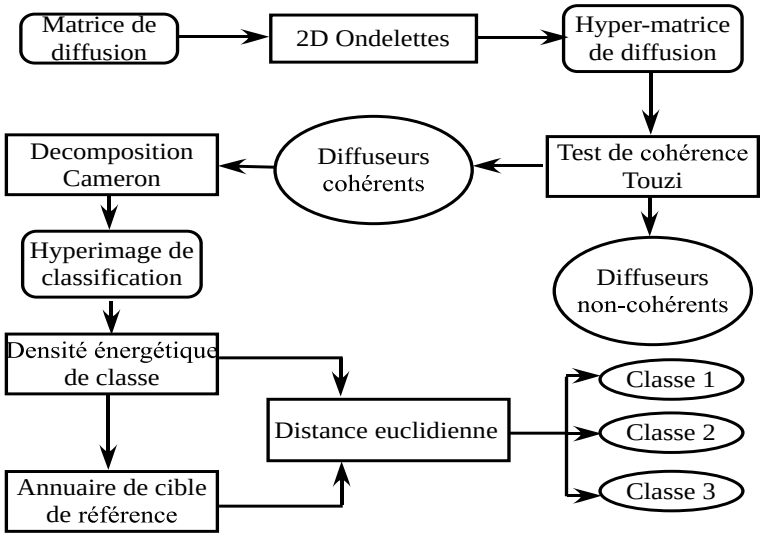


FIG. 6.9 – Algorithme de classification supervisée basée sur la densité énergétique de classe.

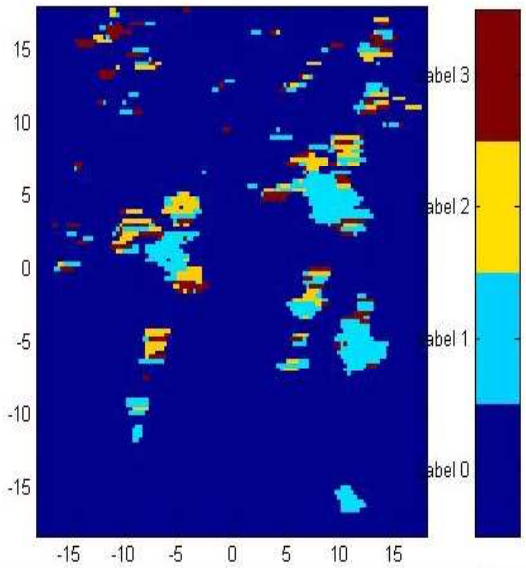


FIG. 6.10 – Classification des diffuseurs.

dispersifs et polarimétriquement stationnaires/non-stationnaires. Cette classification repose sur les critères développés précédemment [DOFF$^+$07]. Ces critères sont importants. Il faut qu'ils traduisent soit l'anisotropie, soit la dispersivité, soit la stationnarité polarimétrique.
L'un des premiers critères qui nous vient naturellement est l'écart type en angle extrait de la densité marginale en angle. En effet, un écart type faible traduira un signal directif alors qu'un écart type élevé signifiera que le signal est non-directif. Par l'application d'un seuil, on pourra séparer les signaux directifs des signaux non-directifs. Le choix de ce seuil est donc important. Le modèle issue de la densité marginale en angle est un modèle gaussien. La distribution du diffuseur s'étale de plus ou moins 3σ. Le seuil est donc fixé à un sixième de l'étalement angulaire. Par analogie de la densité marginale en fréquence, le deuxième paramètre utilisé est l'écart type

en fréquence. Effectivement, un écart type faible traduira un signal résonnant alors qu'un écart type élevé signifiera que le signal est non-resonnant. De la même manière que l'écart type en angle, la classification se fait de façon supervisée. Le modèle issu de la densité marginale en fréquence est un modèle gaussien. La distribution du diffuseur s'étale de plus ou moins 3σ. Le seuil est donc fixé à un sixième de l'étalement fréquentiel.
Le dernier critère doit traduire la stationnarité polarimétrique. Il s'agit donc de la répartition énergétique de classe extrait de la classification de Cameron appliquée à l'hyper-matrice de diffusion. Nous avons vu que si une classe contenait toute l'énergie, c'est à dire si elle est égale à 1 alors le signal est stationnaire. Autrement il est non-stationnaire. En pratique nous avons fixé ce seuil arbitrairement à 50%.
Cette classification hiérarchique est représentée sur la figure 6.11.

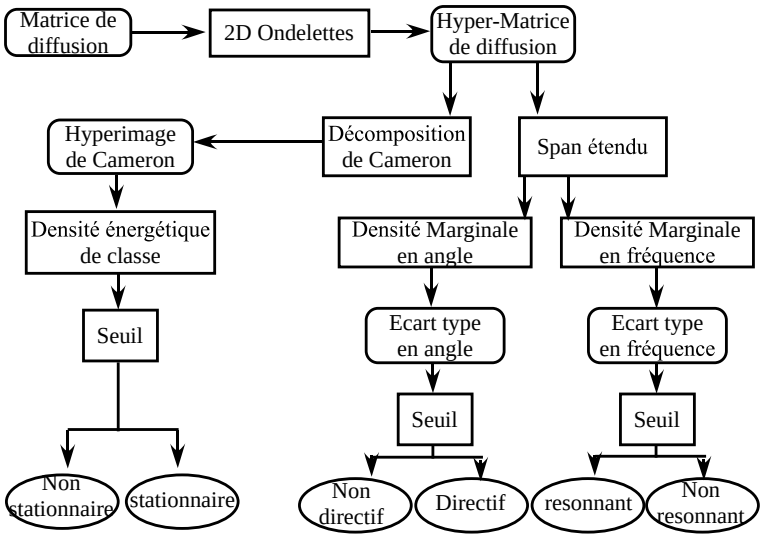


Fig. 6.11 – Algorithme de classification comportementale.

Cette classification a été appliquée à l'image du missile Cyrano dont les résultats sont présentés sur la figure 6.12.
‘
Cette classification permet de synthétiser l'information issue des hyperimages polarimétriques. Ainsi, le nez de Cyrano et l'entrée d'air sont classés comme étant non-résonnant, non-directif et polarimétriquement stationnaire. Les bords d'attaque et de fuite des ailes ainsi que les ailes sont classés de manière directives, non-dispersives et polarimétriquement stationnaires. Les déflecteurs sont classés comme étant non-résonnant, non-directif et polarimétriquement non-stationnaire.
Ce raisonnement a été testé sur l'image SAR de la région de Brétigny. Pour évaluer la stationnarité polarimétrique, la décomposition de Cameron a été remplacée par la décomposition H/A/Alpha. En effet, cela évite de passer par le test de cohérence de Touzi et ses paramètres à régler : le voisinage et le seuil de cohérence ponctuelle. De plus, cela permet d'appliquer notre raisonnement aux diffuseurs non-cohérents comme par exemple la végétation. Les résultats de cette classification sont décrits sur la figure 6.13.
Les diffuseurs des bâtiments et quelques voitures sur le parking, sont classés comme étant non-dispersifs, anisotropes et polarimétriquement stationnaires. Ce qui correspond à la réalité physique. Les trièdres de calibration sont classés comme étant non-dispersifs, anisotropes et polarimétriquement stationnaires. Or un trièdre devrait être classé comme isotrope. On ne dispose en

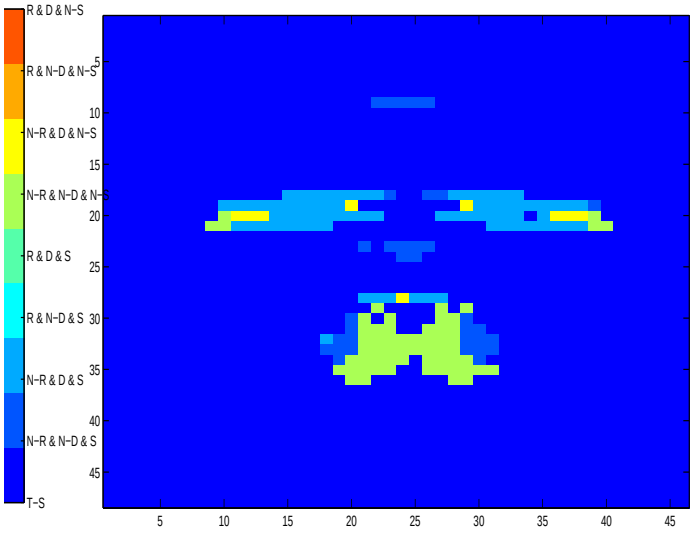


FIG. 6.12 – Résultat de la classification de l'image de chambre anéchoïque du missile Cyrano.

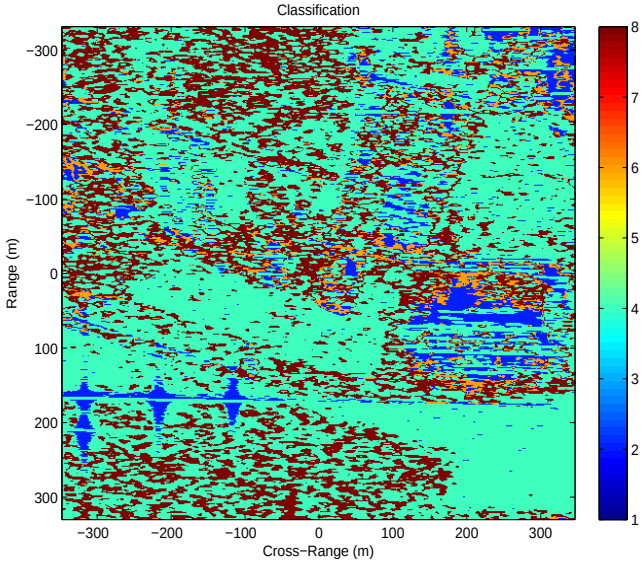


FIG. 6.13 – Résultat de la classification de l'image SAR de la région de Brétigny.

réalité que de 1° d'excursion angulaire, l'écart type en angle n'est donc pas significatif. La végétation est classée soit en diffuseur dispersif, anisotrope et stationnaire polarimétriquement, soit en diffuseur dispersif, anisotrope et non-stationnaire polarimétriquement. Ces résultats sont plus discutables en particulier sur l'anisotropie. Effectivement, on ne dispose que de 1° d'excursion angulaire, l'écart type en angle n'est donc pas significatif. Ce qui explique que l'on trouve la végétation comme anisotrope au lieu d'isotrope. Cependant, ces résultats ne sont pas complètement abhérents. En effet, l'on trouve que la végétation est dispersive. Ce qui est un phénomène bien connu. Plus on est bas en fréquence plus l'onde électromagnétique pénètre le couvert végétal. Ce

qui explique qu'on préfère la bande VHF-UHF pour réaliser du FOPEN à la bande X. De plus, certains champs sont labourés. Ils présentent donc un effet de Bragg qui est un phénomène directif. C'est le cas pour le champ en bas à droite. Quant à la stationnarité ou non de la végétation, elle est difficilement interprétable.

6.5 Conclusion

A partir des représentations polarimétriques, des paramètres significatifs de la directivité, de la résonance et de la stationnarité polarimétrique ont été extraits . Il s'agit respectivement de l'écart type de la densité marginale en angle, de l'écart type de la densité marginale en fréquence et de la densité énergétique de classe issue de l'hyperimage de Cameron.
Ce dernier paramètre est une signature temps-fréquence polarimétrique. Il a permis d'élaborer une classification supervisée qui a été testée sur une image SAR. Les résultats sont mitigés et l'on peut s'interroger sur la véracité de notre choix sur le critère de classification. En effet, notre classification est limitée par le choix de la distance euclidienne et l'absence d'une classe de rejet. Sinon, ces trois paramètres ont permis de définir une classification hiérarchique qui traduit le comportement des diffuseurs. Cette classification a été testé sur des données de chambre anéchoïque. Les résultats sont intéressants et ils synthétisent toute l'information issue des hyperimages. Les résultats sur image SAR sont décevants, mais encourageants puisqu'on ne disposait pas d'une grande excursion angulaire. Il serait souhaitable pour tester ces méthodes de disposer de données THR polarimétriques.

Conclusion

L'imagerie SAR considère les cibles comme un ensemble de diffuseurs ponctuels, isotropes et non-dispersifs. Ces hypothèses ne sont pas réalistes. En effet, la section efficace radar (SER) montre que l'énergie renvoyée par la cible dépend de la configuration de la cible, des angles de visée (site et gisement), de la fréquence émise et des polarisations d'émission et de réception. Ce modèle, valable en bande étroite, ne semble pas adapté aux nouvelles applications radar utilisant une large bande et une forte excursion angulaire. D'ailleurs des simulations d'image SAR de diffuseurs anisotropes et dispersifs basés sur des fonctions mathématiques simples, nous montre que le principe de l'image SAR n'est pas adapté à reconstruire ce type de diffuseur. En effet, la qualité de l'image obtenue est dégradée et l'information d'anisotropie et de dispersivité est perdue. Ceci est d'autant plus problématique qu'il existe des modèles tels que le modèle GTD, qui considèrent les cibles étendues comme un diffuseur ponctuel anisotrope et dispersif.
L'étude du comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs revient à étudier une non-stationnarité. L'outil usuel pour étudier les signaux non-stationnaires est l'analyse temps-fréquence. Dans la littérature, il existe deux types de transformée temps-fréquence utilisés pour cette problématique. Il s'agit de la transformée de Fourier à court terme et de la transformée en ondelettes continues. Notre étude a consisté à vérifier ce principe et à le généraliser aux autres transformées temps-fréquence [DOV$^+$07b]. Par application des transformées temps-fréquence usuelles bidimensionnelles sur une image SAR, on obtient une hyperimage laquelle décrit la réponse des diffuseurs à un angle d'observation donné et à une fréquence émise donnée, ou l'évolution de la réponse fréquentielle et angulaire du diffuseur. Sur une image simulée, ces transformées nous permettent de retrouver l'information d'anisotropie et de dispersivité des diffuseurs. Bien entendu cette information dépend des propriétés et des inconvénients de chacune des transformées. Par exemple, par la transformée de Wigner Ville on n'a pas de compromis de résolution cependant on est victime des interférences. L'analyse temps-fréquence nous permet de retrouver l'information d'anisotropie et de dispersivité des diffuseurs. De plus, l'emploi de ces transformées nous montre que sur une image SAR certains diffuseurs sont anisotropes et dispersifs. Dès lors, il a s'agit d'utiliser cette nouvelle source d'information pour caractériser les diffuseurs. Comme le suggèrent la section efficace radar et les modèles GTD, l'information d'anisotropie et de dispersivité dépend de la géométrie du diffuseur et de son orientation. Il existe une source d'information qui nous renseigne sur la géométrie et l'orientation des diffuseurs : c'est la polarimétrie radar.
La polarimétrie radar exploite l'aspect vectoriel d'une onde électromagnétique. La modification de la polarisation causée par la cible est modélisée sous la forme d'un opérateur matriciel : la matrice cohérente de Sinclair et la matrice de Mueller. L'étude de ces opérateurs matriciels permet de caractériser les diffuseurs. Les décompositions cohérentes décomposent la matrice de Sinclair en phénomènes de rétrodiffusion canoniques. Cela permet d'une part, de nous renseigner sur la géométrie de la cible, d'autre part, comme dans le cas de la décomposition de Cameron, cela met en évidence l'orientation de la cible autour de l'axe de visée. Une autre méthode basée sur l'extraction des paramètres de Huynen de la matrice de Mueller aboutit aux mêmes résultats. La

polarimétrie nous apporte donc des informations complémentaires sur la géométrie et l'orientation des diffuseurs.
L'analyse temps-fréquence est une première source d'information sur les diffuseurs. Cette dernière nous renseigne sur le comportement anisotrope et dispersif des cibles. La polarimétrie nous permet de caractériser la géométrie et l'orientation des diffuseurs. L'objectif de cette étude consistait à utiliser conjointement l'analyse temps-fréquence et la polarimétrie, afin, d'une part de relier l'information d'anisotropie et de dispersivité aux caractéristiques de cible, d'autre part, de caractériser globalement les diffuseurs.
L'application de l'analyse temps-fréquence aux données polarimétriques permet de générer une hyper-matrice de diffusion. De cette hyper-matrice de diffusion, un premier jeu de représentation a pu être extrait. Il s'agit de représentations énergétiques des diffuseurs comme le span étendu ou les densités marginales en angle et en fréquence. Ces représentations testées sur des données de chambre anéchoïque permettent de mettre en évidence le comportement anisotrope et dispersif des diffuseurs au sens énergétique du terme. Par application des décompositions cohérentes sur l'hyper-matrice de diffusion un nouveau jeu de représentation peut être généré. Ces hyperimages polarimétriques représentent l'évolution du comportement polarimétrique en fonction de l'angle de visée et de la fréquence émise. Ainsi, elles synthétisent l'information fournie par le span étendu, et dans certains cas elles permettent de décrire globalement le mécanisme de rétrodiffusion par sa nature, son orientation absolue dans le plan vertical et son orientation relative dans le plan horizontal. De plus ces hyperimages polarimétriques donnent accès à une nouvelle source d'information : la stationnarité polarimétrique. En effet un diffuseur sera polarimétriquement stationnaire si son comportement polarimétrique est constant. Autrement, il sera non-stationnaire. Cette non-stationnarité a pu être interprétée dans certains cas comme le fait que le radar ne voit pas la même géométrie au cours de l'acquisition. De ces représentations une série de paramètre a été extraite en vue d'effectuer une classification supervisée. L'étape suivante consistait de réaliser une classification comportementale des diffuseurs. En l'occurrence, il s'agit de traduire un diffuseur selon s'il est résonnant ou non-résonnant, directif ou non-directif, et polarimétriquement stationnaire ou non-stationnaire. Cette classification donne des résultats satisfaisants sur des données en chambre anéchoïque où elle synthétise l'information issue des hyperimages polarimétriques. Par contre, les résultats sur images SAR sont plus mitigés. Certes, pour l'image SAR nous ne disposions pas d'une excursion angulaire satisfaisante. Cependant on peut s'interroger sur la véracité des critères de classification. En effet, une première piste de la recherche future, consiste à trouver des paramètres robustes pour améliorer le traitement de classification. Une autre piste consisterait à utiliser directement les hyperimages comme source d'informations. Par exemple, prendre une base d'hyperimage de cible de référence et classifier de manière supervisée par un réseau de neurone (cf Annexe 1, Annexe 2). Cette approche doit nécessiter des moyens de mesure importants et s'affranchir de l'orientation relative et de la bande de fréquence par le principe de covariance des ondelettes continues. Enfin, la dernière piste de recherche consisterait à exploiter des images SAR circulaires (donc d'une étendue angulaire de 360°) qui ont été acquises en mode full-polar à l'ONERA.

A

Classification supervisée par reseaux de neurones basée sur des signatures polarimétriques temps-fréquence

L'objectif de cet annexe est de présenter une méthode s'inspirant du système nerveux et de ses facultés d'apprentissage et de classification pour élaborer une classification supervisée des hyper-images développées précédemment. Dans un premier temps nous modélisons le fonctionnement de base d'une cellule nerveuse : le neurone, puis nous nous inspirons de ce neurone pour créer un réseau basique dénommé le perceptron multi-couches. Ensuite, nous développons le processus d'apprentissage supervisée qui permet au réseau de neuronnes de se calibrer. Enfin ce reseau de neurone est testé sur des données de chambre anéchoïque.

A.1 Le neurone biologique

A.1.1 La cellule nerveuse

Le type le plus commun de neurone biologique se présente comme une cellule dont le corps est doté de deux types de prolongement, figure A.1 :

- Des ramifications courtes et buissonnantes : les dendrites
- Une longue fibre qui se termine par une arborisation : l'axone

Ces prolongements permettent au neurone d'établir des connexions avec d'autres cellules nerveuses (ou avec des cellules musculaires dans le cas des neurones moteurs). L'élément le plus frappant à l'observation microscopique du tissu nerveux est la densité de connexions : chaque neurone communique, en moyenne, avec 10^4 autres neurones. C'est cette densité de connexion, cette importance des communications, qui fait toute la puissance du système nerveux. Le cerveau humain comporte de l'ordre de 10^{11} neurones, soit environ 10^{15} connexions [Bur02].
Les dendrites constituent en quelque sorte les points d'entrée du neurone : c'est par les dendrites qu'il reçoit de l'information provenant d'autres neurones. Après traitement, l'information est propagée vers les neurones suivants, via l'axone. Les terminaisons de l'axone forment des connexions (synapses) avec d'autres neurones.
Le fonctionnement du neurone met en jeu des phénomènes chimiques et électriques. Nous allons chercher, par une mise en équation simplifiée de ces phénomènes, à obtenir un modèle mathématiques de neurone. Ce modèle sera une source d'inspiration intéressante pour la conception de nouveaux dispositifs de traitement du signal.

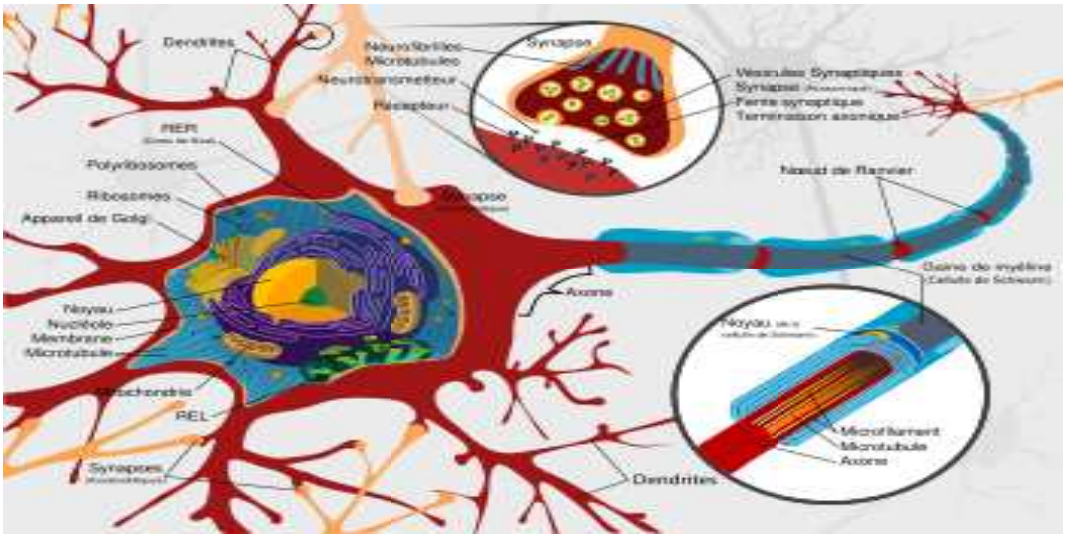


FIG. A.1 – Schéma d'une cellule nerveuse : le neurone (wikipedia).

A.1.2 Modélisation du neurone

Il a été montré, [Bur02], que l'influx nerveux se propage entre neurones par un train d'impulsions suivant une modulation de type FSK. C'est la fréquence de ces impulsions qui est porteuse d'information, car leur amplitude est constante. Ce mode de codage en fréquence est connu pour être bien plus robuste que le codage en amplitude, c'est probablement pourquoi la sélection naturelle l'a choisi [Bur02].
Considérons un neurone indicé j qui reçoit en entrée des trains d'impulsion de fréquence X_i (l'indice i parcourant les entrées). Notons W_{ij} le coefficient représentant la force de connexion synaptique liant le neurone i au neurone j (sa valeur dépend notamment de la surface de connexion). Le problème que nous nous posons est de déterminer la fréquence X_j en fonction des X_i et des W_{ij}.
Pour cela essayons d'estimer la quantité q_j de neuromédiateur fixé sur la membrane du neurone. Dans une synapse ij, on peut considérer que l'arrivée d'une impulsion libère une quantité élémentaire dq_{ij} de neuromédiateur, quantité qui est proportionnelle à la force de connexion [Bur91]. Si les impulsions arrivent avec une fréquence X_i on peut donc écrire :

$$\frac{dq_{ij}}{dt} = W_{ij}X_i \tag{A.1}$$

Un autre phénomène important est la destruction des neuromédiateurs par des enzymes (sans quoi la quantité de ces composés augmenterait indéfiniment). On peut supposer que ce phénomène vérifie la loi physique de dégradation chimique :

$$\frac{dq_j}{dt} = -\alpha q_j \tag{A.2}$$

Finalement, comme $dq_j = \sum_{i=1}^{n} dq_{ij}$, on a :

$$\frac{dq_j}{dt} = \sum_{i=1}^{n} W_{ij}X_i - \alpha q_j \tag{A.3}$$

Cette équation est illustrée sur la figure A.2.

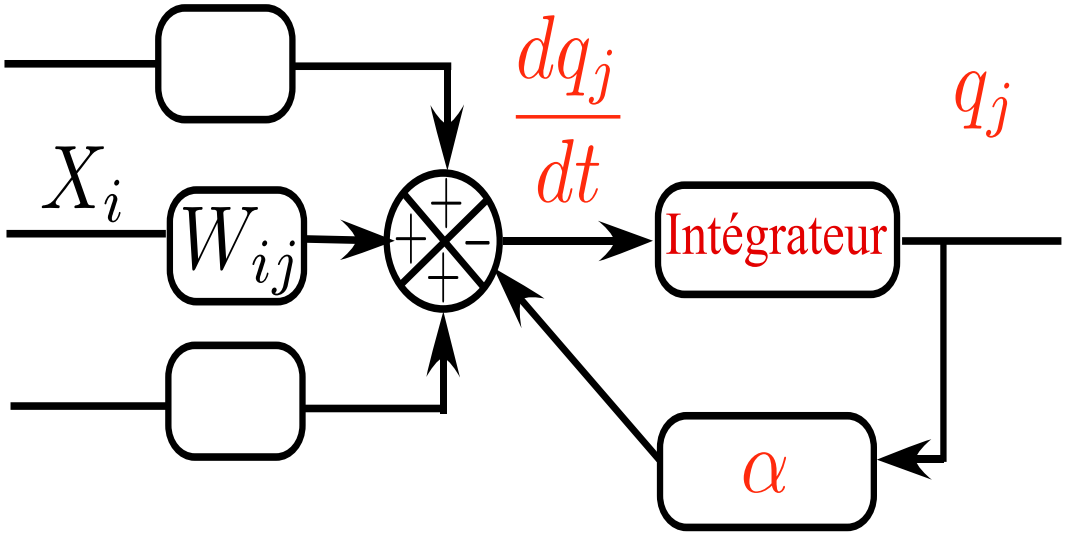


FIG. A.2 – Evolution de la quantité de neuromédiateur fixé sur les récepteurs.

Posons à présent, $E_j = \sum_{i=1}^{n} W_{ij} X_i$, et exprimons l'équation précédente en utilisant la transformée de Laplace :

$$\tilde{q_j} = \frac{\tilde{E_j}}{p + \alpha} \tag{A.4}$$

Si les fréquences d'entrée X_i varient suffisament lentement (plus précisément si elles varient peu sur une période de quelques $\frac{1}{\alpha}$), on peut faire une approximation quasi-statique, c'est à dire supposer qu'un état de quasi-équilibre est maintenu :

$$\tilde{q_j} = \frac{\tilde{E_j}}{\alpha} \tag{A.5}$$

Entre deux impulsions, le potentiel augmente avec une vitesse proportionnelle à la perméabilité aux ions Na^+, et donc à la quantité de neuromédiateur fixé sur les récepteurs.
En notant β la constante de proportionnalité, et $\Delta V = 30\text{mV}$, le temps T_2 nécessaire pour passer de -70mV à -40mV est :

$$T_2 = \frac{\Delta V}{\beta \tilde{q_j}} \tag{A.6}$$

En notant $T_1 = 3.5\text{ms}$ la durée du potentiel d'action observée expérimentalement, et $k = \frac{\alpha}{\beta} \Delta V$, la fréquence du train d'impulsion en sortie est :

$$X_j = \frac{1}{T_1 + \frac{k}{E_j}} \tag{A.7}$$

Ainsi, nous avons déterminé la fonction de transition du neurone et l'on peut en déduire le modèle mathématiques du neurone représenté sur la figure A.3. Notons que la fonction de transition réelle est probablement plus complexe car nous avons fait des hypothèses de proportionnalités qui ne sont sans doute pas respectées.
Toutefois l'allure générale de la réponse du neurone réelle est probablement la même, c'est à dire qu'elle comprend :

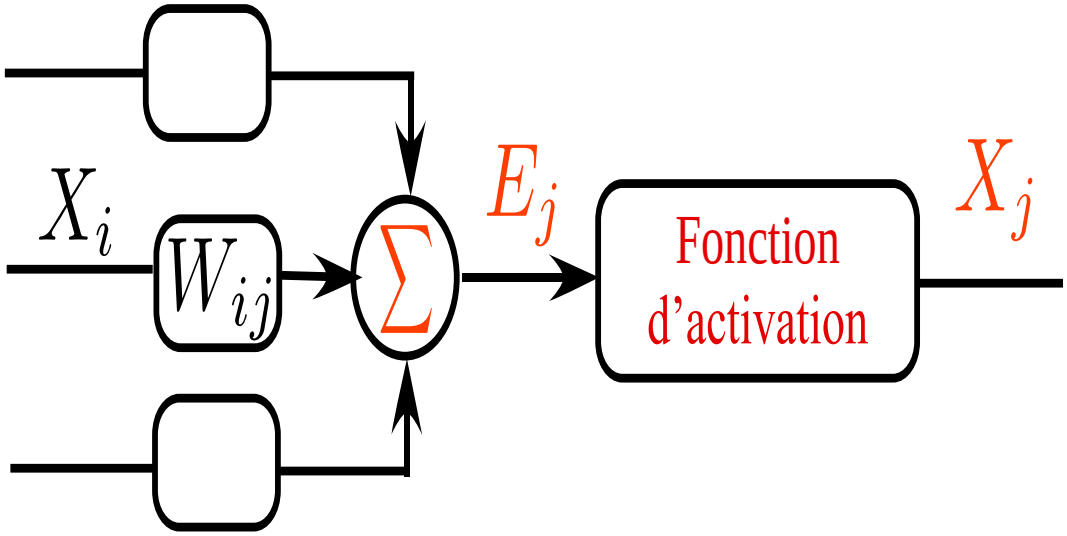


FIG. A.3 – Modèle du neurone biologique.

- Une zone quasi-linéaire prés de l'origine.
- Une zone de saturation aux environs de 300 Hz.

En résumé, nous avons établi un modèle simplifié du neurone qui fait ressortir deux blocs fonctionnels importants :

- Un sommateur pondéré.
- Une non-linéarité présentant une zone quasi-linéaire et une zone de saturation.

Les neurobiologistes ont déjà abouti à des conclusions similaires depuis plusieurs dizaines d'années par des raisonnements qualitatifs. L'élément le plus frappant est la limitation de la fréquence de sortie à 300 Hz. Du point de vue de l'électronicien, le neurone biologique est un composant extrêmement lent (on a l'habitude des microprocesseurs dont l'horloge tourne à plusieurs centaines de méga-Hertz). Les performances du cerveau humain ne peuvent par conséquent s'expliquer que par la densité des connexions, ainsi que par le fait que l'information est traitée en parallèle par quelques 10^{11} neurones, et non pas par les performances du composant de base. Ce qui nous amène à parler des réseaux de neurones.

A.2 Le perceptron multi-couches ou multi-layer perceptron (MLP)

A.2.1 Introduction

Les reseaux de neurones formels sont des modèles théoriques de traitement de l'information inspirés des observations relatives au fonctionnement des neurones biologiques et du cortext cérébral.

Le domaine des réseaux de neurones n'est pas nouveau car il a son origine dans des travaux conduits durant les années 40 (modèle de Hebb pour l'évolution des connexions synaptiques). Ces travaux conduisirent au modèle du perceptron dans les années 60 (modèle qui a principalement été appliqué à la reconnaissance de caractère). Mais ce n'est qu'à partir de 1986 que la recherche dans ce domaine a connu une expansion importante du fait de la publication de modèles de réseaux et d'algorithmes d'apprentissage suffisamment efficaces pour résoudre des problèmes réalistes et complexes [Bur02].

Un grand nombre de modèles neuronaux a été proposé. Pourtant la plupart d'entre eux se révèlent

incapables de traiter des applications réelles. Ces algorithmes sont donc surtout intéressants pour éclairer certains aspects du fonctionnement cérébral, mais présentent peu d'intérêt pour le problème qui nous intéresse, à savoir la mise en oeuvre d'applications de classification.
L'un des rares modèles qui se révèle efficace pour traiter des applications réelles est le perceptron multi-couches. Cette partie est dédiée à la description de ce modèle.

A.2.2 Modèle du MLP

Structure du MLP

Un réseau de neurone est en général composée d'une succession de couches dont chacune prend ses entrées sur la sortie de la précédente. Chaque couche (i) est composée de N_i neurones prenant leur entrée sur les N_{i-1} neurones de la couche précédente. A chaque synapse est associée un poids synaptique, de sorte que les N_{i-1} sont multipliés par ce poids, puis additionnés par les neurones de niveau i, ce qui est équivalent à multiplier le vecteur d'entrée par une matrice de transformation. Mettre l'une derrière l'autre les différentes couches d'un réseau de neurones reviendrait à mettre en cascade plusieurs matrices de transformation et pourrait se ramener à une seule matrice, produit des autres, s'il n'y avait pas à chaque couche, la fonction de sortie qui introduit une non-linéarité à chaque étape. Ceci montre l'importance du choix judicieux d'une bonne fonction de sortie : un réseau de neurones dont les sorties seraient linéaires n'aurait aucun intérêt.
Ainsi, le neurone est constitué d'un sommateur pondéré, suivi d'une non-linéarité. Ce modèle est globalement conforme aux observations biologiques. Donc les neurones sont organisés en couche :

- Une couche d'entrée qui reçoit les informations provenant de l'extérieur. Les neurones de cette couche correspondent par exemple aux neurones sensoriels présents dans la rétine de l'oeil dans le cas d'une application concernant la vision. Ils sont d'un type particulier car ils se contentent de transmettre l'information qui leur est présentée sans traitement.
- Une ou plusieurs couches intermédiaires, encore appelées couches cachées car elles ne sont pas directement en contact avec le monde extérieur.
- Une couche de sortie, correspondant aux neurones moteurs qui actionnent les muscles.

Il n'y a pas de connexions à l'intérieur d'une même couche. Chaque neurone reçoit ses entrées de la couche directement inférieure (figure A.4).

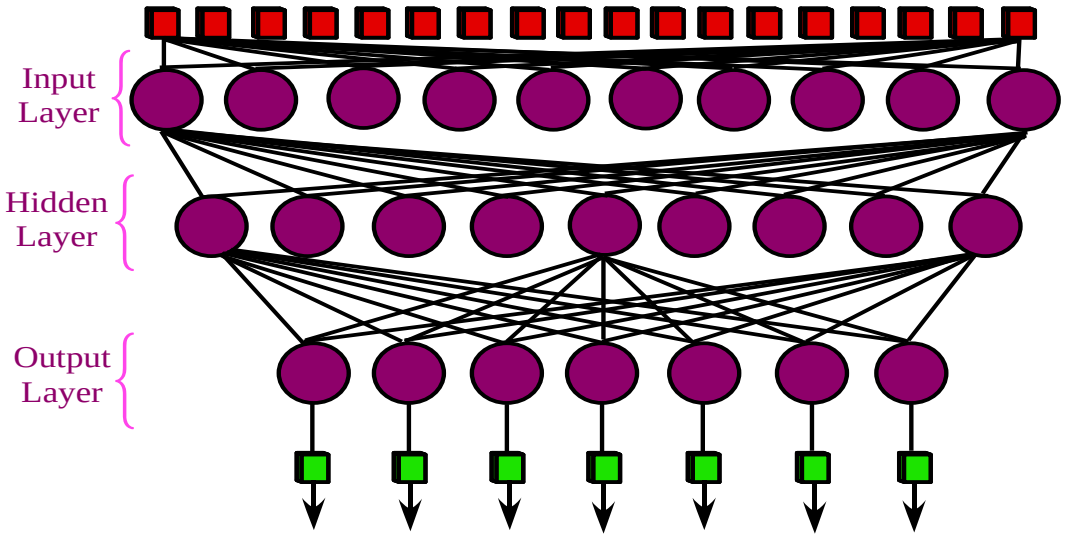


Fig. A.4 – Structure du multi-layer perceptron à trois couches.

La fonction de combinaison

Considérons un neurone quelconque. Il reçoit des neurones en amont un certain nombre de valeurs via ses connexions synaptiques, et il produit une certaine valeur en utilisant une fonction de combinaison. Cette fonction peut donc être formalisée comme étant une fonction valeur-à-scalaire, notamment :

- Les réseaux de type MLP (Multi-Layer Perceptron) calculent une combinaison linéaire des entrées, c'est à dire que la fonction de combinaison renvoie le produit scalaire entre le vecteur des entrées et le vecteur des poids synaptiques.
- Les réseaux de type RBF (Radial Basis Function) calculent la distance entre les entrées, c'est à dire que la fonction de combinaison renvoie la norme euclidienne du vecteur issu de la différence vectorielle entre les vecteurs d'entrée.

La fonction d'activation

La fonction d'activation (ou fonction de seuillage, ou encore fonction de transfert) sert à introduire une non-linéarité dans le fonctionnement du neurone. Les fonctions d'activation présentent généralement trois intervalles :

1. en dessous du seuil le neurone est non-actif (souvent dans ce cas sa sortie vaut 0 ou -1).
2. aux alentours du seuil une phase de transition.
3. au dessus du seuil le neurone est actif (souvent dans ce cas sa sortie vaut 1).

Des exemples classiques de fonction d'activation sont :

1. La fonction tangente hyperbolique.

$$y = \tanh(x) \tag{A.8}$$

2. La fonction sigmoïde. Cette dernière est recommandée pour les applications de classifications ayant en entrée de multiples attributs [Nab02].

$$y = \frac{1}{1 + \exp(-x)} \tag{A.9}$$

3. La fonction linéaire qui est conseillée pour les problèmes de régression [Nab02].

$$y = x \tag{A.10}$$

4. La fonction softmax qui est utilisée pour les problèmes à c classes mutuelles et exclusives [Nab02].

$$y = \frac{\exp(x)}{\sum x} \tag{A.11}$$

Le modèle du neurone du MLP

Des considérations précédentes on peut déduire le modèle de neurone du MLP. Posons :

- O_j état du neurone j (valeur de sortie)
- f fonction d'activation du neurone.
- W_{ij} coefficient de pondération associé à la connexion ij
- b_j paramètre de biais du neurone j

– X_j potentiel du neurone (résultat de la somme pondérée)

Conformément à ces notations, la fonction de combinaison permet d'écrire :

$$X_j = \sum_i W_{ij} O_i + b_j \tag{A.12}$$

Puis la sortie du neurone est le résultat de la fonction d'activation qui introduit une non-linéarité :

$$O_j = f(X_j) \tag{A.13}$$

A.2.3 Le MLP dans les applications de classification

Pour une application de classification, la stratégie la plus simple consiste à disposer en sortie autant de neurones qu'il y a de classes. Chaque neurone de sortie correspond à une classe. Il doit répondre $+1$ lorsque le vecteur présenté en entrée appartient à sa classe, et -1 ou 0 cela dépend de la fonction d'activation dans le cas contraire. En réalité ces valeurs ne sont jamais atteintes car elles correspondent aux valeurs limites de la fonction d'activation. Après apprentissage, notion que l'on développera par la suite, pour classifier un vecteur, il suffit de le présenter en entrée du réseau. On calcule les sorties du réseau et on décide de la classe correspondant au numéro du neurone qui produit la plus forte sortie. Par exemple, pour un problème à 4 classes, si l'on obtient en sortie $\{-0.9; 0.15; 0.7; 0.35\}$, on décidera que la classe est 3 car c'est le troisième neurone qui présente la plus forte sortie [Bur02].

Il est intéressant d'étudier le type de régions de décision que peut former un perceptron multi-couches. Dans le cas général, les régions de décision d'un neurone sont des demi-plans (ou des demi-espaces séparés par un hyperplan)[Bur91]. Lorsque l'on a trois couches de neurones, la première couche cachée peut créer autant de droites séparatrices qu'elle a de neurones (N_1).

Sa sortie est un code binaire de longueur le nombre de neurones N_1, c'est à dire l'un des sommets de l'hypercube de dimension N_1. Un neurone de la troisième couche pourra donc séparer les points de cet hypercube suivant un hyperplan. Tous les découpages possibles ne sont pas réalisables à ce niveau : par exemple, sur l'hypercube de dimension 2 il n'est pas possible de regrouper les sommets selon la figure A.5 à l'aide d'un hyperplan. On peut montrer que les zones de décision créées au niveau de la troisième couche ne peuvent être que convexes [Lip88]. Par contre au niveau de la quatrième couche il est possible de réaliser un découpage arbitraire, figure A.5.

A.2.4 L'apprentissage

La notion d'apprentissage n'est pas modèlisable dans le cadre de la logique déductive : celle-ci en effet procède à partir de connaissances déjà établies dont on tire des connaissances dérivées. Or, il s'agit ici de la démarche inverse : par observations limitées, tirer des généralisations possibles. La notion d'apprentissage recouvre deux réalités souvent traitées de façon successive :

– La mémorisation : le fait d'assimiler sous une forme dense des exemples éventuellement nombreux.
– La généralisation : le fait d'être capable, grâce aux exemples appris de traiter des exemples distincts encore non-rencontrés mais similaires.

La large majorité des réseaux de neurones possède un algorithme d'entraînement qui consiste à modifier les poids synaptiques en fonction d'un jeu de données présentées en entrée du réseau. Le but de cet entraînement est de permettre au réseau de neurones d'apprendre à partir des exemples. Si l'entraînement est correctement réalisé, le réseau est capable de fournir des réponses en sortie trés proches des valeurs d'origines du jeu de données d'entraînement. Mais tout l'intérêt des réseaux de neurones réside dans leur capacité à généraliser à partir du jeu de test.

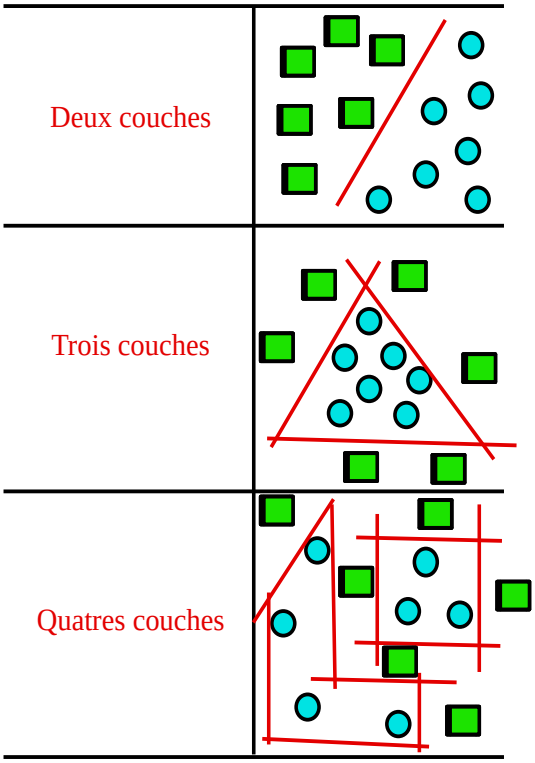


FIG. A.5 – Domaine de décision du multi-layer perceptron.

Un apprentissage est dit supervisé lorsque l'on force le réseau à converger vers un état final précis, en même temps qu'on lui présente un motif.
Au départ, les poids W_{ij} sont initialisés aléatoirement. Lorsque l'on présente un vecteur d'entrée au réseau, il peut calculer par propagation couche après couche les états de neurone de la couche de sortie en utilisant les équations précédentes.
De même qu'une réponse musculaire doit être adaptée à la stimulation sensorielle reçue, il convient que les états des neurones de sortie soient adaptés à l'entrée présentée. On atteint cet objectif grâce à l'apprentissage. Pour cela on se crée une base d'exemples. Chaque exemple est constitué du vecteur d'entrée et du vecteur de sortie approprié.
L'apprentissage consiste à adapter les poids des connexions (W_{ij}) afin d'obtenir le vecteur de sortie correct quel que soit l'exemple présenté. Pour cela, on définit une fonction d'erreur (on choisit en général l'erreur quadratique moyenne). En notant O_j les sorties obtenues et S_j les sorties souhaitées, l'erreur quadratique et l'erreur quadratique moyenne sont :

$$e_{\mathbf{Q}} = \frac{1}{2} \sum_{j \in Sortie} (O_j - S_j)^2 \tag{A.14}$$

$$e_{\mathbf{Q}M} = E\{e_{\mathbf{Q}}\} \tag{A.15}$$

$e_{\mathbf{Q}}$ dépend de l'exemple présenté, alors que $e_{\mathbf{Q}M}$ est une moyenne sur les exemples. Comme nous aurons besoin d'estimer des espérances mathématiques (ce qui sera réalisé grâce à des filtres passe-bas), les exemples seront présentés dans un ordre aléatoire.
On présente plusieurs fois tous les exemples dans un ordre aléatoire. A chaque présentation d'un

exemple, on fait varier chaque poids W_{ij} dans le sens inverse du gradient de l'erreur :

$$\Delta W_{ij} = -\alpha \frac{\mathbf{d}e_{\mathbf{Q}M}}{\mathbf{d}W_{ij}} \tag{A.16}$$

α étant une constante positive, on s'assure ainsi une diminution de l'erreur.
Nous noterons à présent g_{ij} le gradient local de l'erreur quadratique :

$$g_{ij} = \frac{\mathbf{d}e_{\mathbf{Q}}}{\mathbf{d}W_{ij}} \tag{A.17}$$

Comme $e_{\mathbf{Q}M} = E\{e_{\mathbf{Q}}\}$, on peut écrire :

$$\Delta W_{ij} = -\alpha E\left\{\frac{\mathbf{d}e_{\mathbf{Q}}}{\mathbf{d}W_{ij}}\right\} \tag{A.18}$$

car la dérivation est un opérateur linéaire. On a donc :

$$\Delta W_{ij} = -\alpha E\left\{g_{ij}\right\} \tag{A.19}$$

Une estimation $\tilde{g}_{ij}$ de $E\left\{g_{ij}\right\}$ est obtenu par filtrage passe-bas de g_{ij}. Utilisons un indice t qui est incrémenté chaque fois qu'un nouvel exemple est présenté :

$$\tilde{g}_{ij}(t) = (1-\beta)g_{ij}(t) + \beta\tilde{g}_{ij}(t-1) \tag{A.20}$$

Le terme d'oubli β est proche de 1 (typiquement 0.98). Rumelhart [RHW86] a proposé une méthode rapide (l'algorithme de rétropropagation) pour calculer les g_{ij}. Cette méthode consiste à propager un terme d'erreur δ_j de la sortie vers l'entrée du réseau.
De la définition de g_{ij} on déduit :

$$g_{ij} = \frac{\mathbf{d}e_{\mathbf{Q}}}{\mathbf{d}X_j}\,\frac{\mathbf{d}X_j}{\mathbf{d}W_{ij}} \tag{A.21}$$

Posons :

$$\delta_j = \frac{\mathbf{d}e_{\mathbf{Q}}}{\mathbf{d}X_j} \tag{A.22}$$

Alors :

$$g_{ij} = \delta_j O_i \tag{A.23}$$

Et δ_j est déterminé comme suit :

– Si j est sur la couche de sortie :

$$\begin{aligned} \delta_j &= \frac{\mathbf{d}e_{\mathbf{Q}}}{\mathbf{d}O_j}\frac{\mathbf{d}O_j}{\mathbf{d}X_j} \\ &= (O_j - S_j)f'(X_j) \end{aligned} \tag{A.24}$$

– Si j est sur une couche cachée :

$$\begin{aligned} \delta_j &= \frac{\mathbf{d}e_{\mathbf{Q}}}{\mathbf{d}O_j}\frac{\mathbf{d}O_j}{\mathbf{d}X_j} \\ &= \left[\sum_{k\in succ(j)}\left(\frac{\mathbf{d}e_{\mathbf{Q}}}{\mathbf{d}X_k}\frac{\mathbf{d}X_k}{\mathbf{d}O_j}\right)\right]\frac{\mathbf{d}O_j}{\mathbf{d}X_j} \\ &= \left[\sum_{k\in succ(j)} W_{jk}\delta_k\right] f'(X_j) \end{aligned} \tag{A.25}$$

où $succ(j)$ désigne l'ensemble des successeurs du neurone j.

A.3 Application des reseaux de neurone aux hyperimages polarimétriques

A.3.1 Problématique

L'ONERA dispose d'une chambre anéchoïque, la chambre BABI, permettant la mesure du coefficient de rétrodiffusion de cibles canoniques. Ainsi, des images bidimensionnelles de ces cibles peuvent être générées. Ces images sont obtenues en respectant le modèle des points brillants. Or, ce modèle n'est pas adapté aux signaux larges bandes et à forte excursion angulaire comme le montre les hyperimages.
Les hyperimages, permettent d'extraire une signature polarimétrique et temps-fréquence qui représente le comportement angulaire et fréquentiel des diffuseurs. Le but de cette partie est d'établir une classification supervisée par réseaux de neurones afin de caractériser les diffuseurs par leur nature du comportement fréquence-angle.

A.3.2 Architecture du reseau de neurone

Il s'agit dans cette partie de définir l'architecture du MLP afin de répondre à notre problème de classification. Il faut donc répondre à diverses questions : Quel est le nombre de couche ? Quel est le nombre de neurones des couches cachées ? Quelles sont les fonctions d'activations des neurones ? Enfin quel est le nombre de neurone de sortie ?
Cette dernière question est la plus simple à résoudre. En effet, nous essayons d'élaborer un processus de classification à sept classes. Il a donc été opté pour avoir sept neurones de sortie, ou chaque neurone correspond à une classe. Ainsi, la classe d'appartenance sera celle dont le neurone maximise la valeur comprise entre $[0; 1]$. Au niveau de la fonction d'activation des neurones de sortie, il a été choisi d'utiliser la fonction softmax car l'on se trouve dans un problème de classification à sept classes mutuelles.
Revenons au nombre de couches. Notre but est de définir le réseau minimale afin d'éviter les problèmes de surapprentissage. Dans un premier temps il a été choisi un MLP à une couche cachée, nos classes seront donc séparées par des hyperplans. Si cela s'avère insuffisant nous augmenterons le nombre de couche par la suite. Dés lors, il s'agit de déterminer le nombre de neurones de cette couche cachée. Il a été opté pour la moyenne géométrique :

$$N_{neurones} = \sqrt{N_{entres} N_{sorties}} \tag{A.26}$$

La fonction d'activation choisie pour les neurones de la couche cachée est la tangente hyperbolique qui approxime le mieux la fonction de non-linéarité du neurone biologique.
Le schéma suivant résume l'architecture du perceptron multicouches (figure A.6)
Cette architecture nous permet de définir le traitement de nos données. La fonction de combinaison de la couche cachée transforme les N_{entres} O_i de la manière suivante :

$$X_j^{(1)} = \sum_{i=1}^{N_{entres}} W_{ji}^{(1)} O_i + b_j^{(1)} \tag{A.27}$$

où $b_j^{(1)}$ est le biais du neurone j, $W_{ji}^{(1)}$ est le poids de la connexion synaptique entre l'entrée i et le neurone de la couche cachée j et $X_j^{(1)}$ est la valeur d'entrée de la fonction d'activation du neurone j de la couche cachée.
Les variables $X_j^{(1)}$ des $N_{neurones}$ de la couche cachée sont alors transformées par la fonction d'activation non-linéaire des neurones de la couche cachée. Il s'agit de la tangente hyperbolique.

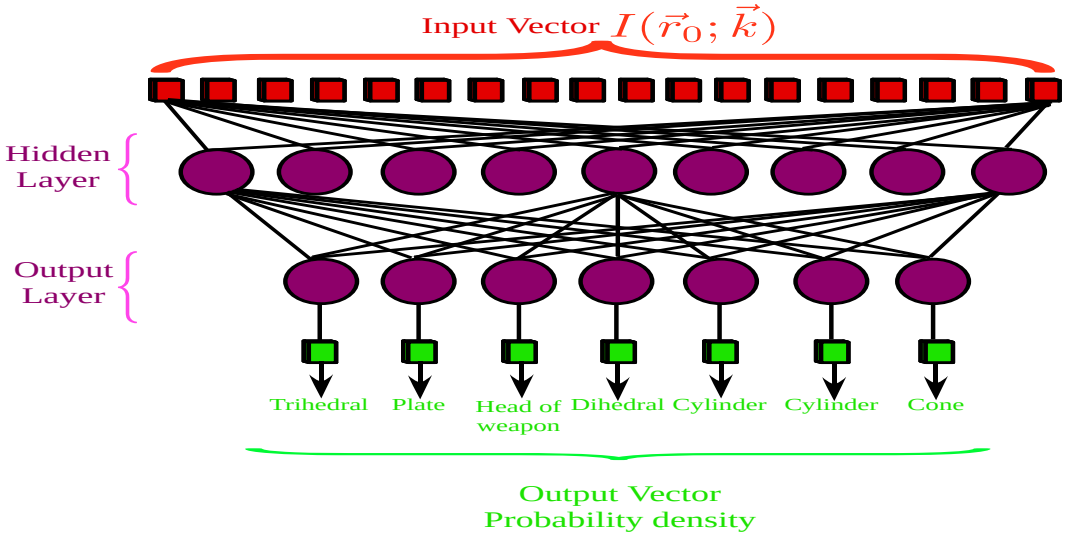


FIG. A.6 – Structure du multi-layer perceptron à une couche cachée.

On se retrouve donc avec :

$$Y_j^{(1)} = \tanh(X_j^{(1)}) \tag{A.28}$$

Cette fonction a la propriété suivante :

$$\frac{dY_j^{(1)}}{dX_j^{(1)}} = (1 - Y_j^{(1)2}) \tag{A.29}$$

Les $Y_j^{(1)}$ sont alors transformées par la fonction de combinaison de la couche de sortie, de la manière suivante :

$$X_k^{(2)} = \sum_{j=1}^{N_{neurones}} W_{kj}^{(2)} Y_j^{(1)} + b_k^{(2)} \tag{A.30}$$

Finalement, la fonction softmax donne la valeur de sortie pour les 7 neurones de sortie :

$$Y_k^{(2)} = \frac{\exp(X_k^{(2)})}{\sum_{k'=1}^{7} X_{k'}^{(2)}} \tag{A.31}$$

A.3.3 Base d'apprentissage

Nous disposons de sept cibles. Il s'agit d'un trièdre, d'une tête de missile (ogive), d'une plaque, d'un dièdre, de deux cylindres de diamètres différents, et d'un cône. Le coefficient de rétrodiffusion est mesuré pour ces cibles pour un domaine fréquentiel de $[12; 18]$ GHz avec un pas de 25 MHz et pour un domaine angulaire compris entre -20° et 20° avec un pas angulaire de 1°. Ces sept cibles constituent nos sept classes. Il s'agit donc de les utiliser pour l'apprentissage supervisé du réseau de neurones.
Pour cela, les hyperimages sont calculées à partir d'une ondelette mère d'étalement un sixième de la bande fréquentielle et de la bande angulaire. Le nombre de coefficients d'ondelettes est de dix en fréquence et de dix en angle soient cent coefficients. On explique ces choix, d'une part l'étalement par les résultats précédents et pour le nombre de coefficients par le fait que le

	Tri	**Head**	**Plate**	**Dih**	**Cyl1**	**Cyl 2**	**Cone**
Trihedral	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Head of weapon	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%
Plate	0%	0%	100%	0%	0%	0%	0%
Dihedral	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%
Cylinder 1	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%
Cylinder 2	0%	0%	0%	0%	0%	100%	0%
Cone	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%

TAB. A.1 – Matrice de confusion de la base d'apprentissage du span étendu

traitement est très lourd pour les capacités informatiques. De ces hyperimages, une signature est extraite par le choix manuel de l'opérateur. Cette signature représente le diffuseur pour une orientation de 0°.
Afin de s'affranchir de l'orientation, la signature est translatée dans le respect du principe de covariance pour que des cibles de même nature mais d'orientations différentes soient classifiées de la même manière. Ainsi, une opération de zéro padding est faite pour compléter la signature. Il faudrait aussi tenir compte du facteur d'échelle et le dilater ou le contracter afin de classifier de la même manière des cibles identiques mais de dimensions différentes. Cependant nous ne tiendrons pas compte du facteur d'échelle et ferons l'hypothèse que les cibles sont à la même échelle ce qui n'est pas le cas en réalité.
A partir de la signature extraite, le processus de translation génère dix signatures supplémentaires, soit au total onze échantillons. Ces onze signatures sont notre base d'apprentissage. L'apprentissage se fait de manière supervisée. En effet, lorsque l'on présente une signature on force à 1 le neurone auquel appartient cette classe et on oblige les autres à être égaux à 0. L'apprentissage est effectué par le "Scale conjugate gradient" algorithme (SCG). Par la suite nous présentons les signatures polarimétriques temps-fréquences. Ces signatures permettent de calibrer les poids de connexions et les biais par l'apprentissage.

Base d'apprentissage du Span étendu

La base d'apprentissage du Span étendu est représenté sur la figure A.7. Pour éviter toute saturation énergétique, les signatures sont normalisées suivant :

$$Span_{signatures}(\mathbf{r_0}, \mathbf{k}) = \frac{Span(\mathbf{r_0}, \mathbf{k})}{Maximum(Span(\mathbf{r_0}, \mathbf{k}))} \tag{A.32}$$

Les signatures du trièdre et de la tête de missile sont isotropiques et non-dispersives. Le comportement du cône et du premier cylindre sont quant à eux anisotropes et dispersifs. Les réponses des autres diffuseurs sont directives.
La base d'apprentissage a été testée sur le réseau de neurones et la matrice de confusion est la suivante A.1 :

Base d'apprentissage des hyperimages de Pauli

La base d'apprentissage pour une orientation de 0° des hyperimages de Pauli est décrite sur la figure A.8. Pour éviter tout effet de saturation énergétique, les contributions de Pauli sont

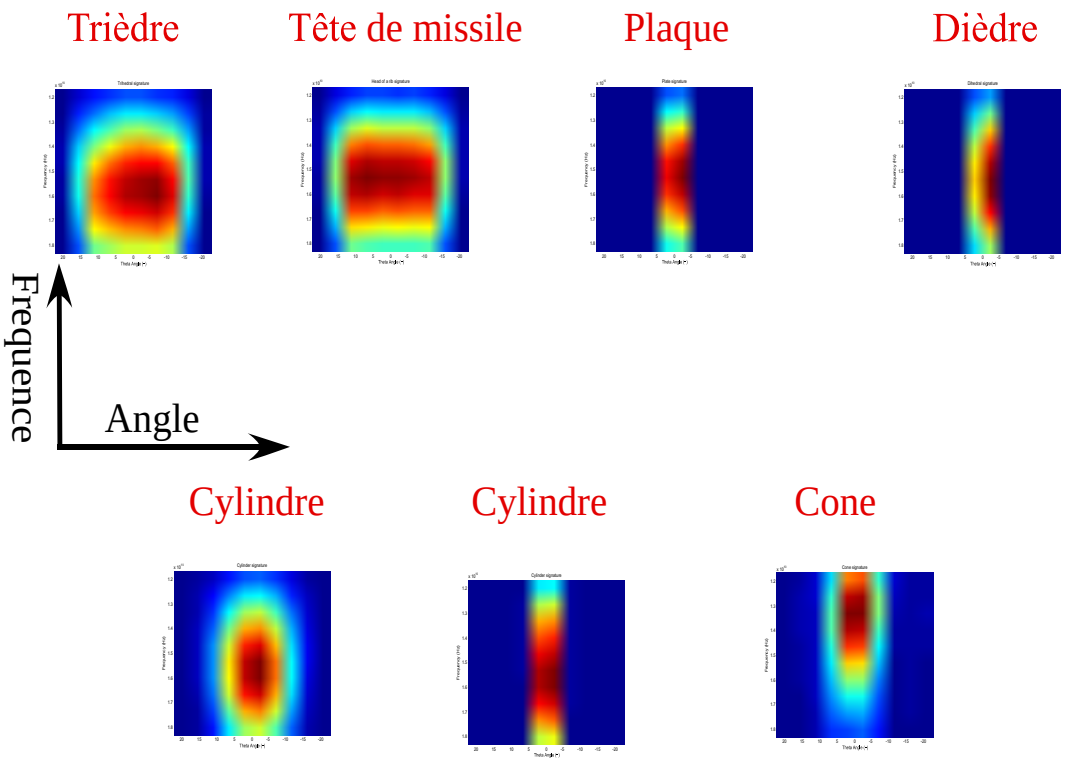


FIG. A.7 – Base d'apprentissage du span étendu pour des cibles dont l'orientation est de 0°.

standardisées, comme par exemple la contribution de simple diffusion α :

$$\alpha^2_{signatures}(\mathbf{r_0}, \mathbf{k}) = \frac{\alpha^2(\mathbf{r_0}, \mathbf{k})}{Maximum(Span(\mathbf{r_0}, \mathbf{k}))} \tag{A.33}$$

Le trièdre et la tête de missile sont isotropes et non-dispersifs. Au sens polarimétrique ils sont stationnaires dans la mesure où leur réponse polarimétrique est de la simple diffusion pour toute la bande de fréquence émise et pour tout angle d'observation. La réflection spéculaire de la plaque est directive et polarimétriquement stationnaire en simple diffusion. Le comportement du dièdre est directif et sa réponse polarimétrique est du double rebond. La réponse de la signature du premier cylindre est anisotrope et dispersif tout comme celle du cône. Cependant le comportement polarimétrique est stationnaire c'est à dire une réponse en simple diffusion. La réponse du second cylindre est caractérisée de la même manière que la réflection spéculaire de la plaque. Une fois l'apprentissage terminée, il a été appliqué en entrée du réseau de neurone cette base d'apprentissage dont le résultat est présentée sur la matrice de confusion A.2.

Base d'apprentissage des hyperimages de Krogager

Les signatures temps-fréquence de la base de Krogager pour une orientation de 0° sont illustrées sur la figure A.9. Ces signatures ont été normalisées afin d'éviter tout effet de saturation des contributions énergétiques.

$$K^2_{i\ signatures}(\mathbf{r_0}, \mathbf{k}) = \frac{K^2_i(\mathbf{r_0}, \mathbf{k})}{Maximum(K^2_s(\mathbf{r_0}, \mathbf{k}) + K^2_d(\mathbf{r_0}, \mathbf{k}) + K^2_h(\mathbf{r_0}, \mathbf{k}))} \tag{A.34}$$

	Tri	Head	Plate	Di	Cyl 1	Cyl 2	Cone
Trihedral	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Head of weapon	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%
Plate	0%	0%	100%	0%	0%	0%	0%
Dihedral	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%
Cylinder 1	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%
Cylinder 2	0%	0%	0%	0%	0%	100%	0%
Cone	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%

TAB. A.2 – Matrice de confusion des hyperimages de Pauli de la base d'apprentissage

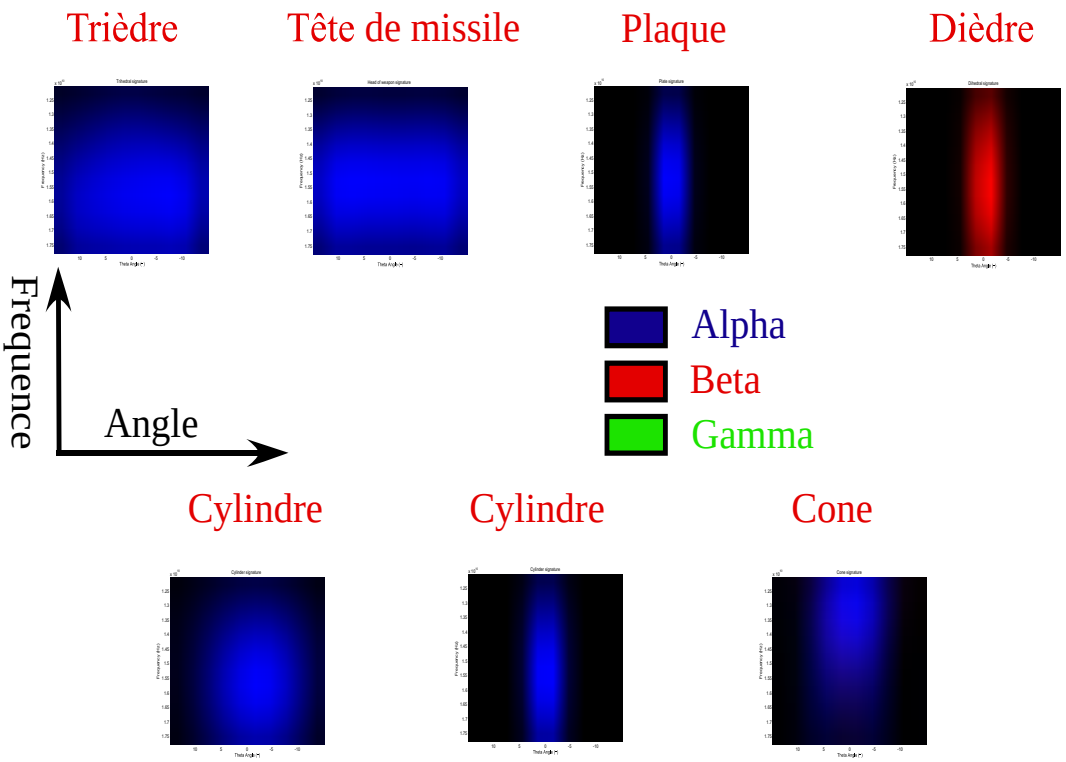


FIG. A.8 – Base d'apprentissage des hyperimages de Pauli pour des cibles dont l'orientation est de 0°.

Le trièdre et la tête de missile sont isotropes et non-dispersifs. Au sens polarimétrique ils sont stationnaires dans la mesure où leur réponse polarimétrique est de type sphère pour toute la bande de fréquence émise et pour tout angle d'observation. La réflection spéculaire de la plaque est directive et polarimétriquement stationnaire en type sphère. Le comportement du dièdre est directif et sa réponse polarimétrique est identifiée en dièdre. La réponse de la signature du premier cylindre est anisotrope et dispersif tout comme celle du cône. Cependant le comportement polarimétrique est stationnaire c'est à dire une réponse en type sphère. La réponse du second cylindre est caractérisée de la même manière que la réflection spéculaire de la plaque. Une fois l'apprentissage terminée, il a été appliqué en entrée du réseau de neurones cette base d'apprentissage dont le résultat est présenté sur la matrice de confusion A.3.

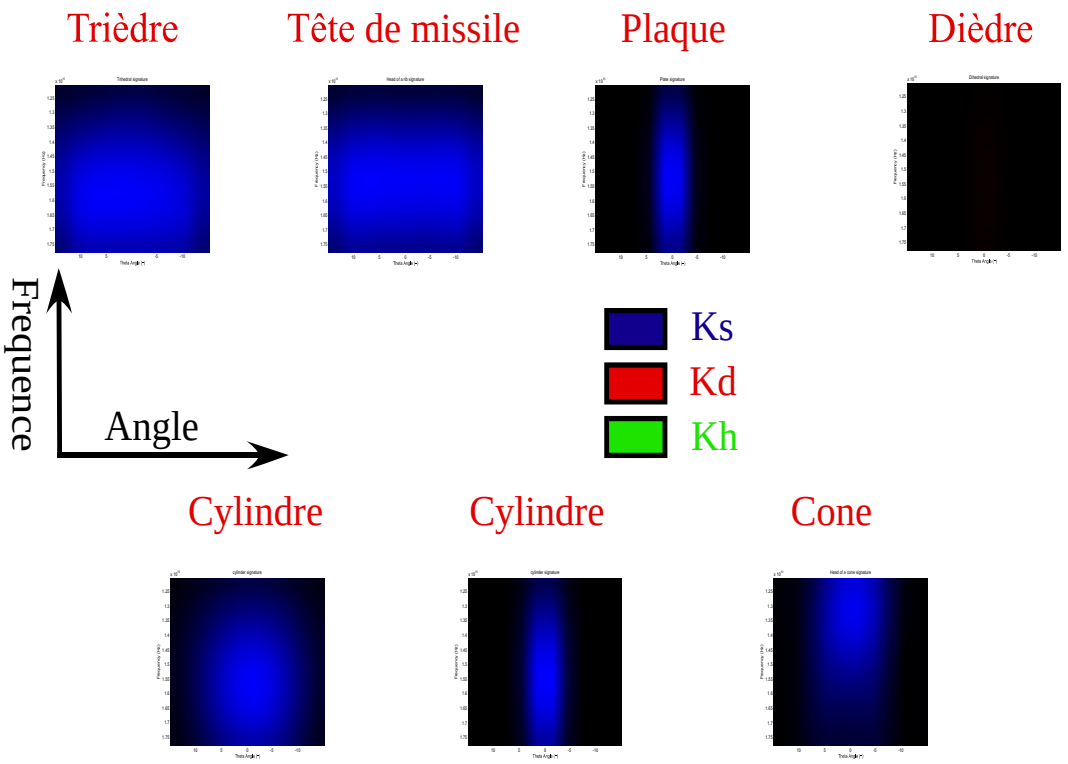


FIG. A.9 – Base d'apprentissage des hyperimages de Krogager pour des cibles dont l'orientation est de 0°.

	Tri	Head	Plate	Di	Cyl 1	Cyl 2	Cone
Trihedral	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Head of weapon	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%
Plate	0%	0%	100%	0%	0%	0%	0%
Dihedral	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%
Cylinder 1	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%
Cylinder 2	0%	0%	0%	0%	0%	100%	0%
Cone	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%

TAB. A.3 – Matrice de confusion des hyperimages de Krogager de la base d'apprentissage

Base d'apprentissage des hyperimages de Cameron

Les signatures temps-fréquence de la base de Cameron pour une orientation de 0° sont représentées sur la figure A.10. La signature du trièdre et de la tête de missile sont identiques. En effet, elles sont classifiées en trièdre pour n'importe quelle fréquence émise et pour tout angle d'observation. La réponse du premier cylindre est pratiquement identique à celles du trièdre et de l'ogive. Les signatures de la plaque et du second cylindre sont directives et classifiées en trièdre. Quant à la signature du dièdre, elle est directive et classifiée en dièdre. Enfin, la signature du cône, est anisotrope et dispersive et identifiée en cylindre.
Le fait que plusieurs signatures sont similaires ne permettra pas une classification efficace comme le montre la matrice de confusion de la base d'apprentissage A.4 :

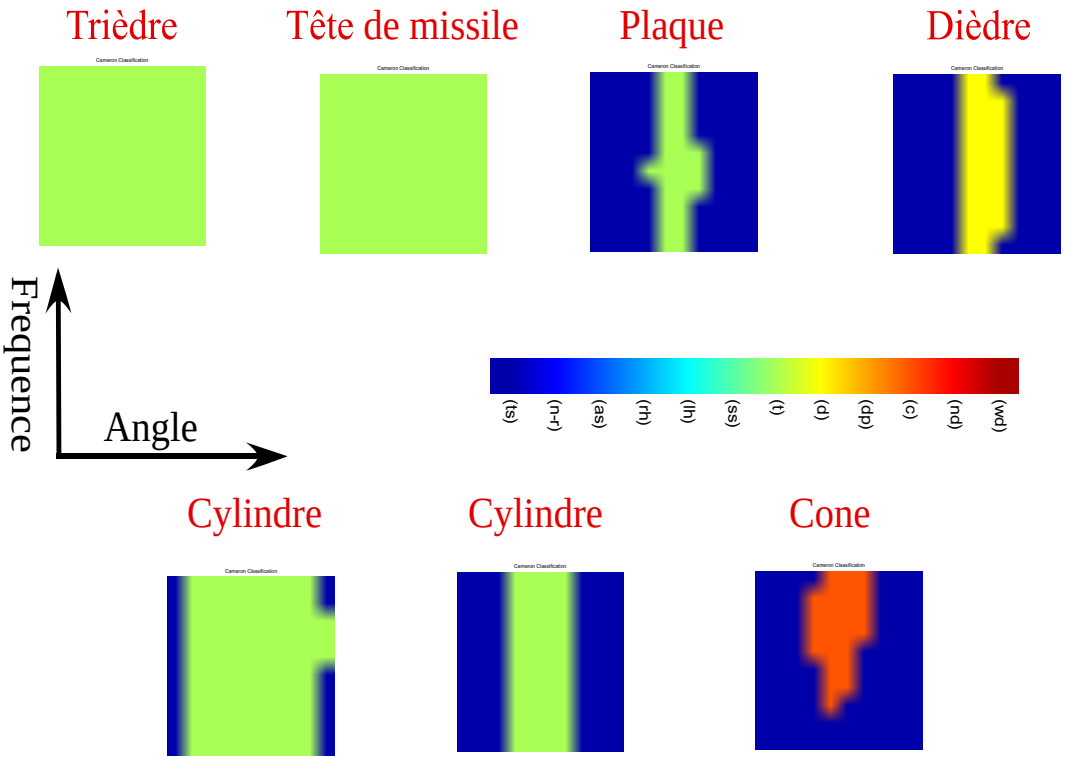


FIG. A.10 – Base d'apprentissage des hyperimages de Cameron pour des cibles dont l'orientation est de 0°.

	Tri	Head	Plate	Di	Cyl 1	Cyl 2	Cone
Trihedral	45.45%	0%	54.54%	0%	0%	0%	0%
Head of weapon	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%
Plate	45.45%	0%	54.54%	0%	0%	0%	0%
Dihedral	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%
Cylinder 1	9.1%	0%	27.26%	0%	63.64%	0%	0%
Cylinder 2	0%	0%	0%	0%	9.1%	90.9%	0%
Cone	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%

TAB. A.4 – Matrice de confusion des hyperimages de Cameron de la base d'apprentissage

A.3.4 Résultats

La cible en cours d'étude est le missile "Cyrano" qui a déjà été présentée précédemment. Le coefficient de rétrodiffusion est mesuré pour ces cibles pour un domaine fréquentiel de $[12; 18]$ GHz avec un pas de 7.5 MHz et pour un domaine angulaire compris entre -20° et 20° avec un pas angulaire de 0.5°. Ensuite, l'image pleine résolution est construite à partir de ces hologrammes. Sur cette image les bords d'attaque des ailes ne sont pas présents car ils répondent au niveau du Span étendu à $\pm 20^\circ$. Enfin les signatures polarimétriques temps-fréquence sont extraites comme expliqué précédemment et traitées par le multi-layer perceptron.

Résultats du Span étendu

Les résultats de la classification à partir des signatures polarimétriques temps-fréquence extraites du Span étendu sont représentés sur la figure A.11. La tête du missile est classifiée comme une ogive, ce qui correspond à la vérité cible. Les bords de fuite des ailes sont identifiés comme des dièdres. Cela est explicable par la réponse directive des ailes comme du dièdre. En réalité, les bords de fuite sont un mélange de contribution de simple diffusion et de double diffusion (dièdre) ce qui correspond plus à un comportement de dipôle. Cependant, nous ne disposons pas de la signature du dipôle dans notre base d'apprentissage. L'entrée d'air est labellisé en ogive ce qui est explicable par son comportement fréquentiel. La sortie d'air, qui correspond à une réflexion spéculaire du fond du guide d'onde, est identifiée comme étant la réflexion spéculaire d'une plaque. Au niveau des dérives, le résultat de la classification est un mélange de contribution de type cylindre, ogive et cône.

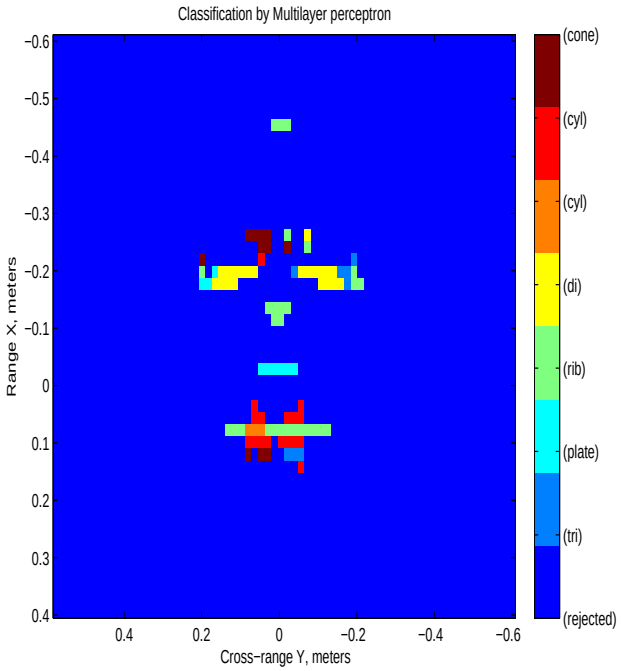


FIG. A.11 – Résultats de la classification supervisée par réseau de neurones à partir des signatures polarimétriques temps-fréquence extraites du Span étendu.

Résultats des hyperimages de Pauli

Le processus de classification utilisant les signatures des hyperimages de Pauli, a été appliqué sur le modèle de missile "Cyrano", figure A.12. Le nez du missile est identifié comme une tête de missile, ce qui correspond à la vérité cible. Les bords de fuite des ailes sont classés soit en spéculaire de plaque, soit en dièdre. Ce qui est compréhensible dans la mesure où la réponse des bords de fuite est directive avec un mélange de simple diffusion et de double rebond. Ce qui est moins évident, c'est que notre classifieur ne retrouve pas la symétrie du missile "Cyrano". La sortie d'air, qui correspond à une réflexion spéculaire du fond du guide d'onde, est identifiée

comme étant la réflexion spéculaire d'une plaque. L'entrée d'air est classifiée comme un cylindre ce qui peut se comprendre vue la réponse du cylindre et celle de l'entrée d'air. Enfin, la réponse des dérives est un mélange de contributions des deux cylindres et de la plaque.

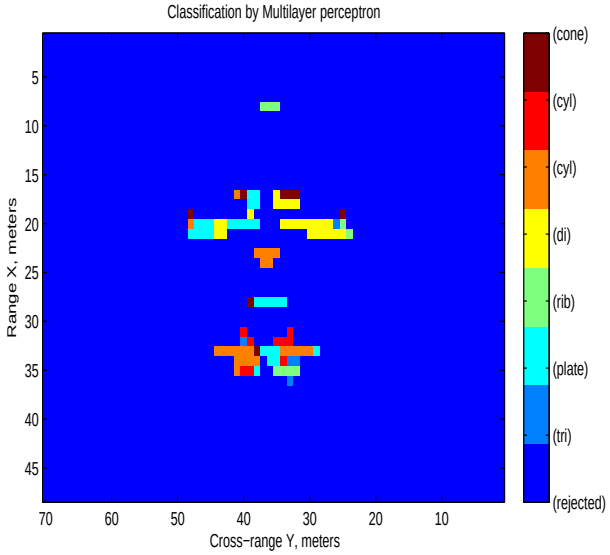


FIG. A.12 – Résultats de la classification supervisée par réseau de neurones à partir des signatures polarimétriques temps-fréquence extraites de l'hyperimage de Pauli.

Résultats des hyperimages de Krogager

Les signatures polarimétrique temps-fréquence issues des hyperimages de Krogager ont été classifiées par le multi-layer perceptron, figure A.13. Les résultats sont identiques à ceux de la décomposition de Pauli sauf pour l'entrée d'air. Cette dernière est classée en ogive comme dans l'étude du Span étendu.

Résultats des hyperimages de Cameron

Les résultats de classification issus des signatures des hyperimages de Cameron sont décrites sur la figure A.14. Malgrès que les représentations de Cameron soient une source d'information très prometteuse, les résultats de la classification ne sont pas probants. En effet, plusieurs signatures de la base d'apprentissage sont soient identiques, soient très proches. Ainsi, les résultats de la classification ne sont pas significatifs.

A.4 Conclusion

Les réseaux de neurones sont un moyen de faire une classification supervisée. Parmi les outils qu'ils proposent le perceptron multi-couches semblent être une solution à notre problèmatique.

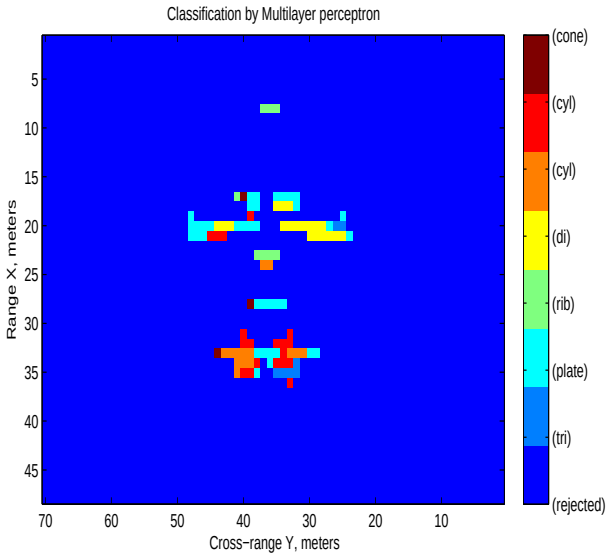


FIG. A.13 – Résultats de la classification supervisée par réseau de neurones à partir des signatures polarimétriques temps-fréquence extraites de l'hyperimage de Krogager.

En effet, l'ONERA dispose de données canoniques mesurées en chambre anéchoïque. Cette base de données nous permet, une fois les signatures polarimétriques temps-fréquence extraites de calibrer le réseau de neurones par l'apprentissage. A partir de ce classifieur des données de chambre anéchoïque peuvent être classifiées. Les résultats démontrent que ces signatures sont significatives [DOFF$^+$09]. Cependant on peut reprocher à notre méthode la sélection manuelle du centre de rétrodiffusion et les limites de notre base d'apprentissage. En effet, il serait souhaitable de disposer d'une base d'apprentissage identique aux décompositions polarimétriques cohérentes pour évaluer les performances de cette méthode par rapports aux informations fournies par la polarimétrie.

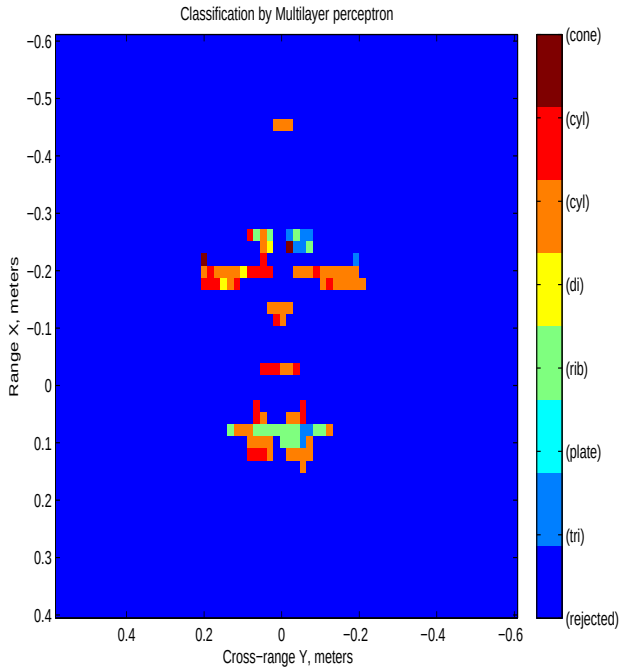


FIG. A.14 – Résultats de la classification supervisée par réseau de neurones à partir des signatures polarimétriques temps-fréquence extraites de l'hyperimage de Cameron.

B

Classification supervisée des diffuseurs en imagerie RSO basée sur les signatures polarimétrique non-cohérente temps-fréquence

SUPERVISED CLASSIFICATION OF SCATTERERS ON SAR IMAGING BASED ON INCOHERENT POLARIMETRIC TIME-FREQUENCY SIGNATURES

M. Duquenoy[1,2], J.P. Ovarlez[1,3], L. Ferro-Famil[2] and E. Pottier[2]

[1] ONERA, The French Aerospace lab / DEMR / Signal processing unit
Chemin de la Hunière, F-91761, Palaiseau cedex, France
phone: + (33).1.69.93.63.13, fax: + (33).1.69.93.62.69.
email: mickael.duquenoy@gmail.com, jean-philippe.ovarlez@onera.fr

[2] IETR, Image and Remote Sensing Group / SAPHIR Team
University of Rennes 1, Campus Beaulieu, Bat 11D, 263 avenue du Général Leclerc
CS-74205 Rennes cedex, France
phone: + (33).2.23.23.67.14, fax: + (33).2.23.23.69.63.
email: laurent.ferro-famil@univ-rennes1.fr, eric.pottier@univ-rennes1.fr

[3] SONDRA, Supelec, Plateau du Moulon, 3 rue Joliot-Curie, F-91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France

ABSTRACT

This paper deals with the analysis of the non-stationary behavior of scatterers in polarimetric SAR imaging . A method based on continuous wavelet and incoherent polarimetric decompositions is proposed to extract the polarimetric time-frequency signatures of scatterers. These signatures characterize scatterers according to their polarimetric /or energetic behavior versus the emitted frequency and the observation angle. Then, signatures from reference targets are used to train a multi-layer perceptron (MLP). All in all, SAR imaging data are classified by the MLP. The efficiency of this method is demonstrated, for the deterministic targets (man-made targets). It can be explained by the fact that the man-made targets present a strong non-stationary behavior. But for the vegetation and canopy the results are not convincing. It can be interpreted by the fact that the behavior of vegetation is stationary.

1. INTRODUCTION

This paper suggests a classification based on polarimetric time-frequency signatures for wideband and strong angular excursion SAR imaging. Indeed, in this case the model of bright point is not valid. Time-frequency analysis allows to build HyperImages [1], [2], [3] to correct this main drawback. Polarimetry is another information source to characterize scatterers. The aim of this paper is to use jointly time-frequency analysis and polarimetry incoherent decomposition to extract polarimetric time-frequency signatures and use them in a neural network to classify scatterers.

2. CONSTRUCTION OF THE HYPER-SCATTERING MATRIX BASED ON THE CONTINUOUS WAVELET

2.1 Classical radar imaging

The model usually used in radar imaging is the model of bright points [4]. The object under analysis can be seen as a set of bright points, i.e. a set of independent sources that reflect in the same way for all frequencies (white points) and all directions of presentation (isotropic points). Let $S(\mathbf{r})$ be the complex amplitude of the bright point response located at $\mathbf{r} = (x,y)^T$ in a set of cartesian axes related to the object. Under far field conditions (decomposition into planes waves), the complex backscattering coefficient for the whole object is then given by the in-phase summation of each reflector contribution:

$$H(\mathbf{k}) = \int S(\mathbf{r})\, e^{-2i\pi \mathbf{k}.\mathbf{r}}\, d\mathbf{r}. \tag{1}$$

After a Fourier Transform of (1), one can obtain the spatial distribution $I(\mathbf{r})$ of the reflectors complex amplitude for a mean frequency (the center frequency) and for a mean angle of presentation:

$$S(\mathbf{r}) = \int H(\mathbf{k})\, e^{2i\pi \mathbf{k}.\mathbf{r}}\, d\mathbf{k}. \tag{2}$$

The spatial distribution of the scatterers energy will be denoted in the following by:

$$\tilde{I}(\mathbf{r}) = |S(\mathbf{r})|^2 \tag{3}$$

A full polarimetric radar is generally designed to transmit and receive microwave radiations horizontally (h) or vertically (v) polarized. The polarimetric generalization of the scattering coefficient is called the scattering matrix $[\mathbf{S}]$ or Sinclair matrix:

$$[\mathbf{S}(\mathbf{r})] = \begin{bmatrix} S_{hh}(\mathbf{r}) & S_{hv}(\mathbf{r}) \\ S_{vh}(\mathbf{r}) & S_{vv}(\mathbf{r}) \end{bmatrix}. \tag{4}$$

When a target is illuminated by a broad-band signal and/or for a large angular extent, it is realistic to consider that the spatial distribution $\tilde{I}(\mathbf{r})$ of the reflectors energy (or the Sinclair complex image $S(\mathbf{r})$) depends on frequency f and on illumination angle θ. These two amplitude and energy distributions depending on the vector $\mathbf{k}$, they will be denoted respectively by $S(\mathbf{r},\mathbf{k})$ and $\tilde{I}(\mathbf{r},\mathbf{k})$ in the sequel.

2.2 Extended radar imaging

Let $\phi(\mathbf{k})$ be a mother wavelet supposed to represent the signal reflected by a reference target. This target is supposed

© EURASIP, 2009

located around $\mathbf{r} = \vec{0}$ and backscatters the energy in the direction $\theta = 0$ and at the frequency f given by $k = \frac{2f}{c} = 1$. A family of function is built $\Psi_{\mathbf{r}_0,\mathbf{k}_0}$ from $\phi(\mathbf{k})$ by the similarity group S [1], [2]:

$$\Psi_{\mathbf{r}_o,\mathbf{k}_o}(\mathbf{k}) = \frac{1}{k_o}\, e^{-j2\pi\mathbf{k}.\mathbf{r}_o} \phi\left(\frac{1}{k_o}\mathscr{R}_{\theta_o}^{-1}\,\mathbf{k}\right) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{k_o}\, e^{-j2\pi\mathbf{k}.\mathbf{r}_o}\, \phi\left(\frac{k}{k_o}, \theta - \theta_o\right). \quad (6)$$

The wavelet coefficient $S_{xx}(\mathbf{r}_o, \mathbf{k}_o)$ is defined as the scalar product between the complex backscattering coefficient H_{xx} and the wavelet $\Psi_{\mathrm{r_o,k_o}}$:

$$S_{xx}(\mathbf{r}_o, \mathbf{k}_o) = < H_{xx}, \Psi_{\mathbf{r}_o,\mathbf{k}_o} > \quad (7)$$

The scalar product is defined following [5]:

$$S_{xx}(\mathbf{r}_o, \mathbf{k}_o) = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{+\infty} k\, H_{xx}(k,\theta)\, \frac{1}{k_o} e^{+j2\pi\mathbf{k}.\mathbf{r}_o} \phi^*\left(\frac{k}{k_o}, \theta - \theta_o\right) dk \quad (8)$$

The scalogram which is the square modulus of the wavelet coefficients defines the hyperImage $\tilde{I}(\mathbf{r}, \mathbf{k})$.

2.3 Properties

The continuous wavelet transform has two interesting properties. The first is the reconstruction: it is possible to rebuild the complex backscattering coefficient $H_{xx}(\mathbf{k})$ from the wavelet coefficient $S_{xx}(\mathbf{r}_o, \mathbf{k}_o)$:

$$H_{xx}(\mathbf{k}) = \frac{1}{K_\phi} \int_S d\mathbf{r}_o \int S_{xx}(\mathbf{r}_o, \mathbf{k}_o)\, \Psi_{\mathbf{r}_o,\mathbf{k}_o}(\mathbf{k})\, d\mathbf{k}_o \quad (9)$$

with K_ϕ defined as the *admissibility coefficient* of the mother wavelet which must, to build $H_{xx}(\mathbf{k})$ from the wavelet coefficients, check:

$$K_\phi = \int |\phi(\mathbf{k})|^2\, \frac{d\mathbf{k}}{k^2} < +\infty \quad (10)$$

The second property is the isometry:

$$\frac{1}{K_\phi} \int_S d\mathbf{r}_o \int |S_{xx}(\mathbf{r}_o, \mathbf{k}_o)|^2\, d\mathbf{k}_o = \|H_{xx}\|^2 \quad (11)$$

2.4 Limitations

The continuous wavelet is limited by the Heisenberg principle. Indeed, this concept tells that we cannot obtain a spatial good resolution with a good resolution in the frequency domain and reciprocally. However, the continuous wavelet offers a resolution which changes with the frequency and the spatial domain. It allows multiresolution analysis [6].

2.5 Hyper-Scattering matrix definition and extended Span

The wavelet transform is applied on each of the four polarimetric channels. The resulting Sinclair scattering matrix now depends on the frequency and on the illumination angle and is called hyper-scattering matrix:

$$[\mathbf{S}](\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \begin{bmatrix} S_{hh}(\mathbf{r},\mathbf{k}) & S_{hv}(\mathbf{r},\mathbf{k}) \\ S_{vh}(\mathbf{r},\mathbf{k}) & S_{vv}(\mathbf{r},\mathbf{k}) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

The span is generally defined as the sum of the squared modulus of each element of the matrix (4). The extended span is now defined as the sum of the squared modulus of each element of the hyper-scattering matrix (12).

$$P(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = |S_{hh}(\mathbf{r},\mathbf{k})|^2 + |S_{hv}(\mathbf{r},\mathbf{k})|^2 + |S_{vh}(\mathbf{r},\mathbf{k})|^2 + |S_{vv}(\mathbf{r},\mathbf{k})|^2. \quad (13)$$

The extended span provides a first polarimetric time-frequency signatures. Indeed, if one scatterer is selected at the position $\mathbf{r}_0$, $P(\mathbf{r}_0, \mathbf{k})$ describes the polarimetric energetic behavior of this scatterer versus the emitted frequency and the observation angle.

3. CONSTRUCTION OF THE INCOHERENT POLARIMETRIC TIME-FREQUENCY SIGNATURES

3.1 Definition of the covariance and coherency matrix

A scattering vector can be obtained by the projection of the Sinclair matrix on an orthogonal basis of special unitary group [7]. The two bases which are the most used, are the the lexicographic basis and the Pauli basis. In monostatic scenario, the reciprocity theorem holds and hence: $S_{hv} = S_{vh}$. So, by projecting the hyper-scattering matrix on the two bases, two hyper-scattering vectors which contain all polarimetric information can be obtained:

$$k_L(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = [S_{hh}(\mathbf{r},\mathbf{k}), \sqrt{2}S_{hv}(\mathbf{r},\mathbf{k}), S_{vv}(\mathbf{r},\mathbf{k})]^T \quad (14)$$

$$k_P(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}}[S_{hh}(\mathbf{r},\mathbf{k}) + S_{vv}(\mathbf{r},\mathbf{k}), S_{hh}(\mathbf{r},\mathbf{k}) - S_{vv}(\mathbf{r},\mathbf{k}), 2S_{hv}(\mathbf{r},\mathbf{k})]^T \quad (15)$$

where ^{T} is the transpose operator.

From these targets vectors, the covariance hyper-matrix $[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]$ and the coherency hyper-matrix $[T(\mathbf{r},\mathbf{k})]$ can be defined:

$$[C(\mathbf{r},\mathbf{k})] = \langle k_L(\mathbf{r},\mathbf{k}) k_L^{*T}(\mathbf{r},\mathbf{k}) \rangle \quad (16)$$

$$[T(\mathbf{r},\mathbf{k})] = \langle k_P(\mathbf{r},\mathbf{k}) k_P^{*T}(\mathbf{r},\mathbf{k}) \rangle \quad (17)$$

where * and $\langle\rangle$ are respectively the conjugate and the statistical mean operators.

The aim of this part is to use incoherent decompositions to obtain polarimetric time-frequency signatures. Hence, The objective of the incoherent decompositions is to separate the covariance or coherency matrices as the combination of second order descriptors corresponding to simpler or canonical objects, presenting an easier physical interpretation [8].

$$[C(\mathbf{r},\mathbf{k})] = \sum_{i=1}^{k} p_i(\mathbf{r},\mathbf{k})[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_i \quad (18)$$

$$[T(\mathbf{r},\mathbf{k})] = \sum_{i=1}^{k} q_i(\mathbf{r},\mathbf{k})[T(\mathbf{r},\mathbf{k})]_i \quad (19)$$

where the canonical responses are represented by $C[(\mathbf{r},\mathbf{k})]_i$ and $T[(\mathbf{r},\mathbf{k})]_i$, and $p_i(\mathbf{r},\mathbf{k})$ and $q_i(\mathbf{r},\mathbf{k})$ denote the coefficients of these components.

3.2 The Freeman-Durden Decomposition

3.2.1 Construction of the polarimetric time-frequency signatures

By applying the Freeman-Durden decomposition [9] on the covariance hyper-matrix, we obtain the three components scattering mechanism model:

$$\begin{aligned}[C(\mathbf{r},\mathbf{k})] &= f_s(\mathbf{r},\mathbf{k})[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_s + f_d(\mathbf{r},\mathbf{k})[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_d \\ &\quad + f_v(\mathbf{r},\mathbf{k})[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_v \end{aligned} \quad (20)$$

where $f_s(\mathbf{r},\mathbf{k})[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_s$ represents the single scattering, $f_d(\mathbf{r},\mathbf{k})[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_d$ is the double scattering and $f_v(\mathbf{r},\mathbf{k})[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_v$ the volume scattering. To calculate the different parameters, there are four observed equations for five unknown real coefficients:

$$\begin{aligned}[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_{1,1} &= f_s(\mathbf{r},\mathbf{k})\beta(\mathbf{r},\mathbf{k})^2 + f_d(\mathbf{r},\mathbf{k})\alpha(\mathbf{r},\mathbf{k})^2 \\ &\quad + f_v(\mathbf{r},\mathbf{k}) \\ [C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_{1,3} &= f_s(\mathbf{r},\mathbf{k})\beta(\mathbf{r},\mathbf{k}) - f_d(\mathbf{r},\mathbf{k})\alpha(\mathbf{r},\mathbf{k}) \\ &\quad + \frac{f_v(\mathbf{r},\mathbf{k})}{3} \\ [C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_{2,2} &= \frac{2f_v(\mathbf{r},\mathbf{k})}{3} \\ [[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_{3,1} &= f_s(\mathbf{r},\mathbf{k})\beta(\mathbf{r},\mathbf{k}) - f_d(\mathbf{r},\mathbf{k})\alpha(\mathbf{r},\mathbf{k}) \\ &\quad + \frac{f_v(\mathbf{r},\mathbf{k})}{3} \\ [[C(\mathbf{r},\mathbf{k})]_{3,3} &= f_s(\mathbf{r},\mathbf{k}) + f_d(\mathbf{r},\mathbf{k}) + f_v(\mathbf{r},\mathbf{k}) \end{aligned} \quad (21)$$

So, an assumption is made [9]:

- if $\mathscr{R}e\{\langle S_{hh}(\mathbf{r},\mathbf{k})S(\mathbf{r},\mathbf{k})^*_{vv}\rangle - \frac{f_v(\mathbf{r},\mathbf{k})}{3}\} > 0 \rightarrow \alpha(\mathbf{r},\mathbf{k}) = 1$
- if $\mathscr{R}e\{\langle S_{hh}(\mathbf{r},\mathbf{k})S(\mathbf{r},\mathbf{k})^*_{vv}\rangle - \frac{f_v(\mathbf{r},\mathbf{k})}{3}\} < 0 \rightarrow \beta(\mathbf{r},\mathbf{k}) = 1$

Consequently the different parameters can be processed.

3.2.2 Interpretation of the polarimetric time-frequency signatures

The term $f_v(\mathbf{r},\mathbf{k})$ corresponds to the contribution of the volume scattering of the final hyper-covariance matrix. Hence, the scattered power by this component can be written as follows:

$$P_v(\mathbf{r},\mathbf{k}) = \frac{8f_v(\mathbf{r},\mathbf{k})}{3} \quad (22)$$

The power scattered by the double-bounce component of the hyper-covariance matrix has the expression:

$$P_d(\mathbf{r},\mathbf{k}) = f_d(\mathbf{r},\mathbf{k})(1+|\alpha(\mathbf{r},\mathbf{k})|^2) \quad (23)$$

Finally, the power scattered by the surface-like component is:

$$P_s(\mathbf{r},\mathbf{k}) = f_s(\mathbf{r},\mathbf{k})(1+|\beta(\mathbf{r},\mathbf{k})|^2) \quad (24)$$

For a scatterer located at $\mathbf{r_0}$, $P_v(\mathbf{r_0},\mathbf{k})$ (respectively, $P_d(\mathbf{r_0},\mathbf{k})$, and $P_s(\mathbf{r_0},\mathbf{k})$) represents the polarimetric behavior of volume scattering (respectively double scattering and simple scattering) versus the emitted frequency and the observation angle. These representations are called polarimetric time-frequency signatures.

3.3 The H/A/Alpha decomposition

3.3.1 Construction of the polarimetric time-frequency signatures

An Hermitian matrix 3×3 can be factorized according to [7], [10]:

$$T(\mathbf{r},\mathbf{k}) = P(\mathbf{r},\mathbf{k})D(\mathbf{r},\mathbf{k})P(\mathbf{r},\mathbf{k})^{-1} \quad (25)$$

The matrix $D(\mathbf{r},\mathbf{k})$ is diagonal with three real eigenvalues $\lambda_1(\mathbf{r},\mathbf{k}) > \lambda_2(\mathbf{r},\mathbf{k}) > \lambda_3(\mathbf{r},\mathbf{k})$ The unitary matrix is composed with eigenvectors whose the form is:

$$P_k(\mathbf{r},\mathbf{k}) = [\cos(\alpha_k(\mathbf{r},\mathbf{k})), \sin(\alpha_k(\mathbf{r},\mathbf{k}))\cos(\beta_k(\mathbf{r},\mathbf{k})) \exp(j\delta_k(\mathbf{r},\mathbf{k})), \sin(\alpha_k(\mathbf{r},\mathbf{k}))\cos(\beta_k(\mathbf{r},\mathbf{k}))\exp(j\gamma_k(\mathbf{r},\mathbf{k}))]^T$$

So, the decomposition can be written according to:

$$[T(\mathbf{r},\mathbf{k})] = \sum_{k=1}^{3} \lambda_k(\mathbf{r},\mathbf{k})P_k(\mathbf{r},\mathbf{k})P_k(\mathbf{r},\mathbf{k})^{*T} \quad (26)$$

From these eigenvectors and eigenvalues, secondary characteristics parameters can be extracted. Indeed, the eigenvalues show the power of each mechanism of the decomposition. The eigenvalues can be normalized following [8]:

$$p_k(\mathbf{r},\mathbf{k}) = \frac{\lambda_k(\mathbf{r},\mathbf{k})}{\sum_{k=1}^{3}\lambda_k(\mathbf{r},\mathbf{k})} \quad (27)$$

So, the entropy can be processed to determine the degree of randomness of the scattering process, which can be also interpreted as the degree of statistical disorder:

$$H(\mathbf{r},\mathbf{k}) = -\sum_{k=1}^{3} p_k(\mathbf{r},\mathbf{k})\log_3(p_k(\mathbf{r},\mathbf{k})) \quad (28)$$

The anisotropy can be defined to describe the secondary mechanisms:

$$A(\mathbf{r},\mathbf{k}) = \frac{p_2(\mathbf{r},\mathbf{k}) - p_3(\mathbf{r},\mathbf{k})}{p_2(\mathbf{r},\mathbf{k}) + p_3(\mathbf{r},\mathbf{k})} \quad (29)$$

The last parameter of the decomposition indicates the nature of the mechanism:

$$\alpha(\mathbf{r},\mathbf{k}) = \sum_{k=1}^{3} p_k(\mathbf{r},\mathbf{k})\alpha_k(\mathbf{r},\mathbf{k}) \quad (30)$$

3.3.2 Interpretation of the polarimetric time-frequency signatures

For a scatterer located at $\mathbf{r_0}$, $H(\mathbf{r_0},\mathbf{k})$ (respectively, $A(\mathbf{r_0},\mathbf{k})$, and $\alpha(\mathbf{r_0},\mathbf{k})$) represents the entropy (anisotropy and the α parameter) versus the emitted frequency and the observation angle. These representations are called polarimetric time-frequency signatures.

4. SUPERVISED CLASSIFICATION USING NEURAL NETWORKS

Neural networks are non-linear statistical data modeling tools. They can be used to find pattern data [11].

4.1 Architecture of the multi-layer perceptron (MLP)

A multi-layer perceptron is a feedforward artificial neural network model that maps sets of input data onto a set of appropriate output. The structure of our multi-layer perceptron is described figure (1). It is composed of nodes whose the processing is [12]:

$$a_j^{(1)} = \sum_{i=1}^{d} w_{ij}^{(1)} x_i + b_j^{(1)}, \tag{31}$$

where $a_j^{(1)}$ associated input with each hidden unit. Here $w_{ij}^{(1)}$ represents the elements of the first-layer weight matrix and b_j are the bias parameters associated with the hidden unit.

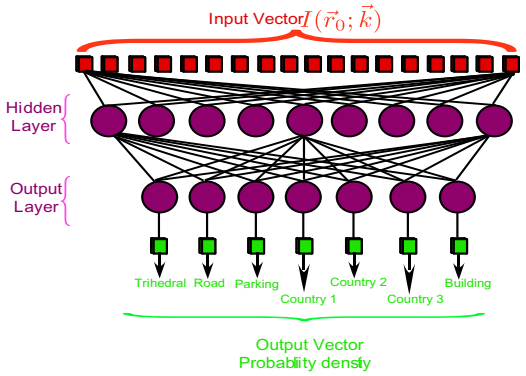


Figure 1: Architecture of the multi-layer perceptron

The variables $a_j^{(1)}$ are then transformed by the non-linear activation function of the hidden layer. The activation function is tanh(.). The outputs of the hidden units are given by:

$$z_j = \tanh(a_j^{(1)}) \tag{32}$$

which has the property that:

$$\frac{dz_j}{da_j^{(1)}} = 1 - z_j^2 \tag{33}$$

The z_j are then transformed by the second layer of weights and biases to give second-layer activation values $a_k^{(2)}$:

$$a_k^{(2)} = \sum_{j=1}^{M} w_{ij}^{(2)} z_j + b_k^{(2)} \tag{34}$$

Finally, these values are passed through the output-unit activation function to give output values y_k. For the more usual kind of classification problem in which we have of c mutually exclusive classes, we use the softmax activation function of the form [12]:

$$y_k = \frac{\exp(a_k^{(2)})}{\sum_{k'} a_{k'}^{(2)}} \tag{35}$$

Our multi-layer perceptron is a three layers whose the number of nodes of the input layer is equal to the number of input, the output layer is equal to the number of class to obtain a probability density whose the maximum defines the class which the scatterer is and the number of nodes of the hidden-layer is calculated following:

$$N_{Hidden-Layer} = \sqrt{N_{input} N_{output}} \tag{36}$$

4.2 Learning Basis

In supervised learning, a set of known signatures is given and the aim is to find a function in the allowed class of functions that matches the examples. The cost function is related to the mismatch between the mapping and the data and it implicitly contains prior knowledge about the pattern recognition problem.

The choice of the mother wavelet is moving toward a Gaussian shape. Indeed, a Gaussian have good properties and it has proved itself [13]. The spreading band of the Gaussian is chosen to $\frac{1}{6}$ band because it represents the best compromise of resolution between spatial and frequency domains. Indeed, we want a good resolution on frequency domain.

The polarimetric time-frequency signatures of manually selected scatterers are extracted as explained in the former part. On the image, the scatterers selected are the trihedral, the parking, the building, the road and three countries.

An example of Freeman-Durden learning basis is presented on the figure 2. The three contributions are coded respectively: P_d in red, P_v in green and P_s in blue. The image in the center is the image full resolution of the Freeman-Durden decomposition.

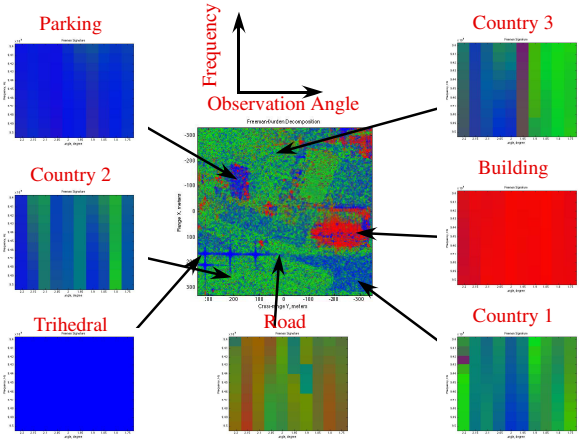


Figure 2: Learning basis obtained by the Freeman Durden polarimetric time-frequency signatures

5. RESULTS

The data under study is the full resolution image, (see Fig. 2). It is a X band image with an angular excursion of two degrees. The polarimetric time-frequency signatures are processed as explained in the former part. Then, these signatures are sent to the neural networks.

5.1 Freeman-Durden polarimetric time-frequency signatures

The results of the Freeman-Durden time-frequency signatures are represented on the figure 3. The trihedrals are classified as trihedral. The parking is identified by a melting pot of parking and trihedral contributions. It can be explained by their signatures. The three buildings are identified as a building. For the vegetation the results show that time-frequency analysis is not sufficient for these behaviors.

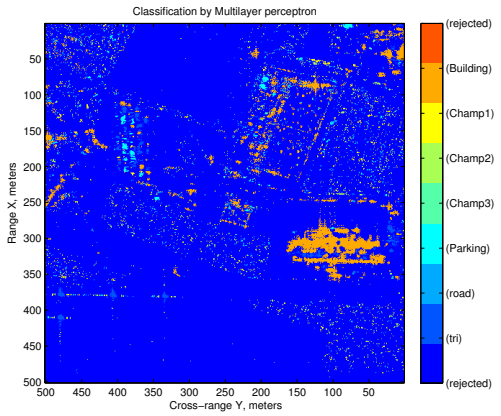


Figure 3: Classification results obtained by the Freeman Durden polarimetric time-frequency signatures

5.2 H/alpha polarimetric time-frequency signatures

The results of the H/Alpha time-frequency signatures are described on the figure 4. The trihedrals are classified as trihedral. The parking is identified by a melting pot of parking and trihedral contributions. It can be explained by their signatures. The three buildings are identified as a building. For the vegetation the results show that time-frequency analysis is not sufficient for these behaviors.

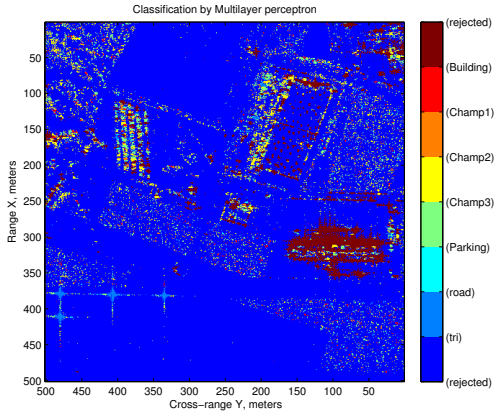


Figure 4: Classification results obtained by the H/A/Alpha polarimetric time-frequency signatures

6. CONCLUSION

A new method to classify scatterers on SAR imaging is proposed. This method is designed to work in wideband and strong angular excursion: Very High Resolution image (VHR). Indeed, it is based on stationary or non-stationary behavior of scatterers during the SAR integration. So, time-frequency analysis and polarimetric incoherent decompositions highlight this point of view. The results show that the information from polarimetric time-frequency signatures is valuable for deterministic targets (man-made targets) like trihedral, building and parking. However, this information does not allow to characterize the vegetation or the canopy.

REFERENCES

[1] J. Bertrand and P. Bertrand, "The concept of hyperimage in wide-band radar imaging," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 34, no. 5, pp. 1144–1150, Sep. 1996.

[2] J. P. Ovarlez, L. Vignaud, J. C. Castelli, M. Tria, and M. Benidir, "Analysis of sar images by multidimensional wavelet transform," *IEE Proc. Radar. Sonar. Navig.*, vol. 150, no. 4, pp. 234–241, Aug. 2003.

[3] M. Tria, J. P. Ovarlez, L. Vignaud, J. Castelli, and M. Benidir, "Sar imaging using multidimensional continuous wavelet transform," in *Proc. EURASIP XII European Signal Processing Conference (EUSIPCO'04)*, Wien, Austria, Sep. 6–10, 2004, pp. 1179–1182.

[4] D. Mensa, *High Resolution Radar Imaging*. USA: Artech House, 1981.

[5] M. Tria, "Imagerie radar synthése d'ouverture par analyse en ondelettes continues multidimensionnelles," Ph.D. dissertation, Univ. of Paris-Sud, Paris, France, Nov. 2005.

[6] V. C. Chen and H. Ling, *Time-Frequency Transforms for Radar Imaging and Signal Analysis*. Boston: Artech House, 2002.

[7] S. R. Cloude and E. Pottier, "A review of target decomposition theorems in radar polarimetry," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 34, no. 2, pp. 498–518, Mar. 1996.

[8] C. Lopez-Martinez, L. Ferro-Famil, and E. Pottier, "Polarimetric decompositions," Institut d'Electronique et de Télécommunication de RENNES (IETR), Tutorial, Jan. 2005.

[9] A. Freeman and S. Durden, "A three component scattering model for polarimetric sar data," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 36, no. 3, May 1998.

[10] S. R. Cloude and E. Pottier, "An entropy based classification scheme for land applications of polarimetric sar," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 35, no. 1, pp. 68–78, Jan. 1997.

[11] B. Ripley, *Pattern Recognition and neural networks*. Oxford, 1995.

[12] I. Nabney, *Netlab : Algorithms for pattern recognition*. Springer, 2002.

[13] L. Vignaud, "Wavelet-relax feature extraction in radar images," *IEE Proc. Radar. Sonar. Navig.*, vol. 150, no. 4, pp. 242–246, Aug. 2003.

C

Production scientifique

C.1 Publications

C.1.1 Revues

2009

1. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, E. Pottier « **Supervised Classification on SAR Imaging Based On Incoherent polarimetric Time-Frequency Signatures** », Article revue invité dans le journal EURASIP Signal Processing à soumettre en 2009.
2. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, E. Pottier, C. Morisseau, G. Vieillard « **Characterization of scatterers using neural networks based on polarimetric time-frequency signatures** », Article soumis à la revue IET Signal Processing special issue Time-Frequency approach to RADAR Detection, Imaging and Classification le 27 février 2009 et en révision majeure le 23 octobre 2009.

2008

3. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, E. Pottier, L. Vignaud, « **Scatterers characterization in radar imaging using joint time-frequency analysis and polarimetric coherent decompositions** », Article soumis à la revue IET Radar Sonar and Navigation le 10 juin 2008 révisé le 24 octobre 2008 en seconde révision depuis le 16 avril 2009 et accepté le 05 août 2009.

C.1.2 Conférences

2009

4. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, E. Pottier « **Classification supervisée des diffuseurs en imagerie RSO basée sur des signatures polarimétriques non-cohérentes temps-fréquence** », Article accepté, conférence GRETSI 2009, Dijon, France, 9-12 septembre 2009.
5. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, E. Pottier « **Supervised Classification on SAR Imaging Based On Incoherent polarimetric Time-Frequency Signatures** », Article accepté, conférence EUSIPCO 2009, Glasgow, Royaume-Uni, 24-28 août 2009.
6. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, E. Pottier « **HyperImage Concept : Multidimensional Time-Frequency Analysis Applied To SAR Imaging** », Article accepté, conférence IGARSS 2009, Cape town, Afrique du sud, 13-17 juillet 2009.

7. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, E. Pottier, « **Supervised classification by neural networks using polarimetric time-frequency signatures** », Article accepté, conférence IGARSS 2009, Cape town, Afrique du sud, 13-17 juillet 2009.
8. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, E. Pottier, L. Ferro-Famil, C. Morisseau, G. Vieillard « **Supervised classification using neural networks based on polarimetric time-frequency signatures** », conférence POLINSAR, Frascati, Italie, 26-30 janvier 2009

2007

9. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, E. Pottier, L. Vignaud, « **Characterization of scatterers by their anisotropic and dispersive behavior** », article invité à la conférence IGARSS 2007, Barcelone, Espagne, 23-27 juillet 2007.
10. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, L. Vignaud, E. Pottier, « **SAR Imaging using Multidimensional Time-Frequency Analysis** », PSIP 2007, mulhouse, France, 31 janvier-2février 2007
11. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, L. Vignaud, E. Pottier, « **Classification based on the Polarimetric Dispersive and Anisotropic Behavior of Scatterers** », POLINSAR 2007, Frascati, Italie, 22-26 janvier 2007

2006

12. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, L. Vignaud, E. Pottier, « **Study of Dispersive and Anisotropic Scatterers Behavior in Radar Imaging Using Time-Frequency Analysis and Polarimetric Coherent Decomposition** », Dresde, Allemagne, EUSAR, 16-18 mai 2006.

13. M. Duquenoy, J.P. Ovarlez, L. Ferro-Famil, L. Vignaud, E. Pottier, « **Study of Dispersive and Anisotropic Scatterers Behavior in Radar Imaging Using Time-Frequency Analysis and Polarimetric Coherent Decomposition** », Verona, USA, IEEE International Radar Conference, 24-27 avril 2006.

C.2 Transfert de connaissances

Dans le cadre de cette étude, un didacticiel a été développé pour la société Thales Alenia Space, toulouse. Ce didacticiel est une toolbox sur le logiciel Matlab qui a été implémenté de façon modulaire.
Ce logiciel comprend diverses fonctions :

- Transformées bi-dimensionelles temps-fréquence :
  - Transformée de Fourier à court terme et son spectrogramme.
  - Ondelettes continues.
  - Transformée de Wigner-Ville.
  - Transformée de pseudo-Wigner-Ville lissée.
  - Spectrogramme réalloué.
  - IHM de visualisation des hyperimages.
- Décompositions polarimétriques cohérentes :
  - Décomposition de Pauli.
  - Décomposition de Krogager.
  - Décomposion de Cameron.

- Décompositions polarimétriques non-cohérentes :
  - Décomposition H/A/Alpha.
  - Décomposition de Freeman-Durden.
- Hyperimages polarimétriques :
  - Hyperimages de Pauli.
  - Hyperimages de Krogager.
  - Hyperimages de Cameron.
  - IHM de visualisation des hyperimages.
- Processus de classification :
  - Classification supervisée basée sur la densité de classe de Cameron avec IHM.
  - Classification hiérarchique.

Bibliographie

[AKCW04] V. Alberga, E. Krogager, M. Chandra, and G. Wanielik. Potential of coherent decompositions in sar polarimetry and interferometry. In *Proc. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'04)*, volume 3, pages 1792–1795, Anchorage, USA, September 20–24, 2004.

[BB96] J. Bertrand and P. Bertrand. The concept of hyperimage in wide-band radar imaging. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 34(5) :1144–1150, September 1996.

[Bou96] J.M. Boutry. Onera airborne sar facilities. In *Proc. 2nd International Airborne Remote Sensing Conference*, San Francisco, USA, June 1996.

[Bur91] G. Burel. *Reseaux de neurones en traitement d'images*. PhD thesis, Univ. of Bretagne Occidentale, Brest, France, December 1991.

[Bur02] G. Burel. *Cours de traitement d'images DEA STT et DESS d'Electronique*. Universite de Bretagne Occidentale, 2002.

[CL92] W. L. Cameron and L. K. Leung. Identification of elemental polarimetric scatterer responses in high-resolution isar and sar signature measurements. In *Proc. Second International Workshop on Radar Polarimetry (JIPR'1992)*, volume 1, pages 196–205, Nantes, France, September 8–10, 1992.

[CL02] V. C. Chen and H. Ling. *Time-Frequency Transforms for Radar Imaging and Signal Analysis*. Artech House, Boston, 2002.

[CM98] E. Chassande-Mottin. *Méthodes de Réallocation dans le Plan Temps-Fréquence pour l'Analyse et le Traitement de Signaux Non Stationnaires*. PhD thesis, Univ. of Cergy-Pontoise, Cergy-Pontoise, France, September 1998.

[CP96] S. R. Cloude and E. Pottier. A review of target decomposition theorems in radar polarimetry. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 34(2) :498–518, March 1996.

[CP97] S. R. Cloude and E. Pottier. An entropy based classification scheme for land applications of polarimetric sar. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 35(1) :68–78, January 1997.

[CR06] W. L. Cameron and H. Rais. Conservative polarimetric scatterers and their role in incorrect extensions of the cameron decomposition. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 44(12) :3506–3516, December 2006.

[CT04] E. Colin and M. Tria. Sar imaging using multidimensional continuous wavelet transform and applications to polarimetry and interferometry. In *Proc. International Conference on Radar Systems (Radar'04)*, Toulouse, France, October 18–22, 2004.

[CTTS+05] E. Colin, M. Tria, C. Titin-Schnaider, J. P. Ovarlez, and M. Benidir. Sar imaging using multidimensional continuous wavelet transform and applications to polarimetry and interferometry. *International journal of imaging systems and technology*, 14(5) :206–212, March 2005.

[CYL96] W. L. Cameron, N. N. Youssef, and L. K. Leung. Simulated polarimetric signatures of primitive geometrical shapes. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 34(3) :793–803, May 1996.

[DOFF+06a] M. Duquenoy, J.P Ovarlez, L. Ferro-Famil, L. Vignaud, and E. Pottier. Study of dispersive and anisotropic scatterers behavior in radar imaging using time-frequency analysis and polarimetric coherent decomposition. In *Proc. IEEE radar conference*, pages 180–185, Verona,USA, April 24–27, 2006.

[DOFF+06b] M. Duquenoy, J.P Ovarlez, L. Ferro-Famil, L. Vignaud, and E. Pottier. Study of dispersive and anisotropic scatterers behavior in radar imaging using time-frequency analysis and polarimetric coherent decompositions. In *Proc. sixth European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR'06)*, Dresden,germany, May 16–18, 2006.

[DOFF+07] M. Duquenoy, J.P Ovarlez, L. Ferro-Famil, E. Pottier, and L. Vignaud. Characterization of scatterers by their anisotropic and dispersive behavior. In *Proc. IEEE International Geoscience and remote sensing symposium (IGARSS'07)*, Barcelona, Spain, July 23–27, 2007.

[DOFF+09] M. Duquenoy, J.P Ovarlez, L. Ferro-Famil, E. Pottier, C. Morisseau, and G. Viellard. Supervised classification using neural networks based on polarimetric time-frequency signatures. In *Proc. fourth International workshop on Science and applications of SAR Polarimetry and Polarimetric Interferometry (POLINSAR'09)*, Frascati, Italy, January 26–30, 2009.

[DOV+07a] M. Duquenoy, J.P Ovarlez, L. Vignaud, L. Ferro-Famil, and E. Pottier. Classification based on the polarimetric dispersive and anisotropic behavior of scatterers. In *Proc. third International workshop on Science and applications of SAR Polarimetry and Polarimetric Interferometry (POLINSAR'07)*, Frascati, Italy, January 22–26, 2007.

[DOV+07b] M. Duquenoy, J.P Ovarlez, L. Vignaud, L. Ferro-Famil, and E. Pottier. Sar imaging using multidimensional frequency. In *Proc. fifth International Conference on Physics in Signal and Image Processing (PSIP'07)*, Mulhouse, France, January 31–2, 2007.

[FFBPR03] L. Ferro-Famil, W.M. Boerner, E. Pottier, and A. Reigber. Analysis of sar response anisotropic behavior using sub-aperture polarimetric data. In *Proc. Workshop on Applications of SAR polarimetry and Polarimetric Interferometry (POLINSAR'03)*, Frascati, Italy, January 14–16, 2003.

[FFLRP05] L. Ferro-Famil, P. Leducq, A. Reigber, and E. Pottier. Extraction of information from time-frequency pol-insar response of anisotropic scatterers. In *Proc. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'05)*, volume 7, pages 4856–4859, Seoul, South Corea, July 25–29, 2005.

[FFP04] P. Leducq L. Ferro-Famil and E. Pottier. Time-frequency analysis of moving and non-stationary objects in polarimetric sar images. In *Proc. fifth European*

Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR'04), volume 2, pages 525–528, Ulm, Germany, May 25–27, 2004.

[FFP05a] P. Leducq L. Ferro-Famil and E. Pottier. Analyse d'images sar polarimétriques au moyen d'outils temps-fréquence. In *Proc. (GRETSI'05)*, September 2005.

[FFP05b] P. Leducq L. Ferro-Famil and E. Pottier. Time-frequency analysis of polarimetric sar images. In *Proc. (EURAD'05)*, Paris, France, October 6–7, 2005.

[FFP06] P. Leducq L. Ferro-Famil and E. Pottier. Analysis of polsar data of urban areas using time-frequency diversity. In *Proc. sixth European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR'06)*, volume 2, Dresden, Germany, May 16–18, 2006.

[FFRP03] L. Ferro-Famil, A. Reigber, and E. Pottier. Scene characterization using sub-aperture polarimetric interferometric data. In *Proc. IEEE International Geoscience and Remote- Sensing Symposium (IGARSS'03)*, Toulouse, France, July 21–25, 2003.

[FFRP04] L. Ferro-Famil, A. Reigber, and E. Pottier. Time-frequency analysis of natural scene anisotropic scattering behavior from pol-in-sar data. In *Proc. fifth European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR'04)*, volume 1, pages 251–254, Ulm, Germany, May 25–27, 2004.

[FFRP05] L. Ferro-Famil, A. Reigber, and E. Pottier. Nonstationary natural media analysis from polarimetric sar data using a two-dimensional time-frequency decomposition approach. *Canadian Journal of Remote Sensing*, 31(1) :21–29, February 2005.

[FFRPB03a] L. Ferro-Famil, A. Reigber, E. Pottier, and W. M. Boerner. Scene characterization using subaperture polarimetric sar data. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 41(10) :2264–2276, October 2003.

[FFRPB03b] L. Ferro-Famil, A. Reigber, E. Pottier, and W.M. Boerner. Analysis of anisotropic scattering behavior using sub-aperture polarimetric sar data. In *Proc. IEEE International Geoscience and Remote- Sensing Symposium (IGARSS'03)*, Toulouse, France, July 21–25, 2003.

[Fla98] P. Flandrin. *Temps-Fréquence : deuxième édition revue et corrigée*. Hermes, Paris, 1998.

[GPS01] A. L. Germond, E. Pottier, and J. Saillard. Bistatic radar polarimetry theory. In J. D. Taylor, editor, *Ultra-Wideband Radar Technology*, chapter 14, pages 379–414. CRC Press, Boca Raton, USA, 2001.

[GT97] C.V. Jacowatz D.E. Wahl D.C. Ghiglia and P.A. Thompson. *Spotlight-Mode Synthetic Aperture Radar : A Signal Processing Approach*. Kluwer Academic Publishers, Boston, USA, 1997.

[Gui03] S. Guillaso. *Complémentarité Polarimétrie/Interferométrie pour la Détection et Caractérisation de Cibles*. PhD thesis, Univ. of Rennes 1, Rennes, France, November 2003.

[JZC06] T. Jin, Z. Zhou, and W. Chang. Ultra-wideband synthetic aperture radar time-frequency representation image formation. *IEE Proc. Radar. Sonar. Navig.*, 153(5) :389–395, December 2006.

[KB86] A. B. Kostinski and W. M. Boerner. On foundations of radar polarimetry. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 34(12) :1395–1404, December 1986.

[KC95] E. Krogager and Z. H. Czyz. Properties of the sphere, diplane, helix decomposition. In *Proc. Third International Workshop on Radar Polarimetry (JIPR'1995)*, volume 1, pages 106–114, Nantes, France, March 21–23, 1995.

[KDM95] E. Krogager, J. Dall, and S. N. Madsen. The sphere, diplane, helix decomposition recent results with polarimetric sar data. In *Proc. Third International Workshop on Radar Polarimetry (JIPR'1995)*, volume 2, pages 621–625, Nantes, France, March 21–23, 1995.

[Kro92] E. Krogager. Utilization and interpretation of polarimetric data in high resolution radar target imaging. In *Proc. Second International Workshop on Radar Polarimetry (JIPR'1992)*, volume 2, pages 547–557, Nantes, France, September 8–10, 1992.

[KST85] E.F. Knott, J.F. Schaeffer, and M.T. Tuley. *Radar Cross Section.* Artech House, USA, 1985.

[Led06] P. Leducq. *Traitements temps-frequence pour l'analyse de scénes complexes dans les images SAR polarimétriques.* PhD thesis, Univ. of Rennes 1, Rennes, France, June 2006.

[Leo97] D.K. Barton S.A. Leonov. *Radar Technology Encyclopedia.* Artech House, 1997.

[Lip88] R.P. Lippmann. Neural nets for computing. In *Proc. IEEE Conference on Acoustic and speech processing(ICASP'88)*, 1988.

[LMFFP05] C. Lopez-Martinez, L. Ferro-Famil, and E. Pottier. Polarimetric decompositions. Tutorial, Institut d'Electronique et de Télécommunication de RENNES (IETR), January 2005.

[Mar05] A. Martini. *Télédétection d'un couvert neigeux en milieux alpins à partir de données SAR polarimétriques multi-fréquentielles et multi-temporelles.* PhD thesis, Univ. of Rennes 1, Rennes, France, September 2005.

[Nab02] I.T. Nabney. *Netlab : Algorithms for pattern recognition.* Springer, 2002.

[Ova92] J. P. Ovarlez. *La Transformation de Mellin Un Outil pour l'Analyse des Signaux à Large Bande.* PhD thesis, Univ. of Cergy-Pontoise, Cergy-Pontoise, France, April 1992.

[Ova98] J. P. Ovarlez. *Temps-Fréquence.* ONERA, Châtillon, France, April 1998.

[OVC+03] J. P. Ovarlez, L. Vignaud, J. C. Castelli, M. Tria, and M. Benidir. Analysis of sar images by multidimensional wavelet transform. *IEE Proc. Radar. Sonar. Navig.*, 150(4) :234–241, August 2003.

[PCCG95] L. C. Potter, D. M. Chiang, R. Carrière, and M. J. Gerry. A gtd-based parametric model for radar scattering. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 43(10) :1058–1067, October 1995.

[PM97] L. C. Potter and R. L. Moses. Attributed scattering centers for sar atr. *IEEE Trans. Image Processing*, 6(1) :79–91, January 1997.

[PS92] E. Pottier and J. Saillard. Mathematical basis theory of the polarimetry and its application in radar domain. *annals of telecommunications*, 47(7-8) :314–336, 1992.

[QI02] A. Quinquis and C. Ioana. *Représentations Temps-Fréquence et Temps-Echelle*. ENSIETA, Brest, France, January 2002.

[RHW86] D.E.. Rumelhart, G.E. Hinton, and R.J. Williams. *Learning internal representations by error backpropagation*. Bradforfd book, MIT press, 1986.

[RNMC01] P. Runkle, L.H. Nguyen, J.H. McClellan, and L. Carin. Multi-aspect target detection for sar imagery using hidden markov models. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 39(1) :46–55, January 2001.

[Sko62] M.I. Skolnik. *Introduction to Radar Systems*. McGraw-hill Book company, USA, 1962.

[Sou94] M. Soumekh. *Fourier Array Imaging*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1994.

[Sou99] M. Soumekh. *Synthetic Aperture Radar Signal Processing : with MATLAB Algorithms*. John Wiley and Sons, New York, 1999.

[TC02] R. Touzi and F. Charbonneau. Characterization of target symmetric scattering using polarimetric sars. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 40(11) :2507–2516, November 2002.

[TOV+04a] M. Tria, J. P. Ovarlez, L. Vignaud, J. Castelli, and M. Benidir. The multidimensional continuous wavelet transform in sar imaging, a tool for the classification of objects. In *Proc. International Conference on Radar Systems (Radar'04)*, Toulouse, France, October 18–22, 2004.

[TOV+04b] M. Tria, J. P. Ovarlez, L. Vignaud, J. Castelli, and M. Benidir. Sar imaging using multidimensional continuous wavelet transform. In *Proc. EURASIP XII European Signal Processing Conference (EUSIPCO'04)*, pages 1179–1182, Wien, Austria, September 6–10, 2004.

[TOV+07] M. Tria, J. P. Ovarlez, L. Vignaud, J. C. Castelli, and M. Benidir. Discriminating real objects in radar imaging by exploiting the squared modulus of the continuous wavelet transform. *IEE Proc. Radar. Sonar. Navig.*, 1(1) :27–37, February 2007.

[Tri05] M. Tria. *Imagerie Radar à Synthése d'ouverture par analyse en ondelettes continues multidimensionnelles*. PhD thesis, Univ. of Paris-Sud, Paris, France, November 2005.

[TS98] C. Titin-Schnaider. Analyse et recherche de paramès polarimétriques discriminant en imagerie sar. Etude ONERA - FRE Polarimétrie 7-7279-DEMR-Y, Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales (ONERA), DEMR, June 1998.

[TSD95] C. Titin-Schnaider and P. Dreuillet. Analyse polarimétrique haute-résolution de mesures de cibles radar en laboratoire. In *Proc. Third International Workshop on Radar Polarimetry (JIPR'1995)*, volume 2, pages 656–665, Nantes, France, March 21–23, 1995.

[Vig96] L. Vignaud. *Imagerie Micro-Ondes des Scènes Instationnaires*. PhD thesis, Univ. of Paris 6, Paris, France, April 1996.

[Vig03] L. Vignaud. Wavelet-relax feature extraction in radar images. *IEE Proc. Radar. Sonar. Navig.*, 150(4) :242–246, August 2003.

[Weh95] D.R. Wehner. *High-Resolution Radar, Second Edition*. Artech House, 1995.

Résumé

Mots-clés: Imagerie SAR, Analyse temps-fréquence, ondelettes continues, Polarimétrie, décompositions cohérentes, Hyperimage.

L'imagerie SAR considère les cibles comme un ensemble de diffuseurs ponctuels, isotropes et non-dispersifs. Ce modèle devient obsolète pour les nouvelles applications radar qui utilisent une large bande et une forte excursion angulaire. Il s'agit donc d'étudier les non-stationnarités par l'outil usuel : l'analyse temps-fréquence. Les transformées temps-fréquence usuelles permettent de construire des hyperimages (images à 4 dimensions) décrivant l'énergie en fonction de la fréquence émise et de l'angle de visée. Cette source d'information est reliée à la section efficace radar (SER). Une autre source d'information en imagerie radar est la polarimétrie. Il s'agit d'utiliser conjointement ces deux sources d'information afin de caractériser les diffuseurs. Par application des ondelettes continues et des décompositions cohérentes sur la matrice de Sinclair, des hyperimages polarimétriques sont générées. Ces hyperimages permettent de décrire le comportement polarimétrique en fonction de l'angle de visée et de la fréquence émise. Dans certains cas, elles décrivent globalement le mécanisme de rétrodiffusion, par sa nature, son orientation relative dans le plan horizontal et son orientation absolue dans le plan vertical. De plus, elles mettent en évidence un nouveau phénomène : la non-stationnarité polarimétrique. Celle-ci serait causée par le fait que le radar ne voit pas la même géométrie au cours de l'acquisition. De ces hyperimages polarimétriques, l'information est synthétisée et une nouvelle classification phénoménologique est proposée.

Abstract

Keywords: SAR Imaging, Time-frequency analysis, Continuous wavelet, Polarimetry, Coherent decompositions, Hyperimage.

SAR imaging considers target as a set of scatterers, ponctual, isotropic and non-dispersive. This assumption becomes obsolet for new applications radar using a large band and a large angular spreading. The aim is to study the non-stationary behavior by using the basic tool : the time-frequency analysis. The usual time-frequency transforms allow to build hyperimages (images in 4 dimensions) describing the energy versus emitted frequency and observation angle. This information source is lain to radar cross-section (RCS). Another information source in radar imaging is polarimetry.The goal is to joint use these two information sources to characterize scatterers. By applying continuous wavelet and polarimetric coherent decompositions on the Sinclair matrix, some polarimetric hyperimages are built. These hyperimages allow to describe the polarimetric behavior versus the observation angle and the emitted frequency.In some case, they globally describe the backscattering mecanism by its nature, its relative orientation in the horizontal plan, its absolute orientation in the vertical plan. Moreover, they highlight a new phenomenum : the polarimetric non-stationary. This woul be caused by the fact the radar does not see the same geometry during the processing. From polarimetric hyperimages, a new phenomenological classification is proposed.